This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Digitized by Google

4° Acad. 47 b

(47

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

4° Acad. 47 (47)

REMEIS-STERNWARTE BAMBERG 1889
17. JUN. 00
Abgegeben von Sternwarte Bamberg

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

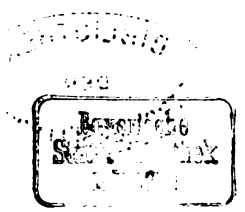
DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

47

BIBLIOTHEK DER ASTRON. GESELLSCHAFT
Abgegeben von Sternwarte Bamberg

1

Digitized by Google



Digitized by Google

Abgegeben von
Sternwarte Bamberg

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

TOME XLVII.

BIBLIOTHEK DER ASTRON. GESELLSCHAFT
Abgegeben von
Sternwarte Bamberg

BRUXELLES,
F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE,
rue de Louvain, 108.

1886

4R/57/205

Digitized by Google

Digitized by Google

BIBLIOTHEK
DER
ASTRON. GESELLSCHAFT.

TABLE

DES

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME XLVII.

CLASSE DES SCIENCES.

1. Recherches anatomiques sur les organes végétatifs de l'*Urtica dioica*, L. (avec 23 planches); par A. Gravis.

2. Démonstration élémentaire de la loi suprême de Wronski; par Ch. Lagrange.

3. Formules de la nutation annuelle; par P. Ubaghs.

4. Recherches sur le spectre du carbone dans l'arc électrique en rapport avec le spectre des comètes et le spectre solaire (avec 3 planches); par Ch. Fievez.

5. Études sur l'aspect physique de la planète Jupiter (avec 4 planches); par F. Terby.

6. Sur certains développements en séries; par J. Deruydts.

7. Observations des surfaces de Jupiter et de Vénus faites en 1884 et 1885 à l'Institut astronomique annexé à l'Université de Liège (avec 1 planche); par L. de Ball.

8. Détermination de la direction et de la vitesse du transport du système solaire dans l'espace (1re partie); par P. Ubaghs.

9. Sur l'étude des événements arithmétiques; par Ernest Cesàro.

Digitized by Google

Digitized by Google

RECHERCHES ANATOMIQUES

SUR LES ORGANES VÉGÉTATIFS

de l'URTICA DIOICA *L.*,

PAR

A. GRAVIS,

DOCTEUR EN SCIENCES NATURELLES,
ASSISTANT DU COURS DE BOTANIQUE A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE,
SECRÉTAIRE DE LA SOCIÉTÉ BELGE DE MICROSCOPIE.

(Présenté à la Classe des Sciences le 15 décembre 1882.)

Digitized by Google

Digitized by Google

INTRODUCTION.

Le mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie a pour objet l'étude anatomique des organes végétatifs d'une plante dans toute leur étendue et à tous leurs âges. Le résultat de ce travail est la connaissance des variations que la structure de ces organes éprouve dans le temps et dans l'espace.

Mes recherches sur l'anatomie de l'*Urtica dioica* L. n'eurent d'autre but, à l'origine, que la préparation d'une base pour une étude générale et comparative de la famille des Urticées. Devant l'importance et la variété des faits observés, j'ai cru convenable de faire connaître, dès maintenant, les résultats déjà acquis. J'ai été amené, en effet, dans cette étude des organes végétatifs de l'Ortie à traiter :

Des membres et de leur symétrie;

Des tissus en général et de leur groupement en systèmes dans la tige, la feuille et la racine;

De la structure des sommets végétatifs et de la différenciation des tissus primaires;

Des zones génératrices secondaires ainsi que de la nomenclature des tissus secondaires;

De la distribution des tissus aux différents âges;

De la structure des régions nodales;

Digitized by Google

Du parcours des faisceaux et de la composition histologique dans les diverses régions des membres;

Des causes de variations de la structure suivant la hauteur;

De l'influence des conditions de vie sur la composition des tissus;

De l'axe hypocotylé et de la mise en rapport de la tige avec la racine principale;

Des vaisseaux latificères, des glandes à eau, des glandes terminales, des poils, des cystolithes, etc., etc.

Quelques recherches comparatives faites sur divers genres appartenant à la famille des Urticées, ainsi qu'aux familles voisines, m'ont permis de généraliser beaucoup des résultats obtenus. Je citerai, parmi les genres étudiés : *Pilea, Boehmeria, Parietaria, Splitgerbera, Cannabis, Humulus, Celtis, Ficus, Morus, Maclura.*

Ce qui m'a déterminé encore à traiter d'une manière complète l'anatomie de l'Ortie, c'est qu'il m'a semblé que des éléments nouveaux pouvaient être apportés à cette importante question du rôle de l'anatomie comparée dans la classification des plantes.

Il y a longtemps déjà que l'attention des botanistes s'est portée sur les caractères que l'anatomie pourrait fournir à la systématique. On a recherché d'abord s'il était possible de différencier anatomiquement les genres et les espèces appartenant à un même groupe naturel. Il suffira de rappeler les travaux de M. J. Duval-Jouve sur les Graminées (*), de M. C.-E. Bertrand sur les Conifères (**), de M. J. Vesque sur les Capparidées, les Renonculacées

(*) J. Duval-Jouve, *Des comparaisons histotaxiques et de leur importance dans l'étude critique des espèces végétales.* Paris, 1871, in 4°.

Le même, *Étude histotaxique des Cyperus de France.* Paris, 1874, 4 planches.

Le même, *Étude anatomique de quelques graminées.* Paris, 1870, 5 planches.

(**) C.-E. Bertrand, *Anatomie comparée des tiges et des feuilles chez les Conifères et chez les Gnétacées;* Annales des sciences naturelles, t. XX, 5me série, 1874.

Digitized by Google

et les Magnoliacées (*), de M. Friedrich Thomas sur l'anatomie comparée des feuilles des Conifères (**), de M. Gr. Kraus sur l'anatomie des folioles des Cycadées (***)..... Les résultats obtenus jusqu'ici ont été assez inégaux. Ainsi, tandis que dans certaines tribus de la famille des Graminées, M. J. Duval-Jouve parvenait à caractériser les genres et les espèces, dans d'autres, au contraire, il ne pouvait distinguer que les sous-tribus, ou tout au plus les genres. Dans le groupe des Cupressinées, M. C.-E. Bertrand n'a pu établir la diagnose des genres, alors que dans les autres groupes de Conifères les genres et les espèces même étaient nettement caractérisés. M. J. Vesque, à son tour, semble avoir été plus heureux dans les Capparidées que dans les Renonculacées.

On a demandé aussi à l'anatomie des caractères de famille et même de groupes supérieurs. Les premiers essais tentés dans cette voie ne furent pas heureux. La structure, tantôt très uniforme dans une famille naturelle, se montre tantôt, au contraire, extrêmement variable d'un genre à un autre. Il fut bientôt reconnu que certains caractères anatomiques sont le résultat d'une adaptation à un genre de vie particulier. Les familles dans lesquelles la structure paraît si variable sont précisément celles dont les représentants vivent dans les milieux les plus divers. Toutes les plantes grasses, toutes les lianes, tous les végétaux aquatiques, etc., possèdent certains caractères communs, quelle que soit la famille à laquelle ces plantes appartiennent. Ces caractères, très intéressants au point de vue physiologique, ne peuvent, en aucune façon, nous renseigner sur les affinités réelles des plantes.

(*) J. Vesque, *De l'espèce considérée au point de vue anatomique;* Annales des sciences naturelles, 6me série, t. XII.

Le même, *Étude des Capparidées ligneuses;* Ibid.

Le même, *Recherches sur l'anatomie comparée des Renonculacées, Magnoliacées et des groupes voisins;* Annales du Muséum d'histoire naturelle.

(**) Friedrich Thomas, *Zur vergleichenden Anatomie der Coniferen-Laubblätter;* Jahrbucher für wiss. Botanik de Pringsheim, t. IV.

(***) Gr. Kraus, *Ueber den Bau der Cycadeenfiedern;* Ibid., t. IV, planches XIX, XXIII.

Digitized by Google

Mais à côté de ces caractères il en existe d'autres qui sont indépendants des conditions biologiques : ces derniers pourraient servir à la diagnose et au groupement systématique des familles. La tâche qui incombe actuellement à l'anatomie est précisément la recherche de ces caractères dans les divers groupes du règne végétal.

Malgré les consciencieux efforts d'un grand nombre de savants, l'anatomie n'a pas encore conquis, en botanique, la place d'honneur qu'elle occupe en zoologie. Dans cette dernière science, en effet, nous voyons la classification basée sur l'anatomie et l'embryogénie, les grandes divisions du règne caractérisées par la disposition des appareils nerveux, squelettaire, circulatoire, respiratoire, etc.

Pourquoi n'en est-il pas de même en botanique? On a émis l'idée que les végétaux, se trouvant fixés au sol, sont entièrement soumis à l'action des causes modificatrices, de sorte que leur structure intime a dû maintes fois se modifier, s'adapter à de nouvelles conditions de vie. Les animaux, au contraire, grâce à leur faculté de locomotion, ont pu rechercher le milieu qui leur convenait le mieux et ainsi n'éprouver que des variations relativement peu étendues : aussi leur organisation est-elle restée presque identique dans de grands groupes, comme ceux des Mammifères, des Oiseaux, des Poissons, etc. (*).

Il y a peut-être une autre raison pour laquelle l'anatomie végétale n'a pas fourni jusqu'ici tout ce qu'on pouvait espérer d'elle. Pour connaître l'organisation d'un animal quelconque, les zoologistes l'étudient *tout entier* et *à divers âges;* ils le suivent dans ses métamorphoses. En botanique, on s'est trop souvent borné à l'examen d'une coupe transversale et d'une coupe longitudinale pratiquées en un point indéterminé d'une tige ou d'une racine. On a

(*) *De l'anatomie des tissus appliquée à la classification des plantes,* par M. J. Vesque. Nouvelles Archives du Muséum, 2me série, t. IV, 1881.

Digitized by Google

volontiers supposé que ces deux coupes suffisaient pour caractériser la structure de l'organe tout entier. Plusieurs travaux d'anatomie comparée ont pour base des observations ainsi faites en des points indéterminés d'un certain nombre d'espèces. Il en est résulté que bien souvent les parties comparées n'étaient pas réellement comparables. Est-il étonnant alors que les conclusions d'un semblable travail se soient trouvées en désaccord avec les résultats de l'étude des organes floraux?

Pour être moins grandes qu'en zoologie, les variations de la structure dans l'étendue d'un membre n'en sont pas moins réelles; il faut donc en tenir compte. Le présent travail démontrera, j'espère, en même temps que l'amplitude de ces variations, les conséquences qui en découlent pour l'anatomie comparée.

La connaissance de la structure des organes végétatifs, dans toute leur étendue et à tous leurs âges, nécessite l'examen d'un grand nombre de tiges, de feuilles et de racines arrivées à divers degrés de développement. Partant de l'embryon renfermé dans la graine mûre, j'ai suivi la plante dans toute sa croissance pendant la première année; je l'ai retrouvée plus tard, alors qu'elle produit annuellement des tiges aériennes qui dépassent parfois 2 mètres de hauteur. Pour chaque exemplaire étudié, j'ai tenu compte des conditions spéciales dans lesquelles la plante avait vécu. J'ai même varié ces conditions en faisant des semis dans divers terrains et à diverses époques de l'année. Les échantillons examinés étaient les uns conservés à l'alcool, les autres étudiés frais.

La structure dans toute la longueur d'une tige, d'une feuille ou d'une racine ne peut être rigoureusement déterminée que par la méthode des coupes transversales successives. Des coupes radiales et tangentielles, des préparations à l'aiguille sont également nécessaires. L'étude de l'*Urtica dioica* seule a exigé près de 15,000 coupes.

Digitized by Google

Historique. L'anatomie de l'*Urtica dioica* n'a pas encore fait l'objet de recherches approfondies. La famille des Urticées elle-même a été peu étudiée anatomiquement. Comme travail d'ensemble, je ne connais que les *Recherches* de M. S. Fugairon (*). Cet auteur n'a étudié que la structure de la tige : il l'a fait dans un grand nombre de genres et d'espèces, il est vrai, mais en des points complètement indéterminés et toujours en dehors des régions nodales.

Par contre, les observations isolées sont assez nombreuses. Je ne rappellerai ici que les plus importantes parmi celles qui ont eu pour objet le genre *Urtica* ou les genres voisins.

M. C. Nägeli a décrit et figuré le parcours des faisceaux primaires dans les cinq premiers nœuds et entrenœuds d'une tige principale d'*Urtica Dodartii* L (**). La structure de la racine de l'*Urtica dioica* L. a été représentée par M. de Bary (***). M. Flahault a étudié le sommet végétatif de la racine de l'*Urtica pilulifera* L (*4), et M. Gérard l'axe hypocotylé de *Urtica dioica* (*5). L'histologie de quelques Urticées, notamment du *Boehmeria biloba*, a été publiée par M. K. von Demeter (*6). M. Treub a signalé

(*) *Recherches anatomiques sur le groupe des Urticinées;* Thèse présentée à la Faculté des sciences de Toulouse, par M. L. Sophrone Fugairon. Toulouse, Ed. Privat, imprimeur, 1879.

(**) *Das Wachsthum des Stammes und der Wurzel bei Gefässpflanzen und die Anordnung der Gefässtränge im stengl;* in Beiträge zur Wissenschaftlichen Botanik de C. Nägeli. Première partie. Leipzig, Wilhelm Engelmann, éditeur, 1858.

(***) *Vergleichende Anatomie der Vegetationsorgane der Phanerogamen und Farn;* in Handbuch der physiologischen Botanik de Will. Hofmeister, t. III. Leipzig, 1877. W. Engelman, éditeur.

(*4) *Recherches sur l'accroissement terminal de la racine chez les Phanérogames;* Annales des sciences naturelles, 6me série, t. VI, 1878.

(*5) *Recherches sur le passage de la racine à la tige;* Annales des sciences naturelles, 6me série, t. XI, 1881.

(*6) *Az Urticaceák szövettanahoz különös tekintettel a Boehmeria bilobára. Két fényképnyomatú táblával. (Zur Histologie der Urticaceen, mit besonderer Berücksichtigung der Boehmeria biloba. Mit zwei photolithogr. Tafeln).* Klausenburg, 1881. Analysé dans le Botanisches Centralblatt, 1881, t. VII, n° 37, p. 528.

Digitized by Google

la présence de plusieurs noyaux dans les fibres libériennes et dans les laticifères de l'Ortie (*). La constitution et le développement des corps protoplasmiques ont été recherchés par M. Fr. Kallen dans les tissus de l'*Urtica urens* L (**). Les cystolithes, découverts par J. Meyen, ont fait l'objet de nombreux travaux, notamment de la part de Payen, Schleiden, H. Schacht, Weddel (***). Les poils de l'*Urtica dioica* ont été le sujet d'une note spéciale de M. J. Duval-Jouve (*4). Enfin, Weddel (*5), Guillard (*6) ainsi que MM. de Bary (*7) et K. von Demeter (*8) ont fait quelques observations sur les fibres libériennes et ligneuses, sur les laticifères, les cristaux, etc.

Mes recherches ont été faites au laboratoire de botanique de la Faculté des sciences de Lille. Je me fais un devoir de présenter à M. le professeur C.-E. Bertrand, directeur de ce laboratoire, l'expression de ma reconnaissance. Je ne saurais assez le remercier de l'accueil sympathique qu'il m'a fait ainsi que des conseils qu'il m'a donnés pendant mon travail. C'est à son enseignement rempli de vues originales que je dois la première notion des variations de la structure suivant la hauteur. Cette notion féconde est peu

(*) *Sur les cellules végétales à plusieurs noyaux;* extrait des ARCHIVES NÉERLANDAISES, t. XV (15 août 1879).— Voyez aussi une notice préliminaire dans les COMPTES RENDUS du 1er septembre 1879.

(**) *Das Verhalten des Protoplasma in dem Geweben von Urtica urens entwicklungsgeschichtlich dargestellt;* Inaug. Dissertation. In FLORA, LXV, 1882, Nos 5-7. 1 planche. Bonn 1882. Analysé dans le BOTANISCHES CENTRALBLATT, 1882, t. XI, n° 11, p. 386.

(***) *Sur les cystolithes ou concrétions calcaires des Urticées et d'autres végétaux;* ANNALES DES SCIENCES NATURELLES, 4me série, t. II, p. 267.

(*4) BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ BOTANIQUE DE FRANCE, XIV, 36, t. I.

(*5) *Monographie de la famille des Urticées;* ARCHIVES DU MUSÉUM D'HISTOIRE NATURELLE, t. IX, 1856-57.

(*6) PRESSE SCIENTIFIQUE DES DEUX MONDES, *Revue de botanique*, t. II, n° 10 (16 mai 1861), p 309.

(*7) *Vergleichende Anatomie.*

(*8) *Rosanoff-féle Kristálycsoportok az Urticaceákban.* (*Rosanoff'sche Krystalldrusen in Urticaceen.*) Magyar Növénytani Lapok, V, 1881, n° 51/52, p. 32. — Analysé dans le BOTANISCHES CENTRALBLATT, 1881, t. VI, n° 10, p. 341.

Digitized by Google

connue encore; je me suis efforcé de la mettre en relief dans le présent mémoire.

J'ai profité d'un séjour que j'ai fait au nouvel Institut botanique de l'Université de Liège pour étudier l'organogénie des feuilles et tout ce qui a rapport au développement des tiges et des racines. J'ai pu y mettre à profit de nombreux semis et des cultures faites dans diverses conditions. Je prie M. le professeur Éd. Morren d'agréer mes sentiments de profonde gratitude pour l'intérêt qu'il n'a cessé de témoigner à mes études.

Je présente également mes sincères remercîments à M. F. Crépin, qui a bien voulu mettre à ma disposition un pied de toutes les Urticées cultivées au Jardin Botanique de l'État. Ces matériaux m'ont été d'un grand secours : leur étude a servi de contrôle aux observations faites sur l'*Urtica dioica* et m'a fourni, en même temps, les premiers éléments d'un travail général sur la famille.

Ce mémoire se divise naturellement en trois parties : la première est consacrée à la *Tige*, la deuxième à la *Feuille*, la troisième à la *Racine*. Chacune de ces parties renferme un certain nombre de chapitres subdivisés en paragraphes de la manière suivante :

PREMIÈRE PARTIE.

LA TIGE.

Pages.

GÉNÉRALITÉS. 1

CHAPITRE I. — STRUCTURE DU SEGMENT[1] DE LA TIGE PRINCIPALE . . 12

§ 1. *Structure à la base du segment[1] à tous les âges*. 12

ANNEXE AU § 1. *Considérations générales sur les zones génératrices secondaires*. 30

§ 2. *Structure du segment[1] dans toute son étendue* 34

Digitized by Google

Pages.

CHAPITRE II. — STRUCTURE DES SEGMENTS SUPÉRIEURS AU SEGMENT 1 DE LA TIGE PRINCIPALE 39

SECTION 1. — PARCOURS DES FAISCEAUX PRIMAIRES ET DES LAMES LIBÉRO-LIGNEUSES SECONDAIRES DANS LES SEGMENTS SUPÉRIEURS AU SEGMENT 1 DE LA TIGE PRINCIPALE. 40

§ 1. *Généralités* 40
§ 2. *Tige principale* 48
§ 3. *Tiges de deuxième et troisième ordre* 59
§ 4. *Tiges d'un ordre plus élevé* 63
§ 5. *Rapports anatomiques des tiges de divers ordres insérées les unes sur les autres* 68
§ 6. *Comparaison des tiges de divers ordres* 73

SECTION 2. — HISTOLOGIE DES SEGMENTS SUPÉRIEURS AU SEGMENT 1 DE LA TIGE PRINCIPALE. 76

ANNEXE AU CHAPITRE II. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LA CAUSE DES VARIATIONS DE LA STRUCTURE SUIVANT LA HAUTEUR 92

CHAPITRE III. — DÉVELOPPEMENT DES TISSUS DANS UN SOMMET VÉGÉTATIF DE GRAND DIAMÈTRE. 96

§ 1. *Structure à la base des segments de plus en plus âgés* 96
§ 2. *Structure dans toute l'étendue des segments* 104

ANNEXE AU CHAPITRE III. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LA DIFFÉRENCIATION DES TISSUS ET SUR L'ORIGINE DES SYSTÈMES DE FAISCEAUX . . 106

CHAPITRE IV. — STRUCTURE DE L'AXE HYPOCOTYLÉ. 116

§ 1. *Généralités* 116
§ 2. *Structure vers le milieu de l'axe hypocotylé à tous les âges* 122
§ 3. *Structure de l'axe hypocotylé dans toute son étendue* 129

DEUXIÈME PARTIE.

LA FEUILLE.

GÉNÉRALITÉS 135

CHAPITRE I. — STRUCTURE DES COTYLÉDONS 139

CHAPITRE II. — STRUCTURE DES FEUILLES 1 DE LA TIGE PRINCIPALE. . 143

§ 1. *Organogénie des feuilles* 1. 143
§ 2. *Structure des feuilles* 1 *dans toute leur étendue* 146
§ 3. *Variations de la structure des feuilles* 1 *suivant les conditions biologiques* . 148

Digitized by Google

Pages.

CHAPITRE III. — STRUCTURE DES FEUILLES SUPÉRIEURES AUX FEUILLES DE LA TIGE PRINCIPALE 152

§ 1. *Complication de la structure des feuilles le long des tiges aériennes.* 152
§ 2. *Dégradation de la structure des feuilles le long des tiges souterraines* . . 164

CHAPITRE IV. — STRUCTURE D'UNE FEUILLE COMPLIQUÉE 168

§ 1. *Organogénie d'une feuille compliquée* 168
§ 2. *Structure d'une feuille compliquée à divers âges.* 171

ANNEXE A LA DEUXIÈME PARTIE. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LA STRUCTURE DES FEUILLES 178

TROISIÈME PARTIE.

LA RACINE.

GÉNÉRALITÉS. 185

CHAPITRE I. — STRUCTURE DE LA RACINE A TOUS LES AGES, EN UN POINT QUELCONQUE 188

CHAPITRE II. — STRUCTURE DES RACINES DE DIVERS ORDRES DANS TOUTE LEUR ÉTENDUE. 196

§ 1. *Racine principale.* 196
§ 2. *Racines nées sur les tiges aériennes ou souterraines* 198
§ 3. *Racines de divers ordres nées sur d'autres racines* 201

CHAPITRE III. — STRUCTURE DU SOMMET VÉGÉTATIF DE LA RACINE . . 204

§ 1. *Sommet végétatif de la racine principale de l'embryon.* 204
§ 2. *Sommet végétatif d'une jeune racine née au nœud d'une tige.* 207

ANNEXE AU CHAPITRE III. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LA DIFFÉRENCIATION DES TISSUS PRIMAIRES DE LA RACINE COMPARÉE A CELLE DES TISSUS PRIMAIRES DE LA TIGE. 209

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS 216

Digitized by Google

RECHERCHES ANATOMIQUES

SUR LES ORGANES VÉGÉTATIFS

de l'URTICA DIOICA L.

PREMIÈRE PARTIE.

LA TIGE.

GÉNÉRALITÉS.

1. — La graine de l'*Urtica dioica* renferme un embryon pourvu d'un axe hypocotylé, de deux cotylédons appliqués l'un contre l'autre et d'un sommet végétatif dont les deux premières feuilles sont déjà assez développées. Lors de la germination, ce sommet végétatif (gemmule) donne naissance à une *tige principale* ou de *premier ordre* garnie de feuilles opposées-décussées.

A l'aisselle de chacune des feuilles de la tige principale existe un bourgeon nu qui se développe en une pousse plus ou moins vigoureuse. Cette pousse constitue une tige de *deuxième ordre* garnie également de bourgeons axillaires, d'où naissent des tiges de *troisième ordre*. Je n'ai pas eu l'occasion d'observer, sur des tiges principales, la présence de pousses d'ordre plus élevé.

Les bourgeons axillaires des premiers nœuds de la tige principale, notamment du nœud cotylédonaire, fournissent ordinairement des tiges rampantes garnies seulement de feuilles rudimentaires. Les premiers nœuds de ces tiges

Digitized by Google

produisent également des pousses grêles rampantes. Ainsi se développe, à la base des fortes tiges principales, un nombre assez considérable de drageons qui rayonnent en tous sens, s'insinuent dans le sol et deviennent des tiges souterraines. Celles-ci se ramifient par bourgeonnement axillaire et forment bientôt un système souterrain d'axes de divers ordres le long desquels apparaissent des racines adventives, surtout dans les régions nodales. Les travaux de terrassement et de défrichement séparent, disséminent ces axes qui forment bouture avec la plus grande facilité.

Des tiges souterraines s'échappent des pousses qui sortent de terre, se couvrent de feuilles, s'élèvent, se ramifient, se garnissent d'inflorescences, drageonnent à leur base, en un mot, jouent le rôle de tige principale. Ces sortes de tiges forment la très grande majorité de celles qui croissent spontanément. Il n'est plus possible de trouver leur rapport avec la véritable tige principale, qui a disparu depuis des années. Je désigne ces tiges sous le nom de tige d'*ordre*^{n}. Les ramifications axillaires de ces tiges seront d'*ordre*$^{n+1}$, et les branches que ces dernières fourniront seront d'*ordre*$^{n+2}$.

Toute tige aérienne ou souterraine, de quelque ordre qu'elle soit, possède une région d'insertion ou de mise en rapport avec le membre qui lui sert de support; une région plus ou moins étendue dans laquelle l'accroissement longitudinal est terminé; enfin, une région de développement qui se termine par le sommet végétatif.

Toute tige aussi est formée d'une succession de nœuds et d'entrenœuds. A chaque nœud sont insérées deux feuilles opposées et quatre stipules caulinaires. Il faut excepter cependant le nœud cotylédonaire et le premier nœud de la tige principale, qui n'ont pas de stipules. Les tiges souterraines ne portent que des organes appendiculaires rudimentaires.

La longueur des entrenœuds est très variable. Les premiers entrenœuds de chaque pousse sont d'abord très courts, parfois même indistincts; les entrenœuds suivants s'allongent davantage. D'une façon générale, les entrenœuds des tiges aériennes sont plus longs que ceux des tiges souterraines.

Pour faciliter les descriptions anatomiques qui vont suivre, je crois utile de désigner par le terme *segment* une portion de tige formée de la moitié supérieure d'un entrenœud, d'un nœud et de la moitié inférieure de l'entre-

Digitized by Google

nœud suivant. Nous verrons par la suite que la structure peut varier beaucoup d'un segment à un autre, qu'elle varie aussi, dans un même segment, suivant l'âge et les conditions de vie. Malgré cela, tous les segments se laissent ramener aisément à un seul type de structure, de sorte qu'on peut considérer chacun d'eux comme formant un *tout,* une *unité morphologique.* Une tige quelconque résulte de la superposition d'un nombre indéfini de ces unités, orientées les unes par rapport aux autres suivant certaines lois (*Phyllotaxie*).

Dans l'Ortie, chaque segment porte deux feuilles insérées en face l'une de l'autre. Appelons *plan médian du segment* le plan qui, passant par l'axe du segment, divise les deux feuilles en deux parties symétriques. Un segment quelconque est orienté de telle façon que son plan médian fait un angle de 90° avec le plan médian du segment précédent, les axes des deux segments se trouvant dans la continuation l'un de l'autre. Tous les segments impairs sont donc orientés de la même manière; il en est de même de tous les segments pairs. De là résulte la disposition opposée-décussée des feuilles.

2. — On sait qu'en pratiquant des coupes successives dans un segment, on reconnaît que la structure varie d'une coupe à une autre, surtout dans la région nodale. Pour connaître la structure d'un segment quelconque, il est donc nécessaire d'étudier toutes les coupes successives pratiquées dans ce segment. Les modifications ainsi constatées dans toute l'étendue d'un même segment forment ce que nous appellerons les VARIATIONS DE LA STRUCTURE SUIVANT LE NIVEAU.

On sait aussi qu'un même segment se modifie dans le temps. On a étudié, dans un certain nombre de plantes, la différenciation des tissus primaires, mais on est généralement porté à croire que la production des tissus secondaires, une fois commencée, se fait uniformément sans amener de nouveaux changements de structure. Nous aurons l'occasion de constater, dans l'Ortie, que tous les segments se modifient constamment pendant toute la vie de la plante. Ces modifications dans le temps, soit avant, soit après la différenciation des tissus primaires, constituent les VARIATIONS DE LA STRUCTURE SUIVANT L'AGE.

Deux segments choisis à des hauteurs différentes le long d'une tige ne sont pas toujours semblables, lors même qu'on les considérerait

Digitized by Google

quand ils sont arrivés exactement au même degré de développement. Nous verrons, en effet, que la structure des divers segments qui se superposent les uns aux autres pour former une tige quelconque d'Ortie se compliquent de plus en plus, indépendamment de leur âge. Ces variations, dont l'étude est trop souvent négligée, constituent les VARIATIONS DE LA STRUCTURE SUIVANT LA HAUTEUR (*).

Enfin, deux segments de même âge et de même hauteur (pris par conséquent sur deux tiges différentes de même ordre) ne sont pas toujours identiques. Leur structure est d'autant plus différente que les tiges dont ces segments font partie se sont développées dans des conditions de vie plus diverses. Nous désignerons cette dernière catégorie de variations sous le nom de VARIATIONS DE LA STRUCTURE SUIVANT LES CONDITIONS BIOLOGIQUES.

LE NIVEAU, L'AGE, LA HAUTEUR, LES CONDITIONS BIOLOGIQUES, tels sont les principaux facteurs des nombreuses variations de structure que nous aurons à constater dans la tige de l'Ortie. On pourrait, à la rigueur, les réduire à deux, *le temps* et *l'espace :* les indications du niveau, de la hauteur et du milieu ne servant, en définitive, qu'à préciser le point de l'espace considéré.

3. — Après avoir reconnu l'existence de tant de variations dans la structure des segments, il devient bien difficile de faire connaître cette structure en peu de mots. Je vais cependant tâcher d'exposer ici un type moyen de structure. Cet exposé, fort incomplet, est simplement destiné à faciliter l'étude anatomique détaillée que nous ferons ensuite.

Je suppose donc que nous choisissions un segment appartenant à la région moyenne d'une tige d'Ortie assez jeune et développée dans des conditions ordinaires de végétation. Notre segment ne contient encore que des formations primaires.

Pratiquons d'abord une coupe transversale à la base de notre segment,

(*) Les segments qui forment une tige quelconque seront toujours numérotés de bas en haut, à partir du premier segment au-dessus de l'insertion de la tige. Le segment 1 de la tige principale, dont il sera question au chapitre premier, est le premier segment formé par le bourgeon gemmulaire au-dessus du nœud cotylédonaire. D'une façon générale, la hauteur d'un segment quelconque est désignée par le numéro que ce segment porte d'après le procédé de notation adopté.

Digitized by Google

c'est-à-dire au milieu de l'entrenœud inférieur. Le contour général de cette section a la forme d'un hexagone dont deux angles opposés seraient aigus. Elle nous montre seize faisceaux rangés à côté les uns des autres sur un seul cercle (pl. VI, fig. 9). Ces faisceaux sont disposés en quatre groupes de la manière suivante : deux groupes opposés l'un à l'autre et formés chacun de trois faisceaux sont placés sous les angles aigus de l'hexagone; le plan médian du segment passe par le milieu du faisceau médian de chacun de ces groupes que nous appellerons, pour cette raison, *groupes médians* (M).

Les deux autres groupes, formés chacun de cinq faisceaux, alternent avec les précédents, de telle sorte qu'ils se trouvent de part et d'autre du plan médian de segment. Pour cette raison, nous les nommerons *groupes latéraux* (L).

Chacun des seize faisceaux est formé d'une partie ligneuse interne, d'une partie libérienne externe et d'une zone génératrice secondaire intermédiaire. Ces faisceaux sont entourés, réunis par un tissu fondamental dans lequel on peut distinguer topographiquement une région interne (moelle), une région externe (hypoderme, couche herbacée), et des prolongements interfasciculaires (rayons médullaires primaires des auteurs). Le tout est recouvert par l'épiderme.

Indiquons, maintenant, quelle est la structure dans toute l'étendue du segment. Pour cela, suivons d'abord le trajet des faisceaux qui forment les deux groupes médians et que nous nommons M^p, m, M^a (fig. 4, pl. VI). Ces faisceaux s'élèvent en marchant à peu près parallèlement jusque près du nœud. Là, on reconnaît que le faisceau médian (m) de chacun de ces groupes sort de la tige pour constituer le faisceau médian d'une feuille. Après cette sortie, les deux faisceaux voisins (M^p et M^a), qui sont des faisceaux réparateurs, se trifurquent : les deux branches internes s'anastomosent en une seule de manière à former, avec les quatre autres, un groupe de cinq faisceaux. Dans le segment suivant, ce groupe sera latéral, puisque les plans médians de deux segments consécutifs sont perpendiculaires l'un à l'autre.

Si maintenant nous suivons le parcours des faisceaux qui composent les systèmes latéraux, c'est-à-dire des faisceaux λ^g, l^g, L^m, l^d, λ^d, nous voyons que ces faisceaux s'élèvent parallèlement jusqu'au nœud; là, les faisceaux

Digitized by Google

extrêmes de chaque groupe (λ) s'écartent pour laisser sortir les faisceaux *l*; ceux-ci se ramifient en plusieurs branches dont l'une se rend dans la feuille voisine et les autres dans la stipule la plus proche.

Après cette sortie, les faisceaux λ se rapprochent du faisceau médian du groupe (L^m), lequel vient de se trifurquer; les faisceaux λ s'anastomosent avec les branches latérales de cette trifurcation, de manière à former, avec la branche médiane, un groupe de trois faisceaux. Ce groupe constitue l'un des groupes médians du segment suivant. Signalons encore l'existence, dans la région nodale, de quatre petites branches anastomotiques qui vont des faisceaux M aux faisceaux λ.

4. — En suivant ainsi, dans toute l'étendue du segment, les faisceaux appartenant à un même groupe, on reconnaît que ces faisceaux forment un *système* distinct, n'ayant de connexion avec les autres systèmes que par une petite branche anastomotique dans les nœuds. J'ai tâché d'exprimer ce fait par les notations mêmes données aux divers faisceaux.

Des quatre systèmes, deux sont *médians* et désignés par la lettre M; deux autres sont *latéraux* et représentés par la lettre L. Les faisceaux d'un même système sont désignés par une même lettre écrite en caractères minuscules ou majuscules ou en caractères grecs, suivant le rôle spécial dévolu à chacun de ces faisceaux. Ainsi, les *faisceaux sortants* sont toujours représentés par un caractère minuscule (*m* ou *l*); les *faisceaux réparateurs*, par un caractère majuscule (M ou L). D'autres faisceaux, qui paraissent également jouer le rôle de réparateurs, présentent, presque toujours, un aspect particulier ou même font complètement défaut. Je les distingue, pour cette raison, des faisceaux réparateurs proprement dits en les désignant par un caractère grec (λ) (*).

(*) Dans les segments suffisamment âgés, les faisceaux réparateurs sont *ordinairement* plus développés que les faisceaux sortants. Dans les segments jeunes, au contraire, ce sont *toujours* les faisceaux sortants qui sont les plus volumineux. J'éviterai donc de me servir des expressions grands et petits faisceaux, comme l'a fait M. S. Fugairon. Les six faisceaux que cet auteur appelle *petits faisceaux isolés* ou bien *petits faisceaux faisant face aux arcs interfasciculaires* ne sont que les massifs ligneux primaires des deux faisceaux sortants médians (*m*) et des quatre sortants latéraux (*l*). Ceux qu'il nomme *petits faisceaux complémentaires* sont ceux que je désigne par λ.

Digitized by Google

Les deux systèmes symétriques, de même que les faisceaux semblables d'un même système, seront distingués les uns des autres par l'indication de la place qu'occupe le système ou le faisceau par rapport à l'observateur.

Cette indication sera mise sous forme d'exposant à côté de la lettre qui désigne un système ou un faisceau. Nous ferons, pour cela, usage des abréviations suivantes : a = antérieur, p = postérieur, d = droit, g = gauche.

Les seize faisceaux d'une coupe telle que celle de la figure 9, planche VI, seront donc notés comme suit :

$$M^{pg},\ m^{g},\ M^{ag};\ \lambda^{ga},\ l^{ga},\ L^{ma},\ l^{da},\ \lambda^{da};\ M^{ad},\ m^{d},\ M^{pd};\ \lambda^{dp},\ l^{dp},\ L^{mp},\ l^{gp},\ \lambda^{gp}.$$

Nous pourrons dire aussi, en simplifiant, que la figure 9 de la planche VI montre deux systèmes M, l'un gauche, l'autre droit, formés de M^{p}, m, M^{a}; et deux systèmes L, l'un antérieur, l'autre postérieur, composés de λ^{g}, l^{g}, L^{m}, l^{d}, λ^{d}.

Enfin, les systèmes ou les faisceaux d'un segment seront distingués des systèmes ou des faisceaux correspondants, appartenant à un autre segment, par le numéro du segment dans lequel ils remplissent le rôle qui leur est dévolu.

5. — Dans le nouveau procédé de notation des faisceaux que je viens d'exposer, chaque faisceau reçoit un symbole qui indique sa *fonction*, c'est-à-dire le rôle qu'il doit remplir (sortant, réparateur...), la *place* que ce faisceau occupe dans la tige, ainsi que la *hauteur* du segment dans lequel il remplit sa fonction. Cette méthode consiste à désigner chaque faisceau par une *lettre* écrite en un certain *caractère* et affectée d'*exposants*. La lettre désigne le système auquel appartient le faisceau ; le caractère indique le rôle rempli par ce faisceau ; les exposants déterminent la place occupée par le faisceau et le segment dans lequel il s'acquitte de la fonction. Ainsi, $l^{ad\,1}$ désigne un faisceau qui appartient au système latéral antérieur et se trouve dans la partie droite de ce système; que le faisceau ainsi appelé est un faisceau sortant latéral du segment 1, c'est-à-dire un faisceau qui doit, au nœud du segment 1, fournir une branche à la feuille droite et d'autres branches à la stipule droite antérieure. Connaissant le rôle et la position d'un faisceau quelconque, on peut en déduire que ce faisceau doit présenter

Digitized by Google

nécessairement certains caractères trop longs à énumérer ici, mais que nous reconnaîtrons par la suite.

Outre leur précision, ces notations ont donc l'avantage de rappeler à l'esprit certaines particularités propres au faisceau considéré; elles ont encore le privilège de pouvoir se simplifier, se modifier suivant les besoins de l'exposition. On pourra, par exemple, parler des faisceaux du système L^{a1}, voulant désigner par là les cinq faisceaux λ^{ga1}, l^{ga1}, L^{ma1}, l^{da1}, λ^{da1}, qui forment un groupe nettement défini dans le segment 1. On pourra encore désigner très simplement tous les faisceaux qui jouent un même rôle dans un même segment, comme les faisceaux l^1, etc.

6. — On conçoit que pour se servir utilement de ces notations, il est indispensable de bien préciser la position de l'observateur : c'est ce que nous allons faire.

Dans sa *Théorie du faisceau* (*), M. C.-E. Bertrand suppose toujours l'observateur placé sur l'axe du membre étudié, la tête dirigée vers le point de végétation, les pieds à l'opposé et le visage regardant le premier faisceau sortant médian. L'observateur voit alors les faisceaux de la tige disposés en cercle autour de lui : parmi ces faisceaux, les uns se montrent à sa droite, d'autres à sa gauche, d'autres encore en face de lui (faisceaux antérieurs), d'autres enfin derrière lui (faisceaux postérieurs).

Nous adopterons cette méthode, qui permet de déterminer rigoureusement la position de tous les faisceaux.

L'étude que nous allons faire des tiges dans toute leur étendue établira que, dans l'Ortie, la tige ne possède que deux plans de symétrie. Dans un segment quelconque, l'un de ces plans coïncide avec le plan médian du segment, l'autre lui est perpendiculaire. Il sera démontré, de plus, que dans la région inférieure de la tige, l'un de ces plans constitue un *plan principal de symétrie* qui peut servir à fixer l'orientation de la tige. Ce plan coïncide avec le plan médian du nœud cotylédonaire et de tous les segments pairs. Nous serons aussi amenés à nommer *plan d'insertion de la tige* l'autre plan

(*) *Bulletin scientifique du Département du Nord*, 2me série, 3me année, 1880, nos 2, 3 et 4 Paris, Octave Doin, éditeur.

Digitized by Google

de symétrie qui est perpendiculaire au plan principal de symétrie. Ce plan d'insertion coïncide avec le plan médian de tous les segments impairs.

Le plan principal de symétrie des tiges forme un plan de repère qu'il est facile de retrouver lorsqu'on connaît anatomiquement la région d'insertion du membre considéré. L'existence de ce plan permet d'orienter de la même manière toutes les tiges étudiées; elle permettra aussi à l'observateur qui examine une tige dans toute son étendue de conserver une orientation constante.

Dans le nœud cotylédonaire, l'observateur, placé au centre de la tige, comme il a été dit, regarde l'un des cotylédons. Le plan de symétrie de l'observateur coïncide alors avec le plan principal de symétrie de la tige. En s'élevant dans cette tige avec les faisceaux, l'*observateur conserve cette même orientation*, de sorte que dans tous les segments impairs, les feuilles et par conséquent les systèmes M sont situés à sa droite et à sa gauche, tandis que les systèmes L sont l'un antérieur et l'autre postérieur. Au contraire, dans tous les segments pairs, les feuilles et par suite les systèmes M sont situés en avant et en arrière de l'observateur, en d'autres termes, sont antérieur et postérieur, tandis que les systèmes L sont droit et gauche.

Il en est exactement de même pour les tiges axillaires dans lesquelles l'observateur, orienté de la même manière, tourne le dos à la tige-mère.

7. — Après avoir esquissé la structure d'un segment jeune et avoir précisé la position ainsi que le parcours des faisceaux qu'il renferme, il nous reste à dire quelques mots des variations suivant l'âge et la hauteur du segment.

A un âge plus avancé, un segment tel que celui que nous avons étudié présente, outre ses faisceaux libéro-ligneux primaires, un nombre variable de *lames libéro-ligneuses secondaires*, c'est-à-dire de massifs composés des éléments secondaires du faisceau (vaisseaux, fibres, cellules grillagées). Quelques-unes de ces lames correspondent à certains faisceaux primaires, d'autres sont isolées. Il est toujours possible, cependant, de les ramener à l'un des quatre systèmes des formations primaires. Ces lames porteront les

Digitized by Google

mêmes notations que les faisceaux auxquels elles correspondent ou devraient correspondre dans le cas de lames isolées.

En comparant des segments de hauteur différente, on constate d'importantes variations. Nous ne parlerons ici que des variations du nombre des faisceaux. Les faisceaux primaires, à la base des segments, peuvent être au nombre de 4, 8, 12, 16, 20.....; au niveau de la sortie, on compte, dans ces mêmes segments, 12, 16, 20, 20, 28..... faisceaux. Quel que soit leur nombre sur une coupe transversale quelconque, les faisceaux primaires forment toujours quatre systèmes distincts. Le nombre des lames libéro-ligneuses secondaires est bien plus variable encore : j'en ai observé de 4 à 68 à la base des segments.

Quant au parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires, il se modifie dans les divers segments en raison même du nombre de ces faisceaux et de ces lames.

8. — La méthode qui a été employée pour l'étude des parcours est la méthode du levé des coupes successives et du développement de ce levé. Les procédés de dissection, de décortication ou de macération auxquels on a parfois recours étaient tout à fait insuffisants pour les recherches qui font l'objet du présent travail. C'est à cette même méthode du développement d'un organe étudié par des coupes successives que MM. Hanstein, Frank et Nägeli doivent les précieux résultats de leurs beaux travaux. C'est cette méthode aussi que les zoologistes modernes, reconnaissant l'insuffisance des procédés ordinaires de dissection, appliquent avec tant de succès aux études délicates d'embryogénie.

Pour faire le développement, c'est-à-dire le déroulement sur un plan, de la surface du cylindre formé par les faisceaux, j'ai toujours supposé la tige fendue suivant la génératrice du cylindre comprise dans le plan principal de symétrie et du côté postérieur. Le développement a été fait ensuite dans le plan tangent à la génératrice opposée (*). Dans les figures qui représentent un développement, les faisceaux et les lames libéro-ligneuses portent les notations données à ces faisceaux et à ces lames avant leur développement.

(*) Procédé de M. C.-E. Bertrand.

Digitized by Google

Toutes les figures représentant des coupes transversales ont été disposées de façon que la trace du plan principal de symétrie de la tige soit toujours verticale, la tige-mère étant supposée vers le bas. La partie antérieure d'une figure est donc celle qui est tournée vers le haut de la planche.

9. — En terminant ces généralités, il me reste à indiquer la marche que nous suivrons dans l'étude détaillée que nous allons faire des tiges de différents ordres, dans toute leur étendue, à tous leurs âges et dans diverses conditions biologiques.

Nous commencerons par l'étude complète du segment [1] de la tige principale : au point de vue des formations primaires, ce segment est, en effet, le plus simple de tous. Pour connaître entièrement ce segment, il nous faudra d'abord rechercher quelle est, à tous les âges, sa structure à sa base, puis l'examiner dans toute son étendue aux principaux âges reconnus. En passant, nous aurons l'occasion de faire quelques remarques générales sur les zones génératrices secondaires, qui jouent un si grand rôle dans la structure de l'Ortie.

Nous comparerons ensuite à ce segment [1] les segments supérieurs qui forment les tiges de différents ordres que nous prendrons à divers degrés de développement et dans diverses conditions biologiques. Pour tous ces segments, nous suivrons le parcours des faisceaux primaires ainsi que celui des lames libéro-ligneuses secondaires et nous mentionnerons les principales modifications histologiques qu'ils présentent. Des considérations générales sur la cause des variations de la structure suivant la hauteur nous amèneront à rechercher comment se fait le développement des tissus dans un sommet végétatif de grand diamètre. Cette étude nous fournira encore des données générales sur la différenciation des tissus et la formation des systèmes de faisceaux.

Nous terminerons par l'examen d'une région tout à fait spéciale : celle de l'axe hypocotylé et du nœud cotylédonaire.

Digitized by Google

CHAPITRE PREMIER.

STRUCTURE DU SEGMENT [1] DE LA TIGE PRINCIPALE.

§ 1. Structure a la base du segment [1] a tous les ages.

Pour faire cette étude, il est nécessaire de pratiquer des coupes transversales vers le milieu de l'entrenœud [1] dans des plantes de plus en plus âgées, en commençant dès le début de la germination.

1° *Stade méristématique.*

Je l'ai observé au moment où les deux cotylédons se dégageant du spermoderme commencent à s'écarter l'un de l'autre. Les feuilles de la première paire existent déjà à l'état de mamelon conique. La hauteur de l'entrenœud [1] tout entier est alors à peu près égale à l'épaisseur d'une coupe mince.

La section de l'entrenœud [1] est, en ce moment, elliptique, le grand axe de l'ellipse étant perpendiculaire au plan de symétrie des cotylédons (fig. 1 et 2, pl. I). On y distingue une assise extérieure dont tous les éléments se divisent perpendiculairement à la surface de l'organe. Cette assise constitue le *dermatogène*. A l'intérieur est un massif de cellules qui se cloisonnent en tous sens : c'est le *méristème primitif proprement dit*.

Toutes les cellules de ce massif présentent sensiblement les mêmes caractères; cependant on observe déjà, suivant le grand axe de l'ellipse, deux groupes d'éléments un peu plus petits, c'est-à-dire deux régions où la division cellulaire s'opère avec plus d'intensité. Ces deux groupes opposés l'un à l'autre représentent l'origine de deux cordons procambiaux. Ceux-ci se trouvent respectivement en dessous des feuilles de la première paire et seront appelés

Digitized by Google

cordons *médians* (M^g et M^d) parce que chacun d'eux doit fournir le faisceau médian de l'une de ces feuilles. Sur la section (fig. 2) la trace du plan médian du segment ' coïncide donc avec le grand axe de l'ellipse. Quant aux cordons *latéraux*, ils ne sont pas encore indiqués.

2° *Stade procambial.*

Je l'ai trouvé dans une petite plante dont l'entrenœud ' mesurait environ $0^{mm},4$ de hauteur, et se terminait par une paire de petites feuilles dépourvues de dents latérales.

La section de l'entrenœud ' est encore un peu elliptique, mais la différence des deux axes de l'ellipse est ici beaucoup moindre qu'au stade précédent (fig. 3).

Le dermatogène est très net : plusieurs de ses cellules ont produit des poils glandulifères qui seront décrits plus loin.

Sous cet épiderme naissant se montrent de grands éléments à section polygonale, tous semblables entre eux. Ces éléments environnent quatre massifs de cellules plus petites disposés en croix.

Dès ce moment nous constatons donc la répartition des tissus en trois groupes ou systèmes :

Le *système épidermique* représenté par le dermatogène;

Le *système libéro-ligneux* constitué ici par quatre cordons procambiaux non encore différenciés;

Le *système fondamental*, sorte de gangue commune.

Nous remarquerons en outre que ces trois systèmes sont caractérisés, dès l'origine, par le *mode* et l'*intensité* de la division cellulaire. La division des cellules se fait toujours perpendiculairement à la surface dans le dermatogène. Elle s'opère en tous sens dans les deux autres systèmes. Mais tandis que son intensité se ralentit de bonne heure dans le système fondamental, cette intensité se conserve plus longtemps dans les cordons procambiaux, où elle se localise en quelque sorte (*).

(*) Lignes de maximum d'accroissement de M. C.-E. Bertrand (*Théorie du faisceau*, dans le Bulletin scientifique du département du Nord, 2me série, 3me année, 1880, nos 2, 3 et 4).

Digitized by Google

En même temps, la division des cellules ne se fait plus également en tous sens : dans les cordons procambiaux, les cloisonnements longitudinaux commencent à prédominer. Les cellules du système fondamental sont donc, à ce stade, de grands éléments polyédriques à peu près isodiamétraux ; les cellules des cordons procambiaux sont, au contraire, plus petites et plus allongées.

Dans le cas présent, les quatre cordons procambiaux sont semblables deux à deux. Les cordons correspondant aux faisceaux L^a et L^p sont formés d'éléments tous équivalents. Ces cordons, parfaitement homogènes, ne présentent pas encore la moindre différenciation.

Au contraire, les cordons correspondant aux faisceaux M^g et M^d, qui étaient déjà indiqués au stade précédent, sont ici encore un peu en avance. Chacun d'eux présente, en effet, sur la coupe transversale, une cellule dont la paroi est beaucoup plus épaisse que celle des cellules voisines. Cet élément différencié est une trachée qui apparaît constamment vers le bord interne du cordon procambial et constitue le *centre de la différenciation ligneuse* (*).

La première trachée *ne se trouve jamais en contact immédiat* avec le tissu fondamental : elle en est toujours séparée par au moins une cellule qui, dans le cas présent, ne se différencie pas, et sera plus tard confondue avec le parenchyme formant le tissu fondamental interne ou moelle (**).

De même, tout autour du cordon procambial, on remarque une série de cellules dont la taille est intermédiaire entre celle des cellules du parenchyme fondamental et celle des éléments intérieurs du cordon. Plus tard ces cellules formeront une zone de transition autour du faisceau différencié.

(*) C.-E. Bertrand, *Théorie du faisceau.*

(**) Dans certaines plantes assez rares, il est vrai, parmi les Phanérogames actuelles, les cellules procambiales situées entre la première trachée et le tissu fondamental interne se transforment en éléments libériens parfaitement caractérisés. Dans ces plantes, le faisceau primaire se compose donc d'un bois primaire, d'un liber primaire externe et d'un liber primaire interne (la Bryone, par exemple). Dans ce cas, il se produit souvent deux zones génératrices intrafasciculaires : une zone cambiale externe et une zone cambiale interne qui produisent l'une et l'autre du bois secondaire et du liber secondaire (*Théorie du faisceau*).

Dans l'Ortie, il n'y a pas de liber primaire interne caractérisé et il ne se forme pas de zone cambiale interne. Les productions externes du faisceau existent seules. Dans le présent travail, je me dispenserai donc de répéter le qualificatif *externe* pour chacune des parties primaires ou secondaires du faisceau.

Digitized by Google

3° *Différenciation libéro-ligneuse primaire et apparition d'une zone génératrice secondaire intrafasciculaire.*

La différenciation des tissus primaires est très précoce : je l'ai vue s'opérer vers le milieu de l'entrenœud [1] au moment où les feuilles de la première paire, munies déjà d'une ou deux dents de chaque côté, découvraient les feuilles de la seconde paire.

La section transversale de l'entrenœud [1] a maintenant la forme d'un carré dont les angles seraient arrondis et dont les côtés seraient creusés d'un large sinus. Les deux axes rectangulaires passant par le milieu des faisceaux sont, en effet, sensiblement égaux. Les quatre faisceaux, d'ailleurs, sont arrivés, à très peu près, au même stade de développement (fig. 4).

Chacun des quatre cordons procambiaux de la coupe précédente a subi une double différenciation : les éléments les plus rapprochés du centre de la tige se sont transformés en *bois;* les éléments les plus éloignés de ce centre se sont transformés en *liber* (fig 5). Entre la première trachée formée et le centre de figure du cordon procambial, se sont différenciées deux autres trachées reconnaissables, comme la première, à leurs parois épaisses (*). Les trachées constituent les éléments caractéristiques du bois primaire. Derrière elles, on voit cinq ou six éléments non encore différenciés, mais qui se transformeront en vaisseaux et en fibres ligneuses.

A l'extrémité opposée du faisceau se montrent les cellules grillagées qui caractérisent le liber (**).

Entre ces deux groupes d'éléments différenciés, on remarque quatre ou cinq cellules qui sont en voie de division : la cloison nouvellement formée y est tangentielle, c'est-à-dire perpendiculaire au rayon de la tige passant par la cellule-mère. Ce recloisement va produire un tissu générateur nouveau, un cambium (***).

(*) Ce fait confirme *la règle de différenciation ligneuse*, posée dans la *Théorie du faisceau*.
(**) Cet autre fait vérifie *la règle de position libéro-ligneuse* (loc. cit.).
(***) Conformément à *la règle de position des zones cambiales* (loc. cit.).

Digitized by Google

La différenciation libéro-ligneuse des faisceaux de l'entrenœud [1] de l'Ortie nous offre deux faits intéressants :

1° Le petit nombre des éléments primaires ligneux et libériens. Pour le bois, ce nombre est d'une dizaine seulement;

2° L'apparition précoce de la zone cambiale. Tous les éléments ligneux et libériens ne sont pas encore complètement différenciés, que déjà les recloisements tangentiels se manifestent. Il semble qu'il n'y ait pas eu le moindre temps d'arrêt entre les divisions cellulaires des cordons procambiaux et les recloisements de la zone cambiale.

De même que nous avons vu la période méristématique prendre fin par la localisation, dans les cordons procambiaux, du cloisonnement rapide des cellules, de même nous voyons, à la fin de la période procambiale, les divisions cellulaires se localiser encore et se réfugier dans une région déterminée des cordons. Les éléments qui cessent de se cloisonner se différencient en parenchyme fondamental après le stade méristématique, en éléments conducteurs (bois et liber) après le stade procambial.

Remarquons, en outre, qu'en même temps que les divisions cellulaires se localisent de plus en plus, la direction générale des cloisonnements se détermine également de plus en plus. Dans le méristème primitif, le cloisonnement se faisait en tous sens; dans les cordons procambiaux, le cloisonnement était surtout longitudinal; dans la zone cambiale, il est longitudinal et de plus tangentiel.

Quant au système fondamental qui environne les faisceaux en voie de différenciation (fig. 4 et 5), il est formé d'un parenchyme à peu près homogène, mais dans lequel on peut distinguer topographiquement :

Un tissu fondamental *interne* (moelle);

Un tissu fondamental *interfasciculaire* (rayons médullaires primaires des auteurs);

Un tissu fondamental *externe* (parenchyme cortical, subdivisé en couche herbacée et hypoderme).

Digitized by Google

4° *Établissement d'une zone génératrice secondaire interfasciculaire.*

Ce stade a été observé au milieu d'un entrenœud [1] qui mesurait environ 1 centimètre de longueur; l'entrenœud [2] commençait à s'allonger et les feuilles de la seconde paire s'étalaient à leur tour (*).

La section transversale de l'entrenœud a conservé à peu près la forme qu'elle avait au stade précédent (fig. 7). Les quatre faisceaux à peu près identiques montrent une zone cambiale intrafasciculaire en pleine activité. Celle-ci produit des éléments ligneux secondaires contre le bois primaire et des éléments libériens secondaires contre le liber primaire (fig. 8).

Mais le phénomène caractéristique de ce stade est un recloisonnement qui se manifeste dans certaines cellules du tissu fondamental interfasciculaire. Les cloisons nouvelles sont tangentielles et ne se produisent que dans la bande cellulaire qui va d'une zone cambiale à l'autre. Les nouvelles cellules ainsi produites continueront à se diviser surtout tangentiellement pour donner naissance à de nouveaux tissus vers l'intérieur et vers l'extérieur.

A partir de ce moment, il existe donc des zones génératrices secondaires intrafasciculaires et des zones génératrices interfasciculaires (pl. II, fig. 1, 2, 3 et 4). La suite du développement de la tige se réduit au fonctionnement de ces zones génératrices, sujet qui va maintenant fixer notre attention.

5° *Fonctionnement des zones génératrices secondaires.*

Les zones génératrices ne fonctionnent pas d'une manière identique pendant toute la durée de la période secondaire.

Il me paraît utile de distinguer les premiers temps de leur fonctionnement

(*) Les quatre premiers stades du développement, au milieu de l'entrenœud [1], ont été observés sur de jeunes plantes provenant d'un semis fait dans un sol riche. Les stades ultérieurs ont été observés dans des plantes spontanées. Il est à remarquer que les conditions de milieu (humidité, chaleur, nature du sol, etc.) *influent beaucoup sur le moment d'apparition* des phénomènes que nous venons d'étudier.

Digitized by Google

sous le nom de période secondaire ancienne, par opposition à une période secondaire plus récente. Il est bien entendu, toutefois, que cette division est quelque peu artificielle, aucun phénomène spécial ne marquant nettement la fin de la période secondaire ancienne et le début de la période secondaire récente (*).

* PÉRIODE SECONDAIRE ANCIENNE.

La figure 6, planche II, représente l'ensemble de la section transversale à la base du segment[1] d'une plante ayant cinq entrenœuds extérieurement distincts (**). Cette section tend à s'arrondir de plus en plus. Les planches III et IV sont des dessins détaillés de portions de la même coupe, ainsi que de coupes radiales et tangentielles pratiquées au même niveau.

Système libéro-ligneux.

Formations primaires.

On reconnaîtra aisément, dans la figure 6, planche II, les quatre massifs ligneux primaires qui s'avancent en forme de coin vers le centre de la tige. La pointe du coin est occupée par la première trachée. Derrière celle-ci se trouvent quelques autres trachées d'un diamètre un peu plus grand et entremêlées d'éléments ligneux mal caractérisés, à parois minces. Cet ensemble forme le bois primaire (pl. III, fig. 1).

Le liber primaire est refoulé vers la périphérie. Outre les cellules grilla-

(*) Les périodes primaire et secondaire sont, au contraire, parfaitement caractérisées et délimitées. Tous les tissus primaires proviennent de la différenciation d'éléments fournis par le méristème primitif, soit directement, soit par l'intermédiaire du procambium. Les tissus secondaires sont le résultat de la différenciation d'éléments produits par des zones génératrices secondaires. L'apparition de ces dernières établit la limite entre la période primaire et la période secondaire.

(**) J'indiquerai le développement atteint en longueur par les tiges que nous étudierons en précisant le nombre d'entrenœuds extérieurement distincts, c'est-à-dire visibles à première vue en dessous du bourgeon terminal en végétation. Ce bourgeon comprend plusieurs entrenœuds encore très courts et cachés par les jeunes feuilles. Je crois néanmoins que cette indication du nombre des entrenœuds distincts est d'une exactitude suffisante dans les cas ordinaires.

Digitized by Google

gées, il comprend des cellules prismatiques à parois minces et des fibres de grand diamètre à parois épaisses.

Sur une coupe transversale, ces derniers éléments se montrent d'abord comme de grandes cellules à contour polygonal arrondi, d'un diamètre de $0^{mm},12$ environ. Leurs parois sont fortement épaissies, jamais cependant au point d'oblitérer la cavité cellulaire. Ces fibres s'écrasent facilement sitôt que commence l'accroissement diamétral secondaire de la tige et prennent alors l'aspect d'anneaux déformés, brillants, dont le grand axe peut mesurer $0^{mm},2$ (pl. III, fig. 1). Isolées par la macération des tiges, elles sont si longues qu'on en trouve rarement les deux extrémités. Celles-ci sont amincies en une longue pointe (fig. 8, pl. III). Ces éléments présentent parfois successivement des étranglements et des dilatations, comme l'a très bien fait remarquer M. S. Fugairon. Vue de face, leur paroi montre de nombreuses stries obliques (fig. 7). Quant au contenu, il semble avoir disparu des fibres complètement développées; quelquefois, cependant, on y aperçoit par place une matière granuleuse comparable à du latex (fig. 8).

Il me paraît que ce sont ces grands éléments que M. Treub regarde comme vaisseaux laticifères lorsque, dans son travail *sur les cellules végétales à plusieurs noyaux* (*), il s'exprime ainsi : « Je range ici parmi les laticifères, les grands tubes, bien distincts des fibres libériennes, surtout dans les jeunes parties des tiges, qui se trouvent dans les couches internes de l'écorce chez l'*Urtica dioica;* à la rigueur, je n'en ai pas le droit, car ces tubes ne produisent pas de latex; ils ressemblent beaucoup aux laticifères du *Vinca minor,* où le latex n'est d'ailleurs guère plus visible. »

M. Treub signale la présence de plusieurs noyaux dans les vaisseaux laticifères, ainsi que dans les fibres libériennes de l'Ortie. Les nombreux noyaux que j'ai observés dans de jeunes fibres étaient plus allongés que ceux que cet auteur a figurés; ils ressemblaient davantage aux noyaux fusiformes des fibres libériennes du Houblon.

(*) Extrait des *Archives néerlandaises,* t. XV (15 août 1879). Voyez aussi Fr. Kallen, *Das Verhalten des Protoplasma in dem Geweben von Urtica urens entwicklungsgeschichtlig dargestellt.* Inaug — Dissertation (Flora LXV, 1882, Heft 5-7.) Analysé dans le *Botanisches Centralblatt,* Jahrgang III (1882), Band XI, n° 11, p. 386.

Digitized by Google

Formations secondaires.

La zone génératrice contenue dans les faisceaux (pl. III, fig. 1 et 2, C*b*) se compose de cinq ou six rangs de petites cellules disposées en séries radiales et se divisant tangentiellement. Ces cellules sont longues; la coupe tangentielle montre que les cloisons transversales sont presque toutes très obliques (fig. 5).

Cette zone génératrice a produit du bois secondaire contre le bois primaire et du liber secondaire contre le liber primaire.

Le bois secondaire est constitué par des vaisseaux et des fibres ligneuses. Les vaisseaux (pl. III, *v*) sont isolés ou groupés par deux, trois ou quatre, plus rarement par cinq à huit, et alors ils se déforment les uns les autres. Leurs parois sont ornées de larges ponctuations simples, elliptiques et disposées transversalement, ou de petites ponctuations aréolées, très nombreuses et très rapprochées, dont le contour extérieur est hexagonal. Les cellules vasculaires sont assez longues, de grand diamètre, et après leur fusion elles laissent voir un reste des cloisons transversales sous la forme d'un anneau saillant à l'intérieur du tube.

Les fibres ligneuses (pl. III, *f. b.*) ont une section irrégulièrement polygonale à cavité arrondie. Leurs parois, assez épaisses, sont munies de petites ponctuations traversées par une fente oblique. Les extrémités sont *pointues sur la coupe radiale aussi bien que sur la coupe tangentielle* (fig. 3 et 6). Pendant la période de végétation, elles contiennent beaucoup d'amidon.

Le liber secondaire (liber mou) renferme un grand nombre de cellules grillagées, ou tubes criblés, longues, assez étroites et réunies par groupes. Elles montrent parfaitement les épiclèthres, plus difficilement la plaque grillagée qui est transversale, légèrement oblique sur la coupe radiale (fig. 2), très oblique sur la coupe tangentielle (fig. 4). Le liber secondaire comprend, en outre, des cellules prismatiques dont plusieurs sont recloisonnées transversalement en un grand nombre de petites cellules. Dans chacune de celles-ci se trouve une petite mâcle d'oxalate de chaux, en forme d'oursin. On observe également quelques fibres de faible diamètre ($0^{mm},01$ seulement) et tellement épaissies que la cavité est réduite à un simple point (fig. 1, *f. l.*).

Digitized by Google

Systèmes fondamental et épidermique.

Formations primaires.

Le tissu fondamental interne et le tissu fondamental interfasciculaire n'ont pas subi de modifications importantes. Leurs éléments de forme cylindrique se sont accrus, et plusieurs d'entre eux se sont subdivisés par des cloisons longitudinales et transversales en un nombre variable de petites cellules occupées chacune par une mâcle d'oxalate de chaux (pl. IV, fig. 11). Ces mâcles sont beaucoup plus grosses et plus anguleuses que celles du liber secondaire. On n'observe pas d'amidon dans ce tissu.

Le tissu fondamental primaire externe comprend trois ou quatre assises seulement.

La plus extérieure (hypoderme) se compose de cellules à parois un peu épaissies, légèrement collenchymateuses même, en face des faisceaux. La couche sous-jacente ou enveloppe herbacée est constituée par de grandes cellules cylindriques qui laissent entre elles des méats intercellulaires; ces cellules contiennent de la chlorophylle dans le jeune âge. Les cellules de cette zone se recloisonnent fréquemment, pour se prêter à l'accroissement diamétral de la tige.

Un phellogène s'établit dans l'assise la plus intérieure du tissu fondamental externe par un recloisonnement tangentiel des cellules de cette assise (fig. 1 des pl. III et IV, L*g*). Cette zone génératrice secondaire ne produit guère que quelques éléments externes qui se subérifient, provoquant ainsi la décortication du tissu fondamental primaire externe et de l'épiderme. Cette décortication ne se produit plus sur les entrenœuds élevés de la tige.

L'épiderme n'offre pas de caractères particuliers, si ce n'est la présence de poils dont quelques-uns sont élevés sur une proéminence du tissu fondamental recouverte par l'épiderme. Les productions épidermiques seront étudiées plus loin.

Digitized by Google

Productions secondaires.

La zone génératrice qui s'est constituée dans le tissu fondamental primaire interfasciculaire se compose maintenant de deux ou trois rangs de cellules disposées en séries radiales et se divisant tangentiellement (pl. IV, fig. 1, C*bf*). Leur taille est sensiblement plus grande que celles des cellules de la zone génératrice intrafasciculaire C*b*. Leur forme est cependant la même : les cloisons transversales se montrent horizontales sur la coupe radiale (fig. 3) et très obliques sur la coupe tangentielle (fig. 6).

Les tissus formés par les zones génératrices interfasciculaires ont été rapportés au bois et au liber secondaires par M. S. Fugairon. Je ne puis partager cette opinion, attendu que les tissus secondaires interfasciculaires ne présentent pas les éléments caractéristiques du bois « les vaisseaux » (*), ni les éléments caractéristiques du liber « les cellules grillagées ». Je rapporte donc au système fondamental ces tissus qui offrent, d'ailleurs, des caractères spéciaux que nous allons étudier.

M. S. Fugairon a lui-même reconnu comme un fait général que les arcs interfasciculaires sont dépourvus de vaisseaux. Il a, de plus, parfaitement constaté dans l'*Urtica cannabina* l'absence des tubes criblés dans les parties de l'écorce qui correspondent à ces mêmes arcs interfasciculaires.

Je désignerai donc sous le nom de *tissu fondamental secondaire interne*, les tissus formés à l'intérieur de la zone génératrice, *lorsque ces tissus ne renferment pas de vaisseaux;* je nommerai *tissu fondamental secondaire externe*, ceux qui, produits à l'extérieur de cette même zone, *ne contiennent pas de cellules grillagées* (**). Dans le segment qui nous occupe en ce moment,

(*) Par vaisseaux, il faut entendre ici les éléments ligneux que l'on considère comme dérivés de la trachée (vaisseaux annelés, rayés, ponctués, scalariformes.....) à l'exclusion des vaisseaux laticifères qui peuvent exister partout et des vaisseaux grillagés ou cellules grillagées qui appartiennent au liber.

(**) Ces termes sont un peu longs, mais ils sont nécessaires pour bien préciser les tissus que nous décrivons en ce moment et pour montrer leurs relations avec d'autres tissus que nous rencontrerons bientôt. Je crois d'ailleurs pouvoir faire usage, sans préjudice pour la clarté de l'exposition, de l'abréviation $T/^2$ pour désigner le *tissu fondamental secondaire* dont il sera si souvent fait mention dans ce mémoire. Ce sera la seule abréviation employée.

Digitized by Google

les Tf^2 interne et externe sont situés entre les faisceaux : ils sont donc *inter-fasciculaires.*

Sur la coupe transversale (pl. IV, fig. 1), le Tf^2 interfasciculaire interne se montre formé de cellules à section polygonale (rectangulaire, pentagonale ou hexagonale), les unes à parois minces, les autres à parois épaisses, toutes disposées en séries radiales qui font suite aux séries de la zone génératrice correspondante. Les méats qu'elles laissent entre elles sont généralement de forme quadrangulaire.

Parfois, tous les éléments du Tf^2 interne, du moins dans de jeunes plantes, ont conservé leurs parois minces; d'autres fois, tous se sont fortement épaissis, sclérifiés; le plus ordinairement on observe une alternance d'éléments mous et d'éléments durs disposés en zones concentriques plus ou moins épaisses. Les figures 3, 5 et 6, planche II, montrent la distribution des parties dures et molles du Tf^2 interfasciculaire interne, à la base de segments [1] appartenant à des plantes ayant de quatre à sept entrenœuds distincts. On voit que la distribution de ces deux variétés de tissus est très variable : elle semble dépendre des conditions de milieu dans lesquelles la plante a vécu. Un sol riche et humide provoque le développement des tissus mous.

Morphologiquement, aucune importance ne me paraît devoir être attribuée à la distribution des zones dures et molles du Tf^2 interne.

Une coupe radiale passant entre deux faisceaux (pl. IV, fig. 3) nous fait voir les cellules du Tf^2 interne comme de longs prismes, tous de même hauteur et parfaitement alignés. Ces prismes se recouvrent les uns les autres par leurs extrémités, et se terminent, en haut et en bas, par une *arête horizontale.* Le diamètre des cellules à parois épaisses est plus petit que celui des cellules à parois minces, mais *la forme est la même pour toutes.*

Une coupe tangentielle passant par une zone d'éléments mous (fig. 5, pl. IV) montre que les prismes qui constituent le Tf^2 interne *se terminent en pointe, ou plutôt en biseau.* Ce sont ces biseaux qui se recouvraient dans la coupe précédente. Cette forme de cellule est d'ailleurs la même que celle des cellules génératrices correspondantes (fig. 6).

Une coupe parallèle à la précédente et passant par une zone de cellules sclérifiées (fig. 4) confirme ce que les autres coupes nous ont appris, à

Digitized by Google

savoir que les cellules à parois épaisses ont la même forme que les cellules à parois minces. Comme conséquence de leur sclérification, les premières montrent de petites ponctuations avec fente oblique (*).

Toutes les cellules du Tf^2 interfasciculaire interne, sclérifiées ou non, renferment beaucoup d'amidon. Celui-ci n'a été représenté que dans quelques cellules des figures 4 et 5.

Quelques coupes radiales (fig. 8) m'ont laissé voir, dans le Tf^2 interfasciculaire, des bandes dirigées radialement et formées de petites cellules disposées à peu près comme les briques d'un mur. Ces bandes, hautes de sept à dix cellules, larges d'une cellule seulement, traversent perpendiculairement toutes les séries cellulaires du Tf^2 interne et externe; elles rappellent entièrement ce que les auteurs désignent sous le nom de rayons médullaires secondaires dans le bois secondaire de beaucoup d'arbres dicotylés. Des coupes tangentielles passant par une zone d'éléments sclérifiés (fig. 9) ou par une zone d'éléments mous (fig. 10) rencontrent ces bandes perpendiculairement, et nous montrent que leur formation est due à un recloisonnement transversal d'une cellule prismatique semblable aux autres cellules du Tf^2. Dans les zones d'éléments mous, les petites cellules de la bande radiale ont conservé également leurs parois minces; dans les zones d'éléments durcis, elles se sont sclérifiées de la même manière. A part quelques-unes qui renferment une mâcle d'oxalate, toutes ces petites cellules contiennent de l'amidon. Leurs dimensions dans le sens radial et tangentiel étant sensiblement les mêmes que les dimensions des cellules voisines, on conçoit qu'il soit impossible de reconnaître, sur la coupe transversale, la présence des bandes radiales dont nous nous occupons. Ce fait, joint à leur rareté relative, explique sans doute comment elles ont complètement passé inaperçues jusqu'ici.

Le Tf^2 interfasciculaire externe est entièrement mou. Il est bien moins

(*) La difficulté d'obtenir des coupes parfaitement radiales explique comment la majeure partie des coupes longitudinales doit montrer des cellules plus ou moins pointues aux deux extrémités. De là vient peut-être aussi le rapprochement qu'on avait cru pouvoir faire entre les cellules épaissies du Tf^2 interne et les fibres ligneuses. La comparaison des pl. III et IV suffit pour faire ressortir les notables différences qui existent entre ces éléments.

Digitized by Google

développé que le tissu interne correspondant. Le liber secondaire présente d'ailleurs le même fait par rapport au bois secondaire.

Les éléments du Tf^2 externe sont encore des cellules prismatiques, mais qui, pour la plupart, se recloisonnent longitudinalement et transversalement. Par suite de ces divisions, l'arrangement primitif de ces éléments disparaît plus ou moins complètement. Peu à peu ils prennent, sur une coupe transversale, l'aspect d'un liber secondaire (pl. IV, fig. 1 et 2). Comme dans le liber secondaire, d'ailleurs, nous trouvons ici de longs prismes subdivisés en petites cellules superposées renfermant chacune une mâcle d'oxalate en oursin (fig. 3 et 7). Nous trouvons aussi quelques fibres de petit diamètre et fortement épaissies. Lorsque la disposition en séries radiales peut se reconnaître, ces petites fibres se trouvent rarement dans une de ces séries; souvent, au contraire, elles alternent avec ces séries et se trouvent entre quatre cellules (fig. 2). Leur section est alors carrée et orientée de telle façon que l'un des angles est tourné vers le centre de la tige. Dans ce cas, on est tenté de croire à un épaississement des parties de quatre cellules qui circonscrivent un méat. Quoi qu'il en soit, ces petites fibres isolées, plus rarement groupées par trois, quatre ou cinq, n'existent pas toujours : leur présence paraît dépendre des conditions de vie de la plante.

Le Tf^2 interfasciculaire externe, de même que le liber secondaire, ne contient jamais d'amidon. Le premier diffère cependant essentiellement du second par l'absence de cellules grillagées.

** PÉRIODE SECONDAIRE RÉCENTE.

La structure subit de très notables changements pendant la période secondaire récente. C'est ce que va établir l'examen de trois sections transversales pratiquées à la base du segment [1] de trois tiges principales d'âge différent.

Digitized by Google

a. — *Section transversale à la base du segment*[1] *d'une tige principale qui comptait dix entrenœuds distincts* (pl. II, fig. 7).

Système libéro-ligneux.

Formations primaires.

Il suffira de mentionner l'écrasement de plus en plus complet du liber primaire, refoulé à la périphérie par le grand accroissement diamétral de la tige.

Productions secondaires.

Les quatre faisceaux M^g, M^d, L^a, L^p ne sont plus identiques.

Dans les faisceaux L, la zone génératrice a continué à fonctionner régulièrement pendant toute la durée de la période secondaire. Elle s'est élargie à mesure qu'elle s'éloignait du centre de la tige, de sorte que le massif ligneux secondaire est devenu lui-même de plus en plus large. Les éléments du bois secondaire récent sont les mêmes que ceux du bois secondaire ancien. La même observation est à faire au sujet des éléments du liber secondaire récent.

Dans les faisceaux M, on remarquera un massif d'éléments ligneux secondaires qui se sont formés de bonne heure : c'est du bois secondaire ancien. Derrière ce massif, les éléments secondaires plus récents du faisceau se séparent en deux lames qui divergent suivant deux rayons et sont séparées par des tissus présentant tous les caractères du Tf^3. Ces derniers tissus seront donc étudiés plus loin.

Chaque lame secondaire des faisceaux M est formée des mêmes éléments que la partie secondaire récente des faisceaux L, c'est-à-dire de bois secondaire récent, d'une zone génératrice et de liber secondaire récent. Ce sont ces massifs secondaires, séparés les uns des autres par du tissu fondamental secondaire, que je désigne sous le nom de *lames libéro-ligneuses secondaires*.

De même que nous venons de voir le Tf^2 interne diviser radialement cer-

Digitized by Google

tains faisceaux, de même ce Tf^2 interne peut également interrompre transversalement les lames libéro-ligneuses. C'est ce que nous montre, vers son milieu, la lame postérieure du faisceau M^5, et, près de son origine, la lame antérieure du même faisceau (fig. 7, pl. II).

Ce fait est important à noter : il nous permettra d'interpréter certaines dispositions, bizarres en apparence, de tissus que nous rencontrerons par la suite.

Enfin, entre les quatre faisceaux de la tige on observe, sur la section qui nous occupe, quatre groupes libéro-ligneux analogues aux lames libéro-ligneuses secondaires des faisceaux M. Ces quatre nouveaux groupes sont complètement isolés, c'est-à-dire sans rapport visible, *à cette hauteur*, avec les productions primaires de la tige. Ils se trouvent plongés dans le Tf^2 interfasciculaire et commencent beaucoup plus vers l'extérieur que les lames libéro-ligneuses M, ce qui indique qu'ils ont apparu assez tard pendant la période secondaire. Ils sont constitués seulement par du bois et du liber secondaire récents séparés par une zone génératrice à petits éléments. Ce sont donc des faisceaux secondaires, lesquels sont, comme on sait, caractérisés par l'absence de trachées.

Nous aurons, par la suite, à constater certaines relations entre les faisceaux secondaires dont il vient d'être question et les faisceaux que nous avons appelés λ dans les *Généralités sur la tige*. Nous serons ainsi amenés à considérer les faisceaux secondaires du segment [1] comme des lames libéro-ligneuses secondaires, sans rapport visible, à cette hauteur, avec des formations primaires qui existent plus haut. D'après leur position, les quatre faisceaux secondaires ou lames libéro-ligneuses isolées de la figure 7, planche II, seront qualifiés de λ^{ga}, λ^{da}, λ^{gp}, λ^{dp}.

Systèmes fondamental et épidermique.

Formations primaires.

Le tissu fondamental primaire externe et l'épiderme sont décortiqués; on n'en retrouve plus que des débris au-dessus du liège qui constitue maintenant la surface de la tige, à la hauteur de l'entrenœud [1].

Digitized by Google

Le tissu fondamental primaire interne et le tissu interfasciculaire ne sont pas modifiés.

Productions secondaires.

Le Tf^2 interfasciculaire interne présente de quatre à dix arcs concentriques alternant plus ou moins régulièrement : les uns sont formés d'éléments durs, les autres d'éléments mous identiques à ceux que nous avons fait connaître au stade précédent.

Le Tf^2 interfasciculaire externe est semblable aussi à celui que nous connaissons déjà.

En parlant des faisceaux M, nous avons constaté entre les deux lames libéro-ligneuses qui le prolongent l'existence d'un Tf^2 intrafasciculaire. Non seulement la forme et le contenu des cellules de ce tissu sont les mêmes que dans le Tf^2 interfasciculaire, mais on retrouve ici la même disposition en bandes alternantes; les bandes se correspondent même exactement des deux côtés de chaque lame libéro-ligneuse.

L'ensemble de ce Tf^2 intrafasciculaire interne est engendré par une zone génératrice à grands éléments qui produit aussi un Tf^2 intrafasciculaire externe identique au Tf^2 interfasciculaire externe.

b. — *Section transversale à la base du segment*[1] *d'une tige principale qui comptait dix-sept entrenœuds distincts* (pl. II, fig. 8).

La section précédente (fig. 7) présentait quatre faisceaux primaires et dix lames libéro-ligneuses secondaires. La section dont nous allons nous occuper (fig. 8) offre douze faisceaux primaires et vingt-huit lames secondaires.

Le nombre douze des faisceaux primaires est en quelque sorte anormal. La section pratiquée à la base du segment que nous étudions a rencontré certains faisceaux qui, dans le segment[1] des autres tiges principales, ne prennent naissance que plus haut.

Ces douze faisceaux se groupent en quatre systèmes : un système gauche

Digitized by Google

et un système droit formés de M^p, m, M^a; un système antérieur et un système postérieur formés de l^g, L^m, l^d.

Conformément à la convention faite dans les *Généralités sur la tige,* les faisceaux désignés par une lettre en caractère minuscule (m et l) sont les faisceaux sortants. On remarquera que ces faisceaux sont réduits à leurs formations primaires. Derrière le petit groupe ligneux primaire de chacun de ces faisceaux s'est formé, en effet, du Tf^2 pendant un certain temps; plus tard cependant, une lame libéro-ligneuse secondaire s'est montrée sur le prolongement du rayon passant par chacun d'eux. Ces lames libéro-ligneuses seront désignées par les mêmes lettres que les faisceaux primaires correspondants.

Les faisceaux primaires qui ne sortent pas de la tige au nœud suivant (faisceaux réparateurs M^p, M^a, L^m) montrent derrière eux une lame libéro-ligneuse secondaire qui, un peu plus tôt ou un peu plus tard, se divise en deux lames séparées par du Tf^2.

Entre les deux lames libéro-ligneuses secondaires qui correspondent à chacun des faisceaux primaires L^m, a apparu bien tard une petite lame isolée. Lorsque nous suivrons le trajet des trois lames qui existent actuellement derrière chacun des faisceaux L^m, nous serons amenés à nommer ces lames M^{2g}, m^2, M^{2d}.

En suivant également le trajet des deux lames libéro-ligneuses secondaires qui correspondent à chaque faisceau M^p ou M^a, nous reconnaîtrons que l'une de ces lames accompagnera plus haut le faisceau primaire sortant latéral du nœud ^{2}; d'après nos conventions des *Généralités,* cette lame doit donc s'appeler l^2. L'autre, qui accompagnera le faisceau M^p ou M^a, portera, suivant le cas, l'une ou l'autre de ces deux notations.

Nous retrouvons ici aussi les quatre lames libéro-ligneuses isolées, ou faisceaux secondaires nommés dans la section précédente : λ^{ga}, λ^{da}, λ^{gp}, λ^{dp}.

Enfin, quatre autres lames analogues aux quatre précédentes, mais apparues plus tardivement, jouent dans le nœud ^{2} le rôle que les lames précédentes remplissent dans le nœud ^{1}. Elles seront donc nommées λ^2.

Les vingt-huit lames que nous venons de passer en revue peuvent se grouper en quatre systèmes : deux systèmes, l'un gauche, l'autre droit,

Digitized by Google

formés de λ^{2p}, l^{2p}, M^{1p}, m^1, M^{1a}, l^{2a}, λ^{2a}; deux systèmes, l'un antérieur, l'autre postérieur, formés de λ^{1g}, l^{1g}, M^{2g}, m^2, M^{2d}, l^{1d}, λ^{1d}.

Au niveau de la section représentée par la figure 8, planche II, la lame secondaire λ^{2dp} est double, mais à un niveau un peu supérieur, cette lame divisée redevient simple.

c. — *Section transversale à la base du segment[1] d'une tige principale plus âgée encore* (pl. II, fig. 9).

Cette section montre quatre faisceaux primaires et une quarantaine de lames libéro-ligneuses secondaires. Parmi celles-ci, on retrouve toutes les lames énumérées au sujet de la section précédente; les autres prennent naissance de plus en plus loin du centre de la tige.

Le Tf^2 est ici formé d'une douzaine de zones sclérifiées, alternant avec un nombre égal de zones dont les cellules ne sont pas épaissies.

Les éléments qui forment les divers tissus (bois et liber primaires et secondaires, tissu fondamental primaire et secondaire, zones génératrices....) sont les mêmes que ceux que nous avons décrits précédemment.

Remarquons en terminant que les modifications que la structure subit à la base du segment[1] pendant toute la durée de la période secondaire, peuvent se résumer très simplement en ceci : *Augmentation graduelle du nombre des lames libéro-ligneuses secondaires qui prennent naissance de plus en plus loin du centre de la tige.*

Annexe au § 1.

Considérations générales sur les zones génératrices secondaires.

Maintenant que nous connaissons la structure secondaire et que nous avons constaté que cette structure résulte du fonctionnement des zones génératrices secondaires, nous allons porter notre attention spécialement sur ces zones. Cette étude nous donnera la clef de toutes les complications survenues depuis la période primaire.

Digitized by Google

Toutes les zones génératrices secondaires présentent des caractères communs très importants, qui sont :

1° Leur moment d'apparition postérieur à la différenciation libéro-ligneuse des cordons procambiaux ;

2° Leur mode de formation par recloisonnement d'éléments quelconques ayant conservé leur vitalité ;

3° Leur mode de division cellulaire qui se fait surtout parallèlement à une direction déterminée (*) ;

4° Leur faculté de produire des tissus secondaires, les uns internes, les autres externes.

Mais elles présentent aussi des différences notables :

1° Au point de vue topographique : les zones génératrices secondaires peuvent apparaître, soit à l'intérieur des faisceaux, soit à l'extérieur, dans le tissu fondamental. Dans le premier cas, elles seront dites intrafasciculaires; dans le second cas, elles seront interfasciculaires;

2° Au point de vue du fonctionnement : dans les unes, la division cellulaire s'opère plus fréquemment; les jeunes cellules qui constituent ces zones sont par suite plus petites et disposées sur plusieurs rangs. Dans les autres, la division des cellules se fait plus lentement; leurs éléments sont alors plus grands et forment un moins grand nombre de rangs (pl. II, fig. 2 et 4, *Cb* et *Cbf*).

Dans le premier cas, les cellules nouvellement produites se transforment en éléments conducteurs : bois et liber secondaires. Dans le second cas, les nouvelles cellules forment des tissus dont les éléments conservent ordinairement leur disposition en séries radiales ou bien se recloisonnent de manière à dissimuler cette disposition primitive; ces mêmes éléments conservent souvent leur forme et la minceur originale de leurs parois, mais ils peuvent aussi se modifier, s'épaissir et prendre tel aspect ou tel autre sans jamais cependant se transformer en vaisseaux ou en cellules grillagées. L'ensemble de ces tissus constitue le tissu fondamental secondaire, dans lequel on peut

(*) Dans les cas que nous avons eu l'occasion d'observer à la base du segment, cette direction était tangentielle, c'est-à-dire parallèle à la surface de la tige.

Digitized by Google

distinguer un Tf^2 interne formé vers le centre de l'organe et un Tf^2 externe formé du côté opposé (*).

Remarquons de suite *qu'il n'y a pas de rapport constant entre la position d'une zone génératrice et son mode de fonctionnement.*

M. C.-E. Bertrand désigne spécialement sous le nom de *zone cambiale* ou de *cambium* les zones génératrices secondaires dont les éléments se transforment en bois et en liber secondaires. Il réserve le nom de *zone cambiforme* ou de *cambiforme* (**) aux zones génératrices secondaires dont les éléments se transforment en tissu fondamental secondaire et en liège (***), c'est-à-dire en tissus dépourvus de vaisseaux et de cellules grillagées, mais pouvant prendre toutes les autres formes.

Ces termes sont utiles et, à ce titre, je m'en servirai volontiers, en faisant

(*) Un fait qui frappera sans doute le lecteur est la relation qui existe entre l'intensité du cloisonnement cellulaire dans les zones génératrices et la différenciation des éléments issus de ces zones.

Peut-être suffira-t-il de faire remarquer que, à part les vaisseaux, les éléments ligneux et libériens ont un diamètre plus petit que celui des éléments du Tf^2 non recloisonnés. Pour former des cellules ligneuses et libériennes, la zone génératrice devra donc se cloisonner en petits éléments, et comme elle doit fournir plus de cellules en un temps donné, ses cloisonnements devront être plus nombreux.

(**) Quelques auteurs donnent le nom de cellule cambiforme à tout élément prismatique à parois minces. C'est ainsi que, pour M. S. Fugairon, « la couche la plus interne du phloème (liber secondaire et Tf^2 externe) est composée de cellules cambiformes, c'est-à-dire allongées dans le sens de l'axe du végétal ». Le même anatomiste désigne également sous le nom de parenchyme cambiforme les éléments à parois minces de mon Tf^2 interne.

Il est inutile de faire remarquer que le terme cambiforme est pris par M. C.-E. Bertrand dans un tout autre sens. Pour lui la zone cambiforme est une zone génératrice comparable en quelques points au cambium, mais qui s'en distingue par la nature des tissus engendrés.

(***) M. C.-E. Bertrand a fait remarquer (*Théorie du faisceau*) que les zones cambiformes se cloisonnent parallèlement à une surface libre naturelle ou accidentelle. Il nomme *liège* « les produits d'un cambiforme compris entre celui-ci et la surface libre (naturelle ou accidentelle) ». Il appelle *tissu fondamental secondaire* « les produits d'un cambiforme plus éloignés que lui-même de la surface libre ».

Par le terme liège, M. C.-E. Bertrand désigne donc *un tissu formé d'une certaine manière* (comme le liège des auteurs) et nullement un tissu dont les parois cellulaires ont subi la transformation chimique nommée subérisation.

Pour éviter tout malentendu, j'ai remplacé dans le présent travail le terme « liège » par le terme « tissu fondamental secondaire externe ».

Digitized by Google

remarquer toutefois qu'ils désignent deux tissus bien voisins dont la distinction est fondée sur l'activité variable du cloisonnement des cellules génératrices, et surtout, sur le mode de différenciation des éléments nouvellement produits.

Appliquons maintenant à l'Ortie les considérations générales qui précèdent.

Normalement, les zones génératrices intrafasciculaires sont des zones cambiales qui donnent naissance à du bois secondaire contre le bois primaire et du liber secondaire contre le liber primaire (pl. III, fig. 1, 2 et 5). Normalement aussi, les zones génératrices interfasciculaires sont des zones cambiformes qui engendrent du Tf^2 interne vers le Tf^1 interne et du Tf^2 externe vers le Tf^1 externe (pl. IV, fig 1, 3 et 6).

Mais dans les segments plus élevés de la tige nous aurons l'occasion de voir la zone génératrice de certains faisceaux être, dès l'origine, un véritable cambiforme. Les éléments ligneux et libériens secondaires feront donc complètement défaut dans ces faisceaux, et leurs bois et liber primaires se trouveront séparés l'un de l'autre par une importante formation de Tf^2 interne et externe. Ce cas se présente fréquemment pour les faisceaux sortants (fig. 1, pl. VIII).

De plus, l'Ortie fournit de très fréquents exemples du remplacement d'un cambium par un cambiforme et réciproquement.

L'intensité des cloisonnements vient-elle à se ralentir dans une zone cambiale, les éléments formés s'y différencient moins et forment du Tf^2 interne et externe (*); la zone cambiale est devenue cambiforme. C'est ce qui s'est produit dans la partie médiane des faisceaux réparateurs M^a, M^p, L^m pendant la période secondaire récente. La division de ces faisceaux en deux lames libéro-ligneuses n'a pas d'autre cause.

(*) A ce point de vue, les cellules sclérifiées du Tf^2 interne pourraient, à la rigueur, être considérées comme des fibres ligneuses incomplètement développées. Je ne m'opposerais même pas à ce que le Tf^2 interne tout entier (éléments durs et mous) fût appelé *parenchyme ligneux secondaire* et le Tf^2 externe *parenchyme libérien secondaire*, pourvu qu'on veuille m'accorder que ces parenchymes ligneux et libérien se présentent, dans l'Ortie, d'une façon spéciale, telle que leur localisation en massifs bien distincts d'autres massifs formés par les éléments ligneux et libériens secondaires parfaitement caractérisés.

Digitized by Google

D'autres fois, au contraire, l'intensité des cloisonnements grandit tout à coup dans une portion de zone cambiforme. A cet endroit, le cambiforme est remplacé par un cambium et les nouveaux éléments produits sont du bois secondaire et du liber secondaire. Telle est, par exemple, l'origine des lames libéro-ligneuses secondaires λ (pl. II, fig. 7 et 8; pl. VIII, fig. 4).

Très souvent enfin, une zone cambiale se transforme en cambiforme momentanément pour reprendre ensuite ses caractères primitifs. Ces transformations peuvent se faire périodiquement, comme le témoignent beaucoup de lames libéro-ligneuses secondaires qui montrent des interruptions de Tf^2 de distance en distance. Ces interruptions sont quelquefois si grandes et les massifs ligneux si petits qu'on pourrait croire à la présence de vaisseaux isolés dans le Tf^2 interne.

Lorsque nous connaîtrons la structure de la tige de l'Ortie *dans toute son étendue,* il nous sera possible de généraliser les cas de transformation de zones génératrices les unes en les autres que nous venons d'observer dans le segment ^{1}.

§ 2. Structure du segment ^{1} dans toute son étendue.

La structure, à la base du segment ^{1}, étant connue à tous les âges, il faudrait, pour connaître complètement ce segment ^{1}, rechercher à chaque âge aussi le parcours des faisceaux dans toute son étendue. Il nous suffira de le faire à quatre moments précis :

1° A la période primaire;
2° A la période secondaire ancienne;
3° A deux moments de la période secondaire récente.

1° *Parcours des faisceaux dans un segment* ^{1} *ne renfermant que des productions primaires.*

A la base du segment (fig. 4, pl. I) nous distinguons quatre faisceaux : M^{1g}, M^{1d}, L^{1a}, L^{1p}. En s'élevant dans la partie supérieure de l'entrenœud ^{1}, ces quatre faisceaux marchent parallèlement sans subir de modification

Digitized by Google

(pl. V, fig. 1). En approchant du nœud [1], les faisceaux L s'élargissent, puis se divisent peu à peu en trois branches. Bientôt les faisceaux M se trifurquent à leur tour, de sorte que la section transversale de la tige, à un niveau un peu inférieur à l'insertion des feuilles, montre douze faisceaux groupés en quatre systèmes : un système gauche et un système droit formés de M^p, m, M^a; un système antérieur et un système postérieur composés de l^g, L^m, l^d.

Bientôt on voit les deux faisceaux m (m^g et m^d) s'écarter du centre de la tige, se courber et sortir dans la première paire de feuilles. Presque aussitôt les quatre faisceaux l (l^{ga}, l^{da}, l^{gp}, l^{dp}) se déplacent également : ils sortent d'abord du cercle formé par les autres faisceaux, puis, passant derrière les faisceaux M^p et M^a, ils se rendent également dans les feuilles (fig. 3, pl. VII); chaque feuille reçoit donc trois faisceaux : l^{gp}, m^g, l^{ga}, pour la feuille gauche; l^{dp}, m^d, l^{da}, pour la feuille droite.

Sitôt après la sortie des faisceaux l, des branches anastomotiques dirigées presque horizontalement vont des faisceaux L^m aux faisceaux M^p et M^a les plus voisins (pl. V, fig. 1). Au même niveau, les faisceaux M^p et M^a émettent une branche dirigée vers le plan médian du segment. Les deux branches émises par les faisceaux M^{pg} et M^{ag}, par exemple, se rendent dans le bourgeon qui se trouve à l'aisselle de la feuille gauche. Il en est de même du côté droit.

Tout bourgeon axillaire reçoit ainsi deux faisceaux que je nomme *faisceaux d'insertion des bourgeons axillaires* (faisceaux i).

Après la sortie de ces derniers faisceaux, on voit les faisceaux M^p et M^a gauche et droit se rapprocher l'un de l'autre, puis se réunir, s'anastomoser en un seul faisceau (pl. V, fig. 1).

Au-dessus du nœud [1], la tige est donc formée encore de quatre faisceaux disposés en croix. En les suivant jusque dans le nœud [2], on verrait que les deux faisceaux formés par la réunion des M^p et M^a se trifurquent et fournissent les sortants latéraux des feuilles [2]. Ces deux faisceaux jouent donc, dans le nœud [2], le même rôle que les faisceaux L^1 dans le nœud [1] : pour cette raison, nous les nommerons L^2. On verrait de même que les deux autres faisceaux, ceux qui forment la continuation des faisceaux L^{1m}, fournissent les sortants médians des feuilles [2], c'est-à-dire qu'ils jouent dans le nœud [2] le rôle des faisceaux M^1 du nœud [1] : nous les appellerons M^2.

Digitized by Google

Au sommet du segment ^{1}, nous retrouvons donc la même disposition des faisceaux qu'à la base, sauf que l'ensemble a tourné d'un quart de circonférence : dans le segment ^{2}, les faisceaux M^2 sont donc l'un antérieur et l'autre postérieur, tandis que les faisceaux L^2 sont l'un droit et l'autre gauche.

2° *Parcours des faisceaux dans un segment* ^{1} *renfermant des productions primaires et secondaires anciennes.*

Dans ce segment dont la base est représentée planche II, figure 3, le parcours des premières trachées a été étudié en même temps que le parcours des productions secondaires anciennes des faisceaux.

Il a été constaté que les formations primaires ont subi un léger étirement par suite de la croissance de la tige. Quant aux productions secondaires anciennes des faisceaux, *elles accompagnent les formations primaires, se ramifient et s'anastomosent avec elles, mais ne suivent pas les branches qui sortent dans les appendices* (pl. V, fig. 2).

Ce fait s'explique par la disposition des zones cambiales et cambiformes, disposition qui nous est révélée par la coupe transversale pratiquée à un niveau un peu inférieur à la sortie des faisceaux *m* et *l* (fig. 1, pl. VIII). La zone génératrice contenue dans les faisceaux réparateurs (M^p, M^a, L^m) est un cambium qui a produit du bois et du liber secondaires. Au contraire, la zone génératrice contenue dans les faisceaux sortants (*m* et *l*) est un cambiforme qui a formé du Tf^2 intrafasciculaire interne et externe, de sorte que le bois et le liber primaires de ces faisceaux sont maintenant séparés l'un de l'autre par du Tf^2. Au niveau de la sortie, le Tf^2 intrafasciculaire s'interrompt, le bois et le liber primaires des faisceaux *m* et *l* se rejoignent pour former un faisceau primaire ordinaire qui se rend dans l'appendice.

Nous aurons fréquemment à constater, au milieu même des entrenœuds, le remplacement des éléments ligneux et libériens secondaires des faisceaux sortants par du Tf^2; nous l'avons déjà signalé à la base du segment ^{1} d'une tige vigoureuse (fig. 8, pl. II).

Digitized by Google

3° *Parcours des faisceaux dans un segment*^{1} *renfermant des productions primaires, secondaires anciennes et secondaires récentes.*

Dans le segment^1 dont la figure 7, planche II, reproduit la coupe transversale à la base, imaginons trois cylindres emboîtés : l'intérieur passant par les premières trachées, le deuxième par le bois secondaire ancien, le troisième enfin se trouvant à la périphérie du bois secondaire récent. Le développement des deux premiers cylindres a fourni des parcours analogues à ceux des figures 1 et 2, planche V. Le développement du troisième cylindre est représenté par la figure 3 avec l'indication des faisceaux primaires sortants.

Un simple coup d'œil jeté sur cette figure fait voir que le parcours des lames libéro-ligneuses secondaires récentes diffère beaucoup des deux parcours précédents (fig. 1 et 2). A la base du segment, nous avons constaté dix lames secondaires récentes (fig. 3) : les lames L^{1a} et L^{1p} correspondant aux formations primaires de même nom; les lames M^{1ag}, et M^{1pg} correspondant au faisceau primaire M^{1g}; les lames M^{1ad} et M^{1pd} correspondant de même à M^{1d}; enfin les lames λ^{1ga}, λ^{1da}, λ^{1gp}, λ^{1dp} qui, dans toute l'étendue du segment^1, ne correspondent à aucun faisceau primaire.

En montant vers le nœud^1, on voit les lames L^{1a} et L^{1p} se bifurquer : au delà du nœud^1, les quatre nouvelles branches ainsi produites correspondent respectivement aux faisceaux primaires M^{2ga}, M^{2da} d'une part, et M^{2gp}, M^{2dp} d'autre part; elles porteront donc ces mêmes notations.

Sitôt après la sortie des faisceaux *l*, chacune des lames λ^1 s'anastomose en arcade avec la lame M^{2g} ou M^{2d} la plus voisine, et cela un peu au-dessus de l'origine de ces dernières lames.

A droite et à gauche, les lames M^{1a} et M^{1p} s'élèvent en marchant d'abord parallèlement, puis en divergeant. Bientôt elles se bifurquent, puis se réunissent de nouveau de manière à former comme une ouverture fusiforme (cette disposition est bien plus accentuée dans les nœuds suivants). Après la sortie des faisceaux *m* et *l*, les lames M^{1a} et M^{1p} se courbent l'une vers

Digitized by Google

l'autre pour s'anastomoser; en même temps elles donnent naissance, extérieurement à l'arcade, à de nouvelles lames libéro-ligneuses. Les quatre lames ainsi produites n'ont aucun rapport, dans le segment^2, avec les formations primaires. Ce sont les lames λ^{2pg}, λ^{2ag}, λ^{2pd}, λ^{2ad}. Quant aux deux lames formées par l'anastomose des lames M^{1a} et M^{1p}, elles correspondent au delà du nœud^1 aux faisceaux primaires L^2.

Au sommet du segment^1, nous retrouvons donc dix lames libéro-ligneuses secondaires dont l'ensemble a tourné de 90° par rapport aux lames de même nom qui se trouvent à la base du même segment. Ces nouvelles lames sont groupées en quatre systèmes, savoir : un système antérieur et un système postérieur formés de M^{2g}, M^{2d}; un système droit et un système gauche formés de λ^{2p}, L^2, λ^{2a}.

Tel est le parcours des lames libéro-ligneuses secondaires, lorsque ces lames sont au nombre de dix. Mais nous savons que, à mesure que la tige principale se développe, le nombre des lames augmente à la base du segment^1. Cherchons encore quel est le parcours de ces lames lorsqu'elles sont au nombre de vingt-huit.

La figure 4, planche V, est le développement des lames libéro-ligneuses les plus récentes du segment^1 dont la base est représentée par la figure 8, planche II. Au paragraphe précédent nous avons groupé ces vingt-huit lames de la manière suivante : un système gauche et un système droit composés des lames λ^{2p}, l^{2p}, M^{1p}, m^1, M^{1a}, l^{2a}, λ^{2a}; un système antérieur et un système postérieur composés des lames λ^{1g}, l^{1g}, M^{2g}, m^2, M^{2d}, l^{1d}, λ^{1d}.

Le parcours de ces lames diffère du parcours des lames de la figure 3 :

1° Par la présence de lames libéro-ligneuses secondaires qui suivent les faisceaux primaires m^1 et l^1 jusqu'à un niveau un peu inférieur à leur sortie, puis se jettent sur les lames voisines;

2° Par le remplacement de chacune des deux lames L^1 par trois lames : M^{2g}, m^2, M^{2d}. Ces trois lames marchent parallèlement dans toute l'étendue du segment^1. Un peu au-dessous du niveau de la sortie, les lames M^{2g} et M^{2d} donnent naissance aux lames l^3 et celles-ci aux lames λ^3;

3° Par la présence des lames libéro-ligneuses λ^2 et l^2 qui traversent tout le segment^1 pour aller remplir leur rôle dans le segment^2.

Digitized by Google

Conclusion. — En terminant le § I du présent chapitre, nous faisions remarquer que les modifications de structure, *à la base du segment*[1] pendant la période secondaire, peuvent se résumer en ceci : augmentation du nombre des lames libéro-ligneuses secondaires apparaissant de plus en plus loin du centre de l'organe.

En terminant ce § 2, nous pouvons conclure qu'à mesure que le nombre des lames libéro-ligneuses augmente à un niveau déterminé, *leur parcours se modifie dans toute l'étendue du segment.*

L'étude attentive des zones génératrices secondaires nous a démontré que toutes les modifications de la structure secondaire, à la base du segment[1], proviennent de la transformation de certaines portions de zones cambiales en zones cambiformes, et réciproquement. Ce sont ces mêmes transformations de zones génératrices qui, en s'opérant dans toute l'étendue du segment[1], ont amené les modifications du parcours que nous avons eu à constater.

CHAPITRE II.

STRUCTURE DES SEGMENTS SUPÉRIEURS AU SEGMENT[1] DE LA TIGE PRINCIPALE.

Nous avons étudié, dans le chapitre précédent, la structure du segment[1] dans toute son étendue et à tous les âges. Nous allons maintenant comparer à ce segment[1] les segments suivants qui composent la tige principale et les tiges de divers ordres.

L'histoire du segment[1] a montré que la structure se modifie beaucoup, non seulement pendant le temps de la différenciation des tissus primaires, mais encore pendant toute la durée de la période secondaire, c'est-à-dire pendant toute la vie de la plante. Nous savons en outre que la structure varie encore suivant les conditions de milieu dans lesquelles la plante a vécu. Pour établir

Digitized by Google

une comparaison entre deux segments quelconques, il faudrait donc que ces segments fussent pris exactement au même âge et dans les mêmes conditions biologiques.

Pratiquement, il serait bien difficile de comparer ainsi entre eux tous les segments qui composent de longues tiges. On ne peut donc qu'étudier, dans toute leur étendue, un certain nombre de tiges de divers ordres arrivées à des degrés différents de développement en tenant compte des variations amenées par l'âge et le milieu.

Ce qui frappe d'abord lorsqu'on examine une série de coupes pratiquées à des niveaux correspondants mais à diverses hauteurs, c'est le nombre extrêmement variable des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires. Nous verrons par la suite que ce nombre est en rapport avec le parcours même des faisceaux et des lames. Nous commencerons donc par rechercher quel est le parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires dans la tige principale et dans les tiges d'ordre plus élevé. Nous indiquerons ensuite les principales particularités histologiques observées à différentes hauteurs.

SECTION I.

Parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires dans les segments supérieurs au segment [1] de la tige principale.

---

§ 1. Généralités.

En parcourant de bas en haut une tige quelconque, on reconnaît bien vite que le trajet des faisceaux du segment [2] diffère du trajet des faisceaux du segment [1]; qu'une différence semblable existe entre le segment [3] et le segment [2], entre le segment [4] et le segment [3], et ainsi de suite. Le parcours des faisceaux se modifie donc d'un segment à un autre et toutes les modifications qui sont de même sens s'accumulent successivement. On peut s'en convaincre par l'examen de la figure 1, planche VII, qui est le développe-

Digitized by Google

ment du parcours des faisceaux dans une tige principale ayant sept entre-nœuds extérieurement distincts.

Beaucoup plus haut dans la tige, la différence entre deux segments consécutifs devient moindre, sans cependant disparaître entièrement. La structure tend donc à s'uniformiser à mesure qu'on s'élève dans la tige.

En comparant deux à deux une série de segments et en tenant compte des modifications que l'âge a amenées pour le segment inférieur, il a été possible d'apprécier ce qui est dû à la différence de hauteur seule. Voici l'énoncé du fait général duquel résultent les variations du parcours suivant la hauteur :

Si l'on considère le parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires dans une série de segments consécutifs, tous arrivés au même degré de développement, on constate que le parcours se modifie, suivant la hauteur, par suite de la ramification de plus en plus précoce des faisceaux et des lames. En d'autres termes, à mesure qu'on s'élève dans une tige, on voit tous les massifs libéro-ligneux (primaires et secondaires) se détacher, s'individualiser de plus en plus bas, et parcourir, par conséquent, un trajet de plus en plus long.

C'est ce que montre déjà un coup d'œil jeté sur la figure 1, planche VII. Dans ce parcours, on remarquera que les faisceaux L^1 se trifurquent en arrivant au nœud [1], et donnent naissance l'un et l'autre à un système composé de l^{1g}, L^{1m}, l^{1d}. On remarquera en outre que dans le segment suivant, les faisceaux L^2 se trifurquent à un niveau plus bas, à une certaine distance en dessous du nœud [2]; que la ramification des L^3 se fait irrégulièrement dans l'étendue de l'entrenœud [3]; que la trifurcation des L^4 date de la base de l'entrenœud [4]; que celle des faisceaux L^5 s'opère déjà dans la partie supérieure du nœud [4], etc.... Dans ce dernier cas, les faisceaux sortants latéraux (l) parcourent donc librement toute l'étendue d'un entrenœud.

La même chose a lieu pour la trifurcation des faisceaux M.

Dans les segments très élevés, l'origine des faisceaux sortants m et l se trouve même en dessous du nœud qui précède celui où ils sortent. Le trajet de ces faisceaux est alors plus long que l'étendue d'un entrenœud.

On conçoit que le résultat de ces ramifications de plus en plus hâtives est

Digitized by Google

l'augmentation du nombre des faisceaux et des lames libéro-ligneuses sur une coupe transversale quelconque. En pratiquant des sections transversales au milieu d'entrenœuds pris de plus en plus haut le long d'une tige principale développée dans les conditions ordinaires de végétation, on trouve en effet que le nombre des faisceaux primaires est de :

4 à la base du segment ^{1},
8 id. du segment ^{4},
12 id. du segment ^{6},
16 id. du segment ^{10},
20 id. du segment ^{15} (*).

Le parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires se complique donc à mesure qu'on s'élève dans la tige, mais il est à remarquer que, quel que soit le nombre des faisceaux et des lames, la sortie, les ramifications et les anastomoses se font toujours de la même manière que dans le segment^{1}. Le parcours est constant dans toute la plante quoique le nombre des faisceaux et des lames soit très variable. Ce parcours forme un *type* qui, d'après mes observations, est identique pour toutes les Urticées à feuilles opposées, mais qui subit quelques modifications dans les Urticées à feuilles alternes.

Ce type de parcours étant réalisé avec un nombre variable de faisceaux, on peut reconnaître dans ce type unique plusieurs formes dérivées les unes des autres par augmentation du nombre des massifs parcourants. En comparant les segments les plus divers appartenant à des tiges principales, ainsi qu'à des tiges de différents ordres (**), j'ai pu distinguer un certain nombre de formes principales ou *modèles de parcours* que nous prendrons comme

(*) Ces chiffres peuvent varier d'un individu à un autre; ils varient surtout beaucoup lorsqu'on considère des pieds qui se sont développés dans des conditions de vie très différentes.

(**) Plus de soixante-quinze segments ont été étudiés dans toute leur étendue par la méthode du levé des coupes successives et du développement de ce levé. Près de cent cinquante autres segments ont été explorés par quelques coupes transversales pratiquées à des niveaux déterminés (base et sommet du segment, niveau de la sortie.....).

Digitized by Google

points de repère. Je me bornerai à faire connaître ces principaux modèles (*) et à indiquer ensuite où et quand ils se rencontrent dans les tiges de divers ordres. De cette manière, j'éviterai de devoir décrire et figurer un nombre considérable de segments pris à toutes hauteurs et à tous âges.

Parcours du modèle I (pl. VI, fig. 1).

A la base du segment il n'existe que quatre faisceaux : deux faisceaux M et deux faisceaux L. La trifurcation de ces faisceaux s'opère presque en même temps, à la base du nœud. Au niveau de la sortie, il y a douze faisceaux : deux systèmes M^p, m, M^a, et deux systèmes l^g, L^m, l^d. Après la sortie des faisceaux m et l, des arcs anastomotiques presque horizontaux vont des faisceaux L^m aux faisceaux M^p et M^a les plus voisins. Puis s'opère l'anastomose des faisceaux M^p et M^a.

Au sommet du segment ^{n}, ou si l'on veut, à la base du segment $^{n+1}$, nous retrouvons encore quatre faisceaux : deux L et deux M, mais ces faisceaux alternent avec les faisceaux de même nom du segment ^{n} (**).

Dans ce modèle, les faisceaux sortants ont dans la tige un trajet extrêmement court.

Parcours du modèle II (pl. VI, fig. 2).

A la base du segment on trouve huit faisceaux : deux faisceaux M et deux systèmes l^g, L^m, l^d.

La trifurcation des faisceaux M se fait à quelque distance en dessous du nœud. Les arcs anastomotiques prennent naissance en dessous du niveau de la sortie, de manière qu'à ce dernier niveau il y a maintenant seize faisceaux : deux systèmes M^p, m, M^a; deux systèmes l^g, L^m, l^d; plus quatre faisceaux anastomotiques.

(*) Pour rendre ces parcours facilement comparables, je les supposerai tous réalisés dans des segments impairs : de cette manière les systèmes M seront toujours droit et gauche, tandis que les systèmes L seront antérieur et postérieur.

(**) En désignant par ^{n} le numéro d'un nœud ou d'un segment quelconque, $^{n+1}$ indiquera le numéro du nœud ou du segment suivant.

Digitized by Google

Après la sortie des faisceaux m et l, les anastomotiques rejoignent les faisceaux L^m, puis les faisceaux M^p et M^a opèrent leur réunion pour former le faisceau L du segment suivant. Ce faisceau se trifurque bientôt, de sorte qu'au sommet comme à la base du segment nous retrouvons huit faisceaux.

Dans ce modèle, les faisceaux l parcourent librement plus de la moitié d'un entrenœud; les faisceaux m sont moins longs que la moitié d'un entrenœud.

On trouve parfois ce modèle II réalisé d'une manière un peu différente. La base du segment montre encore huit faisceaux, mais ce sont deux L et deux systèmes M^p, m, M^a. La trifurcation des faisceaux M a ici précédé celle des faisceaux L. Le reste du parcours est identique à celui qui vient d'être décrit.

Parcours du modèle III (pl. VI, fig. 3).

La base du segment offre douze faisceaux : deux systèmes M^p, m, M^a, et deux systèmes l^g, L^m, l^d, c'est dire que la trifurcation des faisceaux L et M date du segment précédent.

Un peu en dessous du niveau de la sortie naissent les anastomotiques, et en même temps se manifeste la trifurcation qui produit les faisceaux M^g, m, M^d du segment suivant. Au niveau de la sortie, on observe donc vingt faisceaux : deux systèmes $(M^p, m, M^a)^n$; deux systèmes l^{gn}, $(M^g, m, M^d)^{n+1}$, l^{dn}, plus quatre anastomotiques.

Au-dessus du niveau de la sortie, les anastomotiques se réunissent aux faisceaux M^{gn+1} ou M^{dn+1} les plus voisins. Puis les faisceaux M^{pn} et M^{an} s'anastomosent pour former le faisceau L^m du nœud suivant; mais avant cela chacun d'eux émet, du côté opposé à l'anastomose, une branche qui constitue le faisceau l^{n+1}.

Dans ce modèle, la trifurcation des faisceaux L, c'est-à-dire l'origine des faisceaux sortants latéraux (l) d'un segment ^{n}, se trouve, dans le segment $^{n-1}$, un peu au-dessous du niveau de la sortie; la trifurcation des faisceaux M a lieu un peu au-dessus de ce même niveau. De cette manière, les faisceaux sortants l et m parcourent librement tout un entrenœud, et la section, à la base comme au sommet du segment, rencontre douze faisceaux.

Digitized by Google

Parcours du modèle IV (pl. VI, fig. 4).

A la base du segment se montrent seize faisceaux : deux systèmes (M^p, m, $M^a)^n$; deux systèmes (l^g, L^m, $l^d)^n$; plus quatre faisceaux λ^n qui ont pris naissance, en même temps que les faisceaux l, dans le segment précédent.

Bien en dessous du niveau de la sortie se produit la trifurcation qui fournit les faisceaux (M^g, m, $M^d)^{n+1}$; puis apparaissent les faisceaux anastomotiques. Chacun de ces derniers rencontre bientôt un faisceau λ avec lequel il s'unit, de sorte qu'au niveau de la sortie, il n'y a que vingt faisceaux : deux systèmes (M^p, m, $M^a)^n$; deux systèmes l^{gn}, (M^g, m, $M^d)^{n+1}$, l^{dn}; plus quatre faisceaux anastomotiques fusionnés à quatre faisceaux λ^n.

La terminaison des faisceaux anastomotiques et l'origine des faisceaux (l^p, L^m, $l^a)^{n+1}$ sont les mêmes que dans le modèle précédent. Seulement, en même temps que prend naissance le faisceau l^{n+1}, se détache également une autre branche qui forme le faisceau λ^{n+1}.

Ici encore, les faisceaux sortants m et l parcourent librement tout un entrenœud. D'ailleurs, ce modèle IV ne diffère guère du précédent que par la présence des quatre faisceaux λ qui portent de douze à seize le nombre des faisceaux visibles à la base et au sommet de l'entrenœud. Ces faisceaux λ parcourent, depuis leur origine jusqu'à leur anastomose, toute la longueur d'un entrenœud.

Parcours du modèle V (pl. VI, fig. 5).

A la base du segment, on compte vingt faisceaux groupés de la manière suivante : deux systèmes (M^p, m, $M^a)^n$ et deux systèmes (λ^g, $l^g)^n$, (M^g, m, $M^d)^{n+1}$, (l^d, $\lambda^d)^n$.

A un niveau inférieur à la sortie, les faisceaux (M^p et $M^a)^n$ donnent naissance aux faisceaux l^{n+1} et λ^{n+1}, en même temps qu'aux branches anastomotiques. La section au niveau de la sortie rencontre donc vingt-huit faisceaux, savoir : deux systèmes (λ^p, $l^p)^{n+1}$, (M^p, m, $M^a)^n$, (l^a, $\lambda^a)^{n+1}$; deux systèmes l^{gn}, (M^g, m, $M^d)^{n+1}$, l^{dn}; plus quatre anastomotiques fusionnés aux quatre faisceaux λ^n.

La terminaison des faisceaux anastomotiques et l'anastomose des fais-

Digitized by Google

ceaux $(M^p, M^a)^n$ se produisent ici comme dans les modèles III et IV. A peine constitué, le faisceau $(L^m)^{n+1}$ se trifurque et forme $(M^p, m, M^a)^{n+2}$. C'est ce fait qui amène au sommet comme à la base du segment, la présence de vingt faisceaux.

Les faisceaux *m* parcourent maintenant deux entrenœuds avant de sortir; les faisceaux *l* ont un trajet plus long qu'un entrenœud, mais plus court qu'un entrenœud et demi. Quant aux faisceaux λ, leur longueur est de plus d'un entrenœud.

On remarquera que chacun des cinq modèles de parcours qui viennent d'être décrits diffère du modèle précédent par addition de quatre faisceaux. En continuant à ajouter ainsi quatre faisceaux, on obtiendra des modèles de plus en plus compliqués, caractérisés par 24, 28, 32, 36, 40..... faisceaux ou lames libéro-ligneuses à la base des segments. Le nombre des lames s'est élevé à soixante-huit à la base de certains segments très développés.

Il serait fastidieux de décrire les formes de parcours correspondant à des nombres aussi élevés. Il suffira de faire observer qu'en divisant par quatre le nombre des faisceaux ou des lames observés à la base d'un segment quelconque, on obtient le chiffre qui désigne le modèle auquel il faut rattacher le parcours de ces faisceaux ou de ces lames.

Le tableau ci-joint (p. 47) résume ce qui précède et caractérise chaque modèle de parcours par la longueur des faisceaux sortants et des faisceaux λ. De l'origine de plus en plus précoce de ces faisceaux résultent, en effet, l'augmentation du nombre des faisceaux aux diverses hauteurs, ainsi que les modifications de leur parcours.

Tels sont les principaux modèles de parcours observés dans le seul *Urtica dioica*. On conçoit qu'entre chacun de ces modèles puissent exister des formes intermédiaires en nombre plus ou moins grand et variable suivant les tiges considérées. Les faisceaux primaires m'ont fourni des exemples des cinq premiers modèles de parcours; dans certains segments très développés, les lames libéro-ligneuses secondaires ont réalisé successivement les modèles de parcours I à XVII. Dans les tiges étudiées le nombre des faisceaux primaires, à la base des segments, n'a donc jamais dépassé vingt, tandis que celui des lames libéro-ligneuses secondaires a atteint parfois soixante-huit.

Digitized by Google

Modèles de parcours.	Faisceaux *m*.		Faisceaux *l*.		Faisceaux λ.		Nombre de faisceaux à la base du segment considéré.
	Origine des faisceaux *m*.	Longueur des faisceaux *m*.	Origine des faisceaux *l*.	Longueur des faisceaux *l*.	Origine des faisceaux λ.	Longueur des faisceaux λ.	
I	Tout près du nœud du segment considéré.	Presque nulle.	Tout près du nœud du segment considéré.	Presque nulle.	Pas de faisceaux λ.		4
II	Dans la partie supérieure du segment précédent.	Plus grande que un demi-entrenœud.	Dans la partie inférieure du segment considéré.	Plus petite que un demi-entrenœud.	Id.		8
III	Au nœud du segment précédent.	Égale à un entrenœud.	Au nœud du segment précédent.	Égale à un entrenœud.	Id.		12
IV	Id.	Id.	Id.	Id.	Au nœud du segment précédent.	Égale à un entrenœud.	16
V	Au deuxième nœud en dessous du segment considéré.	Égale à deux entrenœuds.	Id.	Id.	Id.	Id.	20
VI	Id.	Id.	Au deuxième nœud en dessous du segment considéré.	Égale à deux entrenœuds.	Id.	Id.	24
VII	Id.	Id.	Id.	Id.	Au deuxième nœud en dessous du segment considéré.	Égale à deux entrenœuds.	28

Digitized by Google

Le fait général des variations de hauteur étant reconnu, nous avons pu établir un certain nombre de points de repère ou modèles de parcours. Il nous reste à étudier, avec l'aide de ces données, la tige principale et les tiges de divers ordres dans toute leur étendue et à tous leurs âges.

§ 2. Tige principale.

Faisceaux primaires.

Le tableau suivant (p. 49) résume l'étude que j'ai faite de sept tiges principales arrivées à divers degrés de développement. Ce tableau exprime le parcours des faisceaux primaires tel qu'il s'est montré au moment de l'observation dans tous les segments de ces tiges. Pour le dresser, il a suffi d'indiquer par un chiffre romain à quel modèle se rapportait le mieux le parcours dans chaque segment considéré isolément.

En remontant les colonnes verticales qui correspondent chacune à une tige différente, on constate la complication graduelle et plus ou moins rapide du parcours primaire (*).

Les quatre premières tiges ont été recueillies le même jour dans une même station : le long d'une haie morte. On remarquera que dans ces quatre tiges la gradation des modèles est d'autant plus rapide que la tige considérée avait pris un plus grand développement.

Les trois dernières tiges ont été récoltées ensemble, vers la même époque de l'année, mais dans une autre station : au bord d'un fossé bourbeux. Ces dernières tiges portaient des inflorescences, et l'on observera que les inflorescences ont apparu d'autant plus bas que la gradation des modèles de parcours a été plus rapide. Il n'y a cependant pas de relation constante entre le par-

(*) Lorsque plusieurs segments qui se succèdent de bas en haut sont indiqués comme appartenant à un même modèle, ils ne sont pas pour cela identiques : le parcours des faisceaux continue à se modifier dans ces segments tout en restant cependant du même modèle. On peut souvent en dire autant de chaque série horizontale qui forme ordinairement une gradation croissant de la gauche vers la droite du tableau.

Digitized by Google

PREMIER TABLEAU.

Parcours actuel (*) des faisceaux primaires dans sept tiges principales arrivées à divers degrés de développement.

Segments.	1. Un seul entrenœud distinct.	2. Quatre entrenœuds distincts.	3. Sept entrenœuds distincts.	4. Dix entrenœuds distincts.	5. Quinze entrenœuds distincts. Inflorescences à partir du nœud 11.	6. Treize entrenœuds distincts. Inflorescences à partir du nœud 9.	7. Dix-sept entrenœuds distincts Inflorescences à partir du nœud 5.
17	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	V
16	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	V
15	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	IV	. . . . .	V
14	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	IV	. . . . .	V
13	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	IV	IV	IV
12	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	IV	IV	IV
11	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	IV	IV	IV
10	. . . . .	. . . . .	. . . . .	IV	IV	IV	IV
9	. . . . .	. . . . .	. . . . .	III	III	IV	IV
8	. . . . .	. . . . .	. . . . .	III	III	IV	IV
7	. . . . .	. . . . .	III	III	III	IV	IV
6	. . . . .	. . . . .	III	III	III	III	IV
5	. . . . .	. . . . .	III	III	III	III	III
4	. . . . .	II	III	III	III	III	III
3	. . . . .	I	II	III	II	II	III
2	. . . . .	I	I	II	I	I	III
1	I	I	I	I	I	I	III
	Récolte du 2 août 1881. Station : le long d'une haie morte.				Récolte du 16 août 1882. Station : bord d'un fossé bourbeux.		

(*) En qualifiant d'*actuel* le parcours des faisceaux primaires dans ces tiges plus ou moins âgées, j'ai voulu ne rien préjuger au sujet du parcours de ces faisceaux *à l'époque primaire*.

Digitized by Google

cours dans un segment et la présence d'inflorescences à la hauteur de ce segment. Ainsi les inflorescences qui se sont montrées pour la première fois, respectivement, aux segments 11, 9 et 5 des trois tiges considérées, coïncidaient avec un modèle IV de parcours dans les deux premières tiges, avec un modèle III dans la dernière.

Nous avons déjà parlé, au chapitre premier, du fait spécial qu'offre le parcours des faisceaux primaires (modèle III) dans le segment ^{1} de la dernière de ces tiges principales, celle de dix-sept entrenœuds distincts. Les segments suivants forment gradation et arrivent au modèle V dès le segment ^{14}.

Lames libéro-ligneuses secondaires.

En faisant l'histoire du segment ^{1}, nous avons constaté la transformation de certaines portions de zones cambiales en cambiformes, ainsi que la transformation de certaines parties de zones cambiformes en cambium. Il en résultait l'apparition de lames libéro-ligneuses secondaires, les unes en rapport avec les formations primaires, les autres sans rapport avec les formations primaires du même segment.

J'ai suivi le trajet de ces lames dans un grand nombre de segments, et toujours je leur ai trouvé un parcours analogue à ceux que j'ai fait connaître pour les segments ^{1} âgés de tiges principales.

Reportons-nous à la figure 3, planche V, qui représente le développement des lames libéro-ligneuses secondaires les plus récentes d'un segment ^{1} assez développé puisqu'il renfermait dix de ces lames. Si l'on compare cette figure au parcours des faisceaux primaires du modèle IV (fig. 4, pl. VI), on ne trouve entre ces deux parcours qu'une seule différence : les lames libéro-ligneuses secondaires qui correspondraient aux faisceaux sortants *m* et *l* n'existent pas. Ceci ne doit pas nous étonner, puisque très généralement la zone cambiale des faisceaux sortants se transforme de bonne heure en cambiforme. Je me crois donc autorisé à donner aux dix lames libéro-ligneuses de la figure 3, planche V, les noms que portent les faisceaux correspondants du modèle IV et à rapporter à ce modèle IV le parcours des lames libéro-ligneuses du segment que nous considérons. Ces lames peuvent se grouper en quatre

Digitized by Google

systèmes de la manière suivante : un système gauche et un système droit composés de M^p, M^a; un système antérieur et un système postérieur composés de λ^g, L^m, λ^d; les deux lames *m* et les quatre lames *l* ne sont pas caractérisées. Au même niveau, il n'y avait que quatre faisceaux primaires, dont le parcours était du modèle I.

Un second exemple, plus frappant encore, est fourni par la figure 4, planche V, qui représente le parcours le plus récent des lames libéro-ligneuses secondaires d'un segment ^{1} plus développé que le précédent. Ces lames sont au nombre de vingt-huit à la base du segment : une lame libéro-ligneuse apparue tardivement se trouve ici en face du massif ligneux primaire de chaque faisceau sortant et l'accompagne jusque près de la sortie (fig. 8, pl. II : m^{1g}, l^{1ga}, l^{1da}, m^{1d}, l^{1dp}, l^{1gp}).

Le parcours de la figure 4, planche V, appartient au modèle VII, tel qu'il a été caractérisé dans le tableau de la page 47. Les vingt-huit lames de la base du segment porteront donc les notations suivantes : deux systèmes, l'un gauche, l'autre droit, composés de $(\lambda^p, l^p)^2$, $(M^p, m, M^a)^1$, $(l^a, \lambda^a)^2$; deux systèmes, l'un antérieur, l'autre postérieur, composés de $(\lambda^g, l^g)^1$, $(M^g, m, M^d)^2$, $(l^d, \lambda^d)^1$.

Les faisceaux primaires, au même niveau, étaient au nombre de douze et leur parcours était du modèle III.

Ces deux exemples suffisent, me semble-t-il, pour démontrer :

1° Que les lames libéro-ligneuses secondaires ont un parcours propre, distinct du parcours des faisceaux primaires du même segment;

2° Que le parcours de ces lames est en rapport avec leur nombre, exactement comme pour les faisceaux primaires;

3° Que les lames libéro-ligneuses de plus en plus récentes du segment ^{1} parcourent successivement ce segment de la même manière que les faisceaux primaires parcourent les segments de plus en plus élevés; c'est-à-dire en réalisant des modèles de plus en plus compliqués.

Les mêmes faits se manifestent pour les lames libéro-ligneuses secondaires des segments ^{2}, ^{3}, ^{4}..... qui composent la tige principale. C'est ce que démontre suffisamment le tableau suivant qui indique, pour toutes les hauteurs et pour tous les âges, le parcours dans deux tiges principales très développées (p. 53).

Digitized by Google

La première de ces tiges est celle de dix-sept entrenœuds distincts : en remontant la première colonne verticale, on voit que le parcours des faisceaux primaires des cinq premiers segments appartient, actuellement du moins, au modèle III; que le parcours de ces mêmes faisceaux est du modèle IV dans les segments six à treize et du modèle V dans les segments suivants.

En suivant de gauche à droite la rangée inférieure qui correspond au segment [1], on remarquera de plus que le parcours des lames libéro-ligneuses secondaires fut d'abord du même modèle que le parcours des faisceaux primaires, mais que dans la suite de la période secondaire, ce parcours s'est peu à peu modifié en passant par les modèles IV, V, VI, pour arriver enfin au modèle VII, celui qui a été développé dans la figure 4, planche V.

Les segments [2] et [3] présentent la même chose. Les segments [4] à [8] montrent une succession analogue, mais se terminant de plus en plus tôt, parce que ces segments plus jeunes renferment de moins en moins de productions secondaires.

Enfin, les segments suivants ne contiennent que des productions secondaires anciennes dont le parcours est le même que celui des faisceaux primaires.

Nous avons étudié déjà (p. 28) la figure 8, planche II, qui reproduit exactement l'aspect de la coupe pratiquée à la base du segment [1] de la tige principale de dix-sept entrenœuds dont nous nous occupons ici. La figure 5, planche V, n'est qu'un dessin schématisé de la même coupe sur lequel on a tracé des cercles concentriques. Le cercle intérieur passe par les faisceaux primaires au nombre de quatre; les cercles suivants passent par des productions secondaires de plus en plus récentes et rencontrent respectivement 8, 12, 16, 20, 24 et 28 massifs ligneux. Le segment qui repose sur cette base peut être considéré comme formé de cinq cylindres emboîtés et correspondant aux cinq cercles concentriques de la figure schématique. Le développement du premier cylindre (celui qui correspond au cercle intérieur) donnera un parcours du modèle I; le développement des cylindres 2, 3, 4, 5, 6 et 7 donnera respectivement des parcours des modèles II, III, IV, V, VI et VII.

Dans l'Ortie, toutes les productions secondaires des faisceaux ne se carac-

Digitized by Google

DEUXIÈME TABLEAU.

Parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires, dans deux tiges principales très développées.

Segments.	Tige de dix-sept entrenœuds distincts.			Tige de vingt-quatre entrenœuds distincts (*).		
	Parcours des faisceaux primaires.	Parcours des lames libéro-ligneuses secondaires de plus en plus récentes.	Diamètre (en millimètres) de la section transversale à la base des segments.	Parcours des faisceaux primaires.	Parcours des lames libéro-ligneuses secondaires de plus en plus récentes.	Diamètre (en millimètres) de la section transversale à la base des segments.
17	V	V	1,5			
16	V	V	2			
15	V	V	2			
14	V	V	2,5			
13	IV	IV	3			
12	IV	IV	3,5			
11	IV	IV	4			
10	IV	IV	4,5			
9	IV	IV	5			
8	IV	IV V	5,5			
7	IV	IV V	6			
6	IV	IV V VI	6			
5	III	III IV V VI	6,5			
4	III	III IV V VI	6,5	III	III à IX	8
3	III	III IV V VI VII	7	III	III à X	8
2	III	III IV V VI VII	7	II	II à X	8,5
1	III	III IV V VI VII	7,5	I	I à X	9

(*) La base de cette tige seulement a été étudiée.

Digitized by Google

térisent pas : une partie d'entre elles est remplacée par du Tf^2 identique à celui de la gangue commune. La figure 5, planche V, n'est schématique qu'en ce qu'elle ne tient pas compte de ce fait, lequel est un fait physiologique, c'est-à-dire qui dépend des conditions de vie de la plante et qui pourrait très bien ne pas se produire dans certaines circonstances.

Pour montrer les relations qui existent entre cette figure et la tige principale de dix-sept entrenœuds du tableau précédent, il suffit de faire remarquer qu'en enlevant par la pensée les deux premiers cercles (vers l'intérieur), la figure donne la base des segments [1], [2] et [3] de cette tige; qu'en enlevant, en outre, le septième cercle (le plus extérieur), la figure reproduit la base des segments [4] et [5]; qu'en supprimant encore le troisième cercle, on obtient la base du segment [6]; qu'en supprimant le sixième cercle, on obtient les segments [7] et [8]; qu'en enlevant enfin le cinquième cercle, le dernier restant, le quatrième, représente la structure à la base des segments [9] à [17].

Je ne puis me dispenser de faire remarquer, en passant, *la ressemblance que la figure 5, planche V, présente avec les dessins par lesquels les meilleurs auteurs modernes, à la suite de Schacht, schématisent la disposition des rayons médullaires secondaires. On peut voir, en effet, dans cette figure quatre faisceaux considérablement accrus, dans lesquels de larges lames rayonnantes prennent naissance à des distances de plus en plus grandes du centre de la tige.* Ces lames rayonnantes sont ici constituées par du Tf^2; elles sont interposées aux lames libéro-ligneuses secondaires de manière à former de véritables cloisons radiales dont la hauteur est d'au moins un entrenœud. Dans la figure 4, planche V, les parties laissées en blanc entre les lames libéro-ligneuses ombrées représentent, à la surface du cylindre développé, la disposition des lames rayonnantes du Tf^2 dans le segment [1]. Cette disposition est la même que celle des grands rayons médullaires secondaires de certaines plantes telle que la Clématite.

Je me borne pour le moment à signaler ces faits : je continuerai à nommer *lames rayonnantes* de Tf^2 les tissus qui isolent les unes des autres les lames libéro-ligneuses secondaires.

Digitized by Google

La partie droite du deuxième tableau (p. 53) indique la structure, à tous les âges, des quatre premiers segments d'une tige principale qui est la plus développée de toutes celles que j'ai rencontrées. A la base du segment [1], il n'y a que quatre faisceaux primaires, ce qui dénote un parcours primaire du modèle I. Les lames libéro-ligneuses secondaires, d'abord au nombre de quatre, se sont multipliées à mesure que le diamètre de la tige grandissait. Au moment de l'observation, on pouvait compter une quarantaine de ces lames, dont le parcours a successivement réalisé les modèles I à X. Les segments suivants ne présentent rien que nous ne connaissions déjà.

En résumé, l'étude de la tige principale, dans toute son étendue, a démontré deux faits capitaux :

1° *L'augmentation du nombre des faisceaux primaires et la complication graduelle de leur parcours dans la série des segments superposés ;*

2° *L'augmentation du nombre des lames libéro-ligneuses secondaires et la complication graduelle du parcours de ces lames dans un même segment.*

Ces deux ordres de complications, *complication de la structure primaire en hauteur et complication de la structure secondaire suivant le rayon*, se manifestent dans toutes les tiges, mais elles se produisent plus ou moins rapidement selon les individus considérés. Le premier tableau (p. 49) nous a fait pressentir déjà que le milieu dans lequel la plante a vécu a une influence marquée sur les variations de structure. Il est temps de préciser cette influence par l'étude comparée de plantes développées dans des conditions de vie différentes et nettement déterminées.

On conçoit quel champ immense s'ouvre devant l'expérimentateur à cette question de l'influence des milieux sur la structure d'une espèce déterminée. Il faudrait pour traiter ce sujet être à même de cultiver les plantes dans les milieux les plus divers, voire même dans des milieux artificiels, de façon à exagérer l'effet produit. Je n'ai eu ni le temps ni les installations nécessaires pour tenter de semblables recherches. Je me bornerai donc à comparer la structure de deux plantes bien différentes au point de vue de la vigueur de la végétation.

Le 3 avril, des graines d'*Urtica dioica* furent semées dans un pot conte-

Digitized by Google

nant de la terre de bruyère; ce pot fut placé sur la tablette d'une fenêtre et recouvert d'une cloche de verre qui ne fut enlevée que dans le courant de juin. Le pot fut conservé en appartement jusqu'à la fin de l'expérience. La germination s'est produite lentement : les jeunes plantes furent d'abord très grêles, effilées; les premières feuilles, très petites, furent d'une grande simplicité.

Le 9 juin, des graines récoltées en même temps que les précédentes furent semées en couche froide et sous verre. La germination se produisit rapidement. Les premières feuilles, très amples, étaient munies d'une nervation assez compliquée déjà. L'abri fut enlevé dès que les plantes eurent atteint un décimètre de hauteur. Le semis fut alors éclairci et la végétation continua rapidement dans le sol riche et humide de la couche exposée au midi.

Le 14 septembre, l'aspect des deux cultures formait un contraste frappant.

D'un côté, des tiges grêles hautes de deux décimètres environ et comptant au plus une dizaine d'entrenœuds distincts. La partie inférieure de ces tiges n'ayant pu se dresser faute de vigueur était couchée sur le sol. L'axe hypocotylé légèrement tubérisé était facilement reconnaissable à son diamètre plus grand que celui de la tige et de la racine. Les feuilles inférieures flétries s'étaient détachées; les supérieures, petites et minces, garnissaient seulement le sommet des tiges. Celles-ci ne portaient ni ramifications axillaires ni inflorescences. Tel était le résultat de cinq mois et demi d'une végétation lente et affaiblie.

De l'autre côté, des tiges robustes, dressées dès la base, hautes de 5 à 6 décimètres et comptant une quinzaine d'entrenœuds distincts. De fortes racines s'étendaient au loin dans le sol. L'axe hypocotylé se confondait avec le sommet de la racine et la base de la tige principale. Celle-ci portait des tiges de deuxième ordre au nœud cotylédonaire ainsi qu'aux dix ou douze premiers segments. Les plus vigoureuses de ces tiges de deuxième ordre étaient elles-mêmes ramifiées. A la surface du sol rampaient de nombreux drageons. Les inflorescences, enfin, se montraient le long de la tige principale à partir des nœuds ^{5} ou ^{6}. Tel était le résultat de trois mois seulement d'une végétation rapide et luxuriante.

Digitized by Google

Une plante fut choisie dans chaque culture et sa tige principale fut étudiée dans toute son étendue. Les résultats de cette étude sont consignés dans le tableau suivant (p. 58).

Parcours des faisceaux primaires.

Dans la première tige, la plus âgée, la structure primaire ne s'est modifiée que lentement de manière à atteindre le modèle III au segment [5] seulement. Les segments suivants ont conservé la structure propre au modèle III.

Dans la seconde tige, la plus jeune mais la plus vigoureuse, la structure primaire s'est modifiée, au contraire, très rapidement, de sorte que le segment [2] est déjà du modèle III; le modèle V est réalisé dès le segment [7]. Dans les tiges principales qui se sont développées spontanément, nous avons trouvé le modèle V réalisé au plus tôt par le segment [14] (voyez premier tableau, p. 49).

Parcours des lames libéro-ligneuses secondaires.

La première tige principale n'avait pris que peu d'accroissement diamétral secondaire, puisque le diamètre à la base du segment [1] n'était que de 1^{mm}. Aussi voyons-nous dans toute l'étendue de cette tige les productions secondaires être toujours du même modèle que les formations primaires.

Dans la seconde tige un accroissement secondaire considérable s'est produit : le diamètre à la base du segment [1] mesure 8^{mm}. Les lames libéro-ligneuses, dont le nombre décroît à mesure qu'on s'élève dans la tige, ont réalisé successivement les modèles de I à VIII dans le segment [1].

La comparaison que nous venons de faire établit qu'une végétation lente et affaiblie donne naissance à une structure qui varie peu et n'arrive jamais à un haut degré de complication; qu'une végétation rapide et luxuriante amène, au contraire, de rapides variations dans la structure qui atteint bientôt un haut degré de complication. D'une façon générale, la vigueur d'une plante qui se développe augmente graduellement jusqu'à atteindre un certain maximum : la structure traduit ce fait par ses variations.

Digitized by Google

TROISIÈME TABLEAU.

Parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires dans deux tiges principales, l'une très faible, l'autre très vigoureuse.

Segments.	Culture en pot et en appartement. Semis du 3 avril. Récolte du 14 septembre. Age : 5 mois et demi environ.			Culture en couche froide. Semis du 9 juin. Récolte du 14 septembre. Age : 3 mois environ.		
	Faisceaux primaires.	Lames libéro-ligneuses secondaires.	Diamètre en millimètres.	Faisceaux primaires.	Lames libéro-ligneuses secondaires.	Diamètre en millimètres.
14	. . . . .	. . . . .	. . . .	V	V	1.3
13	. . . . .	. . . . .	. . . .	V	V	
12	. . . . .	. . . . .	. . . .	V	V	
11	III	III	0.6	V	V	
10	III	III		V	V	
9	III	III		V	V	
8	III	III		V	V	
7	III	III		V	V	
6	III	III		IV	IV et V	
5	III	III		IV	IV et V	
4	II	II		III	III à VI	
3	II	II		III	III à VI	
2	I	I		III	III à VI	
1	I	I	1mm	I	I à VIII	8mm
	Tige principale haute de 0m22 et ayant onze entre-nœuds distincts. Pas d'inflorescences, ni de branches axillaires.			Tige principale haute de 0m55 et ayant quatorze entrenœuds distincts. Des inflorescences à partir du nœud 6. Tiges de deuxième ordre depuis le nœud cotylédonaire jusqu'au segment 11. Tiges de troisième ordre sur les tiges de deuxième ordre insérées au nœud cotylédonaire et au nœud 1.		

Digitized by Google

Les variations de structure tant primaire que secondaire sont, en effet, d'autant plus rapides, dans l'étendue d'une même tige, que la végétation s'est produite avec plus de vigueur. En d'autres termes : *Les variations de structure sont corrélatives aux variations de vigueur de la végétation.*

De ce qui précède il résulte aussi que les termes *âge* et *degré de développement* ne sont pas synonymes. L'âge indique le temps qui s'est écoulé depuis l'apparition d'un être ou d'une partie de cet être; le degré de développement indique l'état plus ou moins avancé de différenciation et de complication auquel l'être ou le membre est arrivé. Deux êtres semblables à l'origine parviennent, après avoir vécu pendant un même temps dans des conditions biologiques différentes, à des degrés de développement très divers. Pour que l'indication de l'âge puisse servir de mesure au degré de développement, il est donc nécessaire que les êtres comparés aient été placés dans des conditions de vie aussi semblables que possible.

Lorsque nous étudierons les *variations histologiques,* je donnerai un exemple des modifications amenées, par les conditions de vie, dans la composition des tissus eux-mêmes. Cet exemple complétera les courtes indications qui précèdent sur les variations de la structure suivant les conditions biologiques.

§ 3. Tiges de deuxième et de troisième ordre.

Les tiges de deuxième ordre sont celles qui se développent à l'aisselle des feuilles de la tige principale. Leurs ramifications axillaires constituent des tiges de troisième ordre.

Parmi les tiges de deuxième ordre, ce sont celles qui proviennent des bourgeons axillaires du nœud cotylédonaire qui sont toujours les plus fortes. Ces tiges sont parfois rampantes et garnies d'appendices rudimentaires; d'autres fois, au contraire, elles sont dressées et rivalisent de vigueur avec la tige principale, au point même de porter des inflorescences avant elle.

Occupons-nous d'abord de ces tiges de deuxième ordre insérées au nœud

Digitized by Google

QUATRIÈME TABLEAU.

Parcours des faisceaux primaires dans trois tiges de deuxième ordre insérées au nœud cotylédonaire de trois tiges principales arrivées à divers degrés de développement.

Segments.	Tige principale ayant sept entrenœuds distincts. Pas d'inflorescences.	Tige de deuxième ordre ayant quatre entrenœuds distincts. Pas d'inflorescences.	Tige principale ayant quinze entrenœuds distincts. Inflorescences à partir du nœud 11.	Tige de deuxième ordre ayant onze entrenœuds distincts. Inflorescences à partir du nœud 9.	Tige principale ayant dix-sept entrenœuds distincts. Inflorescences à partir du nœud 5	Tige de deuxième ordre ayant dix entrenœuds distincts. Pas d'inflorescences.
17	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	V	
16	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	V	
15	. . . . .	. . . . .	IV	. . . . .	V	
14	. . . . .	. . . . .	IV	. . . . .	V	
13	. . . . .	. . . . .	IV	. . . . .	IV	
12	. . . . .	. . . . .	IV	. . . . .	IV	
11	. . . . .	. . . . .	IV	IV	IV	
10	. . . . .	. . . . .	IV	IV	IV	V
9	. . . . .	. . . . .	III	IV	IV	V
8	. . . . .	. . . . .	III	IV	IV	V
7	III	. . . . .	III	IV	IV	IV
6	III	. . . . .	III	III	IV	IV
5	III	. . . . .	III	III	III	IV
4	III	III	III	III	III	IV
3	II	III	II	III	III	III
2	I	II	I	III	III	III
1	I	I	I	II	III	III

Digitized by Google

cotylédonaire. Leur structure primaire se trouve résumée dans le tableau suivant, qui montre en même temps la structure primaire des tiges principales correspondantes.

Si nous considérons les tiges de deuxième ordre en *elles-mêmes,* nous voyons que le parcours de leurs faisceaux primaires se complique de plus en plus en s'élevant. Ici nous constatons donc, comme dans les tiges principales, la gradation des modèles de parcours.

Si nous comparons *entre elles* ces mêmes tiges de deuxième ordre, nous observons qu'ici aussi la gradation est d'autant plus rapide que la tige a pris plus de développement. Dans les tiges principales, la structure du segment [1] est remarquablement constante puisque, à part un seul cas, ce premier segment a toujours été trouvé du modèle I. Dans les pousses de deuxième ordre insérées au nœud cotylédonaire, au contraire, le segment [1] peut être du modèle I, II ou III, selon les circonstances. On remarquera que sa structure est d'autant plus compliquée que la pousse dont il forme la base est plus vigoureuse.

Si enfin nous comparons chaque tige de deuxième ordre *à la tige principale correspondante,* nous trouvons que la gradation des modèles est plus rapide dans la tige de deuxième ordre que dans la tige principale qui lui correspond.

Les tiges de deuxième ordre que nous venons de comparer entre elles et à leur tige-mère sont d'âge différent, mais elles ont toutes *la même hauteur d'insertion* puisqu'elles sont toutes insérées au nœud cotylédonaire. Il nous faut maintenant étudier des tiges insérées à diverses hauteurs.

Le tableau ci-après nous fournit sept tiges de deuxième ordre de divers âges, insérées à des hauteurs différentes le long d'une même tige principale.

Ce tableau prouve que deux tiges insérées sur des segments voisins sont sensiblement les mêmes; que, insérées au contraire sur des segments éloignés (tels que le segment [1] et le segment [7]), elles diffèrent en ce que la plus élevée débute par un segment dont la structure est plus compliquée.

La structure des divers segments d'une tige de deuxième ordre se modifie avec l'âge, par l'apparition de lames libéro-ligneuses secondaires de plus

Digitized by Google

CINQUIÈME TABLEAU.

Parcours des faisceaux primaires dans sept tiges de deuxième ordre insérées à des hauteurs différentes sur une même tige principale.

Segments.	Tige ayant cinq entrenœuds distincts, insérée au nœud cotylédonaire.	Tige ayant quatre entrenœuds distincts, insérée au nœud 1.	Tige ayant quatre entrenœuds distincts, insérée au nœud 2.	Tige ayant trois entrenœuds distincts, insérée au nœud 3.	Tige ayant deux entrenœuds distincts, insérée au nœud 4.	Tige n'ayant qu'un seul entrenœud distinct, insérée au nœud 7.	Tige n'ayant qu'un seul entrenœud distinct, insérée au nœud 8.
5	III						
4	III	III	III				
3	III	III	III	III			
2	II	III	III	III	III		
1	I	II	II	II	II	III	III

en plus nombreuses. Le parcours de ces lames est en rapport avec leur nombre.

En résumé, les tiges de deuxième ordre manifestent les mêmes phénomènes que les tiges principales, à savoir :

1° La complication graduelle du parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires;

2° Le rapport entre la vigueur de la pousse et la complication des parcours.

De plus, dans les tiges de deuxième ordre, le parcours des faisceaux pri-

Digitized by Google

maires débute ordinairement par un modèle plus compliqué et se modifie plus rapidement que dans les tiges principales.

Les tiges de troisième ordre sont rares : celles que j'ai trouvées étaient insérées le long d'une forte tige axillaire du nœud cotylédonaire. Elles étaient jeunes encore et ne comptaient que trois ou quatre segments, tous du modèle III.

§ 4. Tiges d'un ordre plus élevé.

Les drageons qui se développent à la base de la tige principale, comme il a été dit dans les *Généralités*, constituent des tiges souterraines qui continuent à se ramifier par bourgeonnement axillaire. Certaines pousses d'un ordre élevé et ordinairement indéterminable se redressent, forment une tige aérienne souvent haute, ramifiée et garnie d'inflorescences (tiges d'ordre ^{n}). Nous étudierons d'abord ces tiges aériennes et leurs ramifications, puis nous rechercherons les différences que peut présenter la structure des tiges souterraines.

1° *Tiges aériennes.*

Le tableau ci-après (p. 64) résume la structure primaire et secondaire de deux tiges d'ordre ^{n} inégalement développées et récoltées en des stations et à des dates différentes.

La première, haute de $0^{m}.40$, comptait seize entrenœuds distincts et ne portait pas d'inflorescences; ses ramifications axillaires étaient peu développées. La seconde, qui comptait trente-sept entrenœuds distincts, mesurait $2^{m}.20$ de hauteur; elle portait des inflorescences depuis le segment ^{19} et de fortes branches axillaires à tous les segments de la région moyenne; ces branches elles-mêmes étaient ramifiées et garnies d'inflorescences.

Le parcours des faisceaux primaires, au moment de l'observation, a été trouvé à peu près le même pour les deux tiges. Les sept ou huit premiers segments appartenaient au modèle III; les quatre ou six suivants au modèle IV, les autres au modèle V.

Digitized by Google

SIXIÈME TABLEAU.

Parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires dans deux tiges d'ordre^{n} arrivées à divers degrés de développement.

Segments.	Tige ayant seize entrenœuds distincts et ne portant pas d'inflorescences. Les cinq premiers segments se trouvaient sous le sol.		Tige ayant trente-sept entrenœuds distincts et portant des inflorescences à partir du nœud 19. Les sept premiers segments se trouvaient sous le sol.		
	Faisceaux primaires.	Lames libéro-ligneuses secondaires.	Faisceaux primaires.	Lames libéro-ligneuses secondaires.	Diamètre en millimètres de la section à la base des segments.
37	. . . . .	. . . . .	V	V	2
36	. . . . .	. . . . .	V	V	2,5
35	. . . . .	. . . . .	V	V	3
34	. . . . .	. . . . .	V	V	3,5
33	. . . . .	. . . . .	V	V	4
32	. . . . .	. . . . .	V	V	4,5
31	. . . . .	. . . . .	V	V	5
30	. . . . .	. . . . .	V	V	5,5
29	. . . . .	. . . . .	V	V et VI	6
28	. . . . .	. . . . .	V	V à VII	6,5
27	. . . . .	. . . . .	V	V à VII	7
26	. . . . .	. . . . .	V	V à VIII	8
25	. . . . .	. . . . .	V	V à IX	8,5
24	. . . . .	. . . . .	V	V à XI	9
23	. . . . .	. . . . .	V	V à XIII	9,5
22	. . . . .	. . . . .	V	V à XIII	9,5
21	. . . . .	. . . . .	V	V à XIV	10
20	. . . . .	. . . . .	V	V à XIV	10,5
19	. . . . .	. . . . .	V	V à XV	11,5

Digitized by Google

SUITE DU SIXIÈME TABLEAU.

Segments.	Tige ayant seize entrenœuds distincts et ne portant pas d'inflorescences. Les cinq premiers segments se trouvaient sous le sol.		Tige ayant trente-sept entrenœuds distincts et portant des inflorescences à partir du nœud 19. Les sept premiers segments se trouvaient sous le sol.		
	Faisceaux primaires.	Lames libéro-ligneuses secondaires.	Faisceaux primaires.	Lames libéro-ligneuses secondaires.	Diamètre en millimètres de la section à la base des segments.
18	. . . . .	. . . . .	V	V à XVI	14
17	. . . . .	. . . . .	V	V à XVI	14,5
16	V	V	V	V à XVII	16
15	V	V	V	V à XVII	16
14	V	V	V	V à XVI	15,5
13	V	V	IV	IV à XV	15
12	V	V	IV	IV à XIII	14,5
11	IV	IV V	IV	IV à X	14
10	IV	IV V	IV	IV à VIII	13
9	IV	IV V VI	IV	IV à VI	11
8	IV	IV V	IV	IV à VI	10
7	III	III IV	III	III à V	9
6	III	III IV	III	III à V	8,5
5	III	III IV	III	III à V	8,5
4	III	III IV	III	III à V	8,5
3	III	III IV	III	III et IV	8,5
2	III	III IV	III	III et IV	8
1	III	III IV	III	III et IV	8

Les productions secondaires étaient peu développées dans la première tige et parcouraient les divers segments à peu près de la même manière que les faisceaux primaires des mêmes segments. On remarquera que c'est dans le

Digitized by Google

segment ^{9}, c'est-à-dire à une certaine distance au-dessus du sol, que les productions secondaires étaient le plus développées.

La seconde tige, au contraire, avait pris un accroissement diamétral secondaire considérable, surtout dans sa région moyenne. Aussi voyons-nous, dans cette tige, les productions libéro-ligneuses secondaires former de nombreuses lames, les unes convergeant vers l'un des faisceaux primaires, les autres sans rapport avec ces faisceaux. Le nombre de ces lames s'est élevé à soixante-huit à la base des segments quinze et seize (pl. VIII, fig. 5), ceux précisément dont le diamètre est le plus grand. En divisant par quatre, comme il a été dit plus haut, le nombre des lames libéro-ligneuses secondaires de ces segments, nous trouverons le chiffre qui doit représenter le modèle du parcours des lames les plus récentes. C'est ainsi que nous dirons que ces parcours dans les segments ^{15} et ^{16} sont du modèle XVII.

Les segments inférieurs, quoique étant les plus âgés, renferment un bien moins grand nombre de lames libéro-ligneuses que les segments de la région moyenne. Nous reviendrons plus loin sur ce fait. Les segments supérieurs aux segments ^{15} et ^{16} sont de plus en plus jeunes : aussi montrent-ils des productions secondaires de moins en moins développées, c'est-à-dire des lames libéro-ligneuses de moins en moins nombreuses.

Il nous reste encore à parcourir les ramifications axillaires des tiges précédentes, c'est-à-dire les tiges d'ordre $^{n+1}$. La structure primaire de quelques-unes de ces tiges est indiquée dans le septième tableau (p. 67).

Le premier segment est du modèle III, les suivants forment une gradation ascendante d'autant plus rapide, et les inflorescences apparaissent ordinairement d'autant plus bas que la tige d'ordre $^{n+1}$ est plus vigoureuse.

La seconde tige du septième tableau était très grêle dans toute son étendue. Sa structure est remarquablement constante : les faisceaux λ y font complètement défaut et les inflorescences se montrent à la hauteur de segments qui ne sont que du modèle III.

Quant aux tiges d'ordre $^{n+2}$, la seule que j'aie examinée se trouvait insérée sur le segment ^{3} de la dernière des tiges du septième tableau : son premier segment, très jeune encore, appartenait déjà nettement au modèle IV.

Digitized by Google

SEPTIÈME TABLEAU.

Parcours des faisceaux primaires dans quatre tiges d'ordre $n+1$ insérées à diverses hauteurs et arrivées à divers degrés de développement.

Segments.	Tige ayant trois entrenœuds distincts. Pas d'inflorescences.	Tige très grêle ayant dix entrenœuds distincts. Des inflorescences à partir du nœud 7.	Tige assez vigoureuse ayant douze entrenœuds distincts. Des inflorescences à partir du nœud 8.	Tige très vigoureuse ayant seize entrenœuds distincts. Des inflorescences à partir du nœud 5.
10	. . . . .	III	:	:
9	. . . . .	III	:	:
8	. . . . .	III	IV	V
7	. . . . .	III	IV	V
6	. . . . .	III	III	V
5	. . . . .	III	III	V
4	. . . . .	III	III	IV
3	III	III	III	IV
2	III	III	III	IV
1	III	III	III	III
	Cette tige était insérée au segment 9 de la plus petite des deux tiges d'ordre n du tableau précédent.	Cette tige était insérée sur un segment du modèle IV primaire appartenant à une tige d'ordre n assez haute.	Cette tige était insérée au segment 14 de la plus grande des deux tiges d'ordre n du tableau précédent.	Cette tige était insérée au segment 17 de la plus grande des deux tiges d'ordre n du tableau précédent.

2° *Tiges souterraines.*

La structure des tiges souterraines est plus uniforme que celle des tiges aériennes. Le nombre des faisceaux primaires varie de quatre à seize; celui des lames libéro-ligneuses secondaires ne dépasse pas vingt-huit dans les plus

Digitized by Google

gros rhizomes. Le parcours de ces faisceaux et de ces lames est le même que dans la tige aérienne.

Dans les premiers segments d'une pousse souterraine, le parcours des faisceaux primaires est du modèle I et II; plus haut le parcours est du modèle III, rarement du modèle IV. Les parcours secondaires se rattachent fréquemment aux modèles III ou IV, plus rarement aux modèles V, VI ou VII.

Sur une section transversale, on n'observe généralement que six ou dix massifs libéro-ligneux secondaires : dans le premier cas, les six massifs correspondent aux faisceaux réparateurs; dans le second cas, il y a en plus quatre lames libéro-ligneuses correspondant aux faisceaux λ représentés ou non comme formations primaires. Les six faisceaux sortants sont presque toujours réduits à leurs éléments primaires; ce n'est que dans un très gros rhizome que j'ai vu des lames libéro-ligneuses secondaires se former en face de ces faisceaux.

La présence de nombreuses racines adventives le long des rhizomes amène des perturbations dans le trajet des lames libéro-ligneuses, trajet qui est parfaitement rectiligne, au contraire, dans les entrenœuds des tiges aériennes.

§ 5. Rapports anatomiques des tiges de divers ordres insérées les unes sur les autres.

La tige principale, en sa qualité de tige primaire, ne se trouve insérée sur aucune autre tige. Il y a cependant une région inférieure au segment [1] désignée sous le nom d'*axe hypocotylé*. Un chapitre spécial sera consacré à l'étude de cette région. Je crois cependant utile d'indiquer, dès maintenant, le parcours des faisceaux primaires dans l'axe hypocotylé.

Dans la partie supérieure de ce membre, il existe deux faisceaux opposés l'un à l'autre. Le plan passant par le milieu de ces faisceaux est perpendiculaire au plan commun de symétrie des cotylédons. En arrivant au nœud cotylédonaire, chacun de ces faisceaux se trifurque. Les branches médianes continuent leur trajet et forment les faisceaux M du segment [1]. Les branches latérales s'anastomosent entre elles de chaque côté pour constituer les

Digitized by Google

faisceaux L du segment ^{1} (pl. VII, fig. 1); à l'intérieur des arcades anastomotiques ainsi formées s'insèrent, sur les branches latérales de l'arcade, deux faisceaux qui se rendent immédiatement dans le bourgeon axillaire du cotylédon correspondant.

De même, à chaque nœud des segments suivants, les bourgeons axillaires reçoivent deux faisceaux dont l'insertion se trouve également dans l'arcade anastomotique (pl. VII, fig. 1). Si l'on suit ces deux faisceaux (fig. 2), on les voit bientôt se trifurquer : les branches médianes deviennent les faisceaux M du segment ^{1} de la pousse axillaire; les branches latérales s'anastomosent deux à deux et forment les faisceaux L du même segment.

Toutes les tiges axillaires, à quelque ordre qu'elles appartiennent, s'insèrent ainsi sur la tige-mère par une région dont la structure rappelle entièrement celle de l'axe hypocotylé (*).

Les premiers entrenœuds des tiges axillaires sont souvent très courts, quelquefois même *indistincts et alors privés d'appendices, ce qui n'entraîne pas l'absence de rameaux insérés dans les arcades anastomotiques à la façon des rameaux axillaires.* Tel me paraît être le cas du nœud ^{1} des pousses axillaires du nœud cotylédonaire et parfois des pousses axillaires du nœud ^{1} de la tige principale. En effet, dans l'aisselle même des cotylédons et des feuilles ^{1}, on observe ordinairement trois branches axillaires, la médiane étant un peu plus développée que les latérales. De ces trois bourgeons, le médian porterait donc les deux autres à son premier nœud indistinct.

Ceci m'entraîne à dire un mot de l'insertion des inflorescences. Étant donnée une tige d'ordre ^{n}, par exemple, ramifiée et garnie de fleurs, on remarquera que les inflorescences se trouvent par quatre à chacun des nœuds, et en se bornant aux caractères extérieurs, on pourrait croire que les inflorescences

(*) Tout à fait à la base de fortes tiges axillaires d'ordre $^{n+1}$, j'ai rencontré parfois un petit bourgeon inséré sur cette tige, du côté opposé à la tige d'ordre ^{n}, en d'autres termes, situé entre la tige d'ordre $^{n+1}$ et la feuille dans l'aisselle de laquelle se trouvait cette dernière tige. Ce petit bourgeon est inséré dans l'arcade anastomotique de la région d'insertion de la tige d'ordre $^{n+1}$. Il correspond donc au bourgeon axillaire antérieur du nœud cotylédonaire. On conçoit que le bourgeon axillaire postérieur ne puisse se développer, attendu qu'il se trouverait comprimé entre la tige d'ordre ^{n} et la tige d'ordre $^{n+1}$.

Digitized by Google

sont insérées réellement où on les voit, c'est-à-dire au nœud de la tige d'ordre ^{n}. L'étude anatomique m'a démontré, au contraire, que chacune des quatre inflorescences observées à l'un des nœuds d'une tige d'ordre ^{n} représente une branche axillaire insérée au nœud ^{1} indistinct d'une tige d'ordre $^{n+1}$. Ce nœud ^{1} est rudimentaire, dépourvu d'appendices et comme engagé encore dans la tige d'ordre ^{n}. Parfois, cependant, lorsque l'entrenœud ^{1} des tiges d'ordre $^{n+1}$ est plus long, on voit manifestement, même extérieurement, que les inflorescences procèdent des rameaux d'ordre $^{n+1}$ (*).

Si les tiges d'ordre $^{n+1}$ sont aussi garnies d'inflorescences, celles-ci sont insérées, en réalité, au nœud ^{1} des pousses d'ordre $^{n+2}$, ordinairement peu ou pas développées.

La structure des axes de l'inflorescence paraît différer notablement, à première vue au moins, de la structure des axes végétatifs. Elle n'a pas fait l'objet de mes recherches.

Nous venons de dire que les premiers segments sont courts et parfois indistincts; ils présentent souvent, en outre, des modifications de structure assez intéressantes. Dans sa jeunesse, le bourgeon axillaire se trouve comprimé entre la feuille et la tige-mère, de sorte que la section des premiers entrenœuds jeunes est toujours très elliptique. De plus, le côté tourné vers la tige-mère est moins large, dès l'origine, et prend par la suite moins de développement que le côté opposé. Il en résulte que le plan passant par les deux faisceaux d'insertion divise les premiers segments en deux moitiés qui ne sont pas rigoureusement symétriques. La moitié comprise entre ce plan et la tige-mère compte souvent moins de faisceaux primaires et de lames libéro-ligneuses secondaires que l'autre côté qui a pu se développer plus librement; c'est ce que montre la figure 5, planche VII, dans laquelle la flèche indique la position de la tige-mère.

Une autre disposition bien singulière est celle que j'ai observée à la base du

(*) Weddel avait déjà reconnu que « les inflorescences géminées ne sont que les rameaux opposés d'un axe qui, ordinairement, ne se développe pas ». (*Monographie de la famille des Urticées*, dans les Archives du Muséum, t. IX, 1856-1857, p. 7.)

Digitized by Google

segment ^{2} d'une branche axillaire insérée au nœud cotylédonaire de l'*Urtica pilulifera* (pl. VII, fig. 4). Les faisceaux *l* et λ postérieurs faisaient complètement défaut. Ce fait donnait, à la section pratiquée au niveau indiqué, une symétrie trompeuse, puisqu'il paraissait n'y avoir que quatre faisceaux sortants et huit faisceaux réparateurs. Ce n'est qu'à un niveau un peu inférieur au nœud ^{2} qu'apparaissaient les faisceaux l^{pg} et l^{pd}. Quant aux faisceaux λ postérieurs, ils ne se montraient pas dans toute l'étendue du segment ^{2}.

En résumé, la tige principale, ainsi que toutes les tiges qui en dérivent par ramification axillaire débutent par deux faisceaux qui bientôt se trifurquent et s'anastomosent par leurs branches latérales, de manière à constituer quatre faisceaux disposés en croix. On peut appeler *plan d'insertion* d'une tige quelconque le plan qui passe par le milieu des deux faisceaux d'insertion de cette tige.

Les premiers entrenœuds d'une tige sont ordinairement très courts; les premiers nœuds, souvent indistincts, peuvent porter néanmoins des bourgeons insérés comme les bourgeons axillaires; exemple : les bourgeons axillaires latéraux du nœud cotylédonaire. L'axe de l'inflorescence est aussi un bourgeon inséré au nœud ^{1} indistinct de pousses axillaires de différents ordres.

Dans leur région inférieure, enfin, les tiges axillaires n'ont qu'un seul plan de symétrie qui est le plan perpendiculaire au plan d'insertion de la tige. Considéré dans l'ensemble de la tige, ce plan s'appellera *plan principal de symétrie* du membre.

L'axe hypocotylé de l'Ortie, du moins pendant la période primaire, possède deux plans de symétrie : le plan d'insertion (*) et le plan perpendiculaire au précédent. Dans la suite, l'axe hypocotylé se développe presque toujours inégalement, de manière que sa symétrie devient bilatérale, le plan de symétrie étant perpendiculaire au plan d'insertion. Il est possible que cette

(*) Quoique, à proprement parler, la tige principale ne soit *insérée* sur aucun autre membre, je crois pouvoir désigner sous le nom de faisceaux d'insertion les deux faisceaux de l'axe hypocotylé, auxquels ressemblent les deux faisceaux d'insertion de toute tige axillaire. De là la dénomination de plan d'insertion donnée au plan passant par le milieu des deux faisceaux de l'axe hypocotylé.

Digitized by Google

inégalité de développement, pendant la période secondaire, ne fait qu'accentuer une différence existant déjà, quoique insensible, pendant la période primaire (*). La tige principale aurait donc aussi un plan principal de symétrie et celui-ci serait perpendiculaire au plan d'insertion comme dans les tiges axillaires.

On remarquera que le plan commun de symétrie des deux cotylédons de l'Ortie coïncide avec le plan principal de symétrie de la tige principale. Des deux cotylédons, l'un est donc antérieur et l'autre postérieur par rapport à l'observateur (**).

On remarquera, en outre, que dans toutes les tiges les segments impairs sont tous orientés de telle façon que leurs faisceaux sortants médians (m) se trouvent dans le plan d'insertion de la tige; tous les segments pairs, au contraire, ont leurs faisceaux médians dans le plan principal de symétrie. Dans tous les segments impairs, les faisceaux sortants médians sont donc qualifiés de *gauche* et de *droit;* dans tous les segments pairs, ils sont dits *antérieur* et *postérieur*.

Lorsque le premier nœud d'une tige axillaire porte une paire de feuilles développées, le plan commun de symétrie de ces deux feuilles est perpendiculaire au plan de symétrie des feuilles du segment sur lequel la tige est insérée.

Enfin, si l'on suppose toutes les branches axillaires d'une tige quelconque redressées le long de la tige-mère, on reconnaîtra que le plan principal de symétrie de chaque pousse axillaire des segments impairs est perpendiculaire au plan principal de symétrie de la tige-mère; tandis que le plan principal de symétrie de chaque pousse axillaire des segments pairs coïncide avec le plan principal de symétrie de la tige-mère.

(*) Dans certaines espèces, l'axe hypocotylé possède toujours une symétrie bilatérale plus ou moins nettement accusée dès la période primaire.

(**) On se souvient que nous avons supposé l'observateur placé sur l'axe de la tige étudiée, la tête dirigée vers le sommet végétatif et les pieds à l'opposé. Cet observateur est tourné de façon que son plan de symétrie à lui coïncide avec le plan principal de symétrie du membre, et que son regard se porte vers le côté du grand développement (dans les tiges axillaires, l'observateur tourne donc le dos à la tige-mère).

Digitized by Google

Dans l'Ortie, les plans de symétrie considérés dans une même tige ou dans un ensemble de tiges, ont donc une disposition rectangulaire qui se trahit au dehors par la disposition des feuilles et des rameaux.

§ 6. Comparaison des tiges de divers ordres.

Dans l'*Urtica dioica*, chaque tige, de quelque ordre qu'elle soit, est constituée par une seule pousse. Je veux dire par là que le sommet de chaque tige se développe d'une façon continue et indéfinie sans jamais s'entourer d'écailles, hiverner et former ensuite une seconde pousse dans la continuation de la première. Selon leur point d'insertion, les tiges sont entièrement aériennes ou bien possèdent une région inférieure souterraine. Pendant l'hiver, les premières sont entièrement détruites, tandis que les secondes perdent seulement leur portion aérienne. Les parties souterraines persistantes constituent le rhizome duquel partent sans cesse de nouvelles pousses axillaires ayant une portion inférieure souterraine qui persistera et une portion supérieure aérienne qui sera bientôt détruite.

Toute tige est formée : 1° d'une région d'insertion; 2° d'une succession indéfinie de segments superposés.

1. — La région d'insertion ne renferme que deux faisceaux (faisceaux d'insertion) disposés symétriquement de part et d'autre du plan principal de symétrie de la tige. Après un trajet ordinairement très court, ces faisceaux se trifurquent, les branches latérales s'anastomosent deux à deux, les médianes se prolongent, de sorte que quatre faisceaux disposés en croix sont bientôt constitués.

La région d'insertion de la tige principale comprend la partie supérieure de l'axe hypocotylé et le nœud cotylédonaire. Deux appendices (cotylédons) et deux tiges axillaires sont insérés sur cette région. Chaque cotylédon reçoit un faisceau formé par la réunion de deux branches issues latéralement des faisceaux d'insertion; chaque tige placée dans l'aisselle d'un cotylédon reçoit deux faisceaux insérés dans l'arcade anastomotique.

Digitized by Google

La région d'insertion des tiges axillaires (tiges de deuxième, troisième, ... ^{n}, $^{n+1}$, $^{n+2}$ ..... ordre) est très courte, souvent même elle est encore entièrement engagée dans la tige-mère. Elle ne porte pas d'appendices, mais parfois un petit bourgeon inséré dans l'arcade anastomotique antérieure.

2. — Chacun des segments qui composent une tige quelconque porte en son milieu un nœud auquel sont insérées deux feuilles opposées, quatre stipules caulinaires et deux tiges axillaires, une dans l'aisselle de chaque feuille.

Le segment ^{1} des tiges principales a toujours une structure primaire simple, correspondant au modèle I. Seul, il est privé de stipules, mais il porte deux feuilles et deux tiges axillaires vigoureuses.

La structure primaire du segment ^{1} des tiges axillaires est bien moins constante. D'une façon générale, on observe que *le segment ^{1} est d'autant plus compliqué que la pousse dont il forme la base est d'un ordre plus élevé.* En effet :

Le segment ^{1} des tiges principales est du modèle I ;
Id. id. de deuxième ordre est du modèle I, II ou III ;
Id. id. de troisième ordre est du modèle III ;
Id. id. d'ordre ^{n} est du modèle III ;
Id. id. d'ordre $^{n+1}$ est du modèle III ou IV ;
Id. id. d'ordre $^{n+2}$ est du modèle IV.

D'une façon générale encore, on remarque que le segment ^{1} des tiges *d'un même ordre* est d'autant plus compliqué que la tige dont il forme la base est insérée *plus haut* sur la tige-mère. C'est ce que nous a démontré le cinquième tableau.

Enfin, parmi les tiges *d'un même ordre* insérées à *une même hauteur,* on constate que la structure primaire du segment ^{1} est d'autant plus compliquée que la pousse dont ce segment forme la base est plus vigoureuse. Le quatrième tableau a suffisamment établi ce fait.

Digitized by Google

En comparant une série de tiges axillaires d'un même ordre (quel que soit d'ailleurs cet ordre) et insérées à des hauteurs diverses, le long d'une même tige-mère, on voit que le segment[1] des tiges inférieures est généralement assez distinct et porte deux bourgeons axillaires plus ou moins développés et garnis de feuilles; on reconnaît, au contraire, que le segment[1] des tiges supérieures est généralement indistinct, c'est-à-dire engagé encore dans la tige-mère, et porte deux bourgeons axillaires transformés en axe d'inflorescences. Or, d'après ce qui précède, le segment[1] des tiges supérieures est plus compliqué que celui des tiges inférieures ou, si l'on veut, plus vigoureux (puisque la complication de la structure résulte de l'accroissement de la vigueur). Les inflorescences n'apparaissent donc que quand le segment[1] (le seul qui porte des inflorescences) a atteint un certain degré de vigueur. C'est la résultante de ce fait anatomique que nous percevons extérieurement déjà, et que nous exprimons en disant : la plante fleurit, c'est-à-dire se dispose à propager son espèce, lorsque elle-même, comme individu, est arrivée à un degré de vigueur suffisant.

3. — Dans toute tige, les segments supérieurs au segment[1] forment une gradation ascendante dont le premier terme est déterminé par la structure primaire du segment[1] lui-même. Cette gradation est d'autant plus rapide que la tige considérée est plus vigoureuse. Or, la vigueur de la tige considérée est d'autant plus grande au début que le segment-support (appartenant à la tige-mère) était lui-même plus vigoureux. Aussi voyons-nous généralement la gradation marcher plus vite dans les tiges d'ordre élevé, et dans les tiges insérées plus haut, parmi celles d'un même ordre.

Un fait important domine et résume tout ce qui précède, c'est *l'accroissement continu de la vigueur d'une plante en végétation*. Dans chaque pousse, la végétation est comparable à un mouvement qui s'accélère de plus en plus jusqu'à ce qu'une cause extérieure vienne le ralentir ou l'arrêter brusquement. Il sera peut-être un jour possible d'évaluer, au moyen d'une unité morphologique, *l'accélération produite par la végétation* dans un milieu

Digitized by Google

déterminé, comme il a été possible d'évaluer numériquement l'accélération produite par la pesanteur en un point déterminé de la surface du globe (*).

Quoi qu'il en soit, on peut admettre dès maintenant que chaque tige constitue *un tout, une individualité morphologique,* composée d'une région d'insertion et d'un nombre indéfini de segments qui sont comme autant d'unités. Chacun de ces segments est lui-même *une individualité d'un ordre inférieur* dans laquelle on peut reconnaître une série de niveaux superposés.

SECTION II.

Histologie des segments supérieurs au segment [1] de la tige principale.

L'étude que nous venons de faire du parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires explique les variations du nombre de ces faisceaux et de ces lames suivant le niveau, la hauteur, l'âge et les conditions biologiques. Il nous reste maintenant à indiquer les principales variations que présentent les tissus eux-mêmes dans le temps et dans l'espace. Le chapitre suivant est d'ailleurs consacré à l'histoire complète d'un segment pris à une assez grande hauteur sur la tige; nous nous bornerons donc ici à examiner les tissus complètement différenciés.

1° *Système libéro-ligneux.*

Sur une simple coupe transversale, il est presque toujours possible de reconnaître les faisceaux, c'est-à-dire de savoir quel rôle ils ont à remplir

(*) J'emploie le terme *vigueur de végétation* dans le sens donné habituellement à ce mot en jardinage. A notre point de vue, il y a lieu de distinguer la vigueur de la végétation *primaire* pendant le temps de la formation des tissus primaires et la vigueur de la végétation *secondaire* pendant la période de la formation des tissus secondaires. Dans les deux cas, un degré de vigueur plus grand dans la végétation correspond à un nombre plus élevé de massifs libéro-ligneux, à un développement plus considérable et à une différenciation plus marquée de tous les tissus.

Comme nous le verrons dans la suite, on peut prendre pour mesure du degré de vigueur de la végétation primaire d'un segment quelconque, la largeur diamétrale du sommet végétatif dans lequel ce segment s'est organisé.

Digitized by Google

dans le segment considéré, en un mot de les dénommer. Pour cela, il suffit de considérer les caractères suivants :

Les faisceaux sortants (*m* et *l*), depuis leur apparition comme cordons procambiaux jusqu'au moment de l'établissement des zones génératrices secondaires, sont sensiblement égaux entre eux, mais toujours plus gros que les autres faisceaux. Ils sont disposés à peu près en hexagone : ceux qui se trouvent sous les angles aigus de la section sont les sortants médians, les autres sont les sortants latéraux (*).

Les productions ligneuses et libériennes secondaires de ces faisceaux sont ordinairement peu nombreuses, quelquefois même nulles, c'est-à-dire remplacées, partiellement ou totalement, par du $T/^2$. Les faisceaux sortants paraissent alors être les plus petits de tous les faisceaux (pl. VIII, fig. 1, 4, 8). Ce n'est cependant pas toujours le cas, car dans les segments vigoureux les productions secondaires se forment normalement dans les faisceaux sortants (fig. 6). Ceux-ci peuvent même, quoique rarement, être divisés en plusieurs lames libéro-ligneuses secondaires (fig. 5) (**).

Les faisceaux réparateurs sont les faisceaux M^p, M^a, L^m : les deux premiers se montrent de chaque côté des sortants médians; le dernier, entre les sortants latéraux. La grosseur de ces faisceaux, à la période primaire, n'est ordinairement pas uniforme : les faisceaux M^p et M^a sont presque toujours plus gros. Cela provient de ce que le faisceau L^m se trifurque dès qu'il a atteint une certaine largeur : dans le modèle V, le faisceau L^m d'un

(*) La position des grands et des petits faisceaux, par rapport à la forme générale en hexagone de certaines sections transversales, a été considérée par M. S. Fugairon comme un caractère propre à distinguer diverses espèces d'Ortie. J'ai déjà fait observer que suivant l'âge les plus gros faisceaux sont tantôt les faisceaux sortants et tantôt les faisceaux réparateurs; que, de plus, la forme de la section dépend du degré de développement atteint par la tige, ainsi que de la hauteur et du niveau auxquels la coupe a été pratiquée. S'il est vrai qu'on peut, dans le jeune âge et en certains points, reconnaître une forme générale en hexagone, cette forme se modifie plus tard et devient un polygone plus ou moins régulier à douze côtés ou même un cercle. M. S. Fugairon fait alors coïncider les angles de son hexagone tantôt avec les faisceaux sortants et tantôt avec les faisceaux réparateurs. Il en résulte une confusion qui lui permet de voir des différences spécifiques là où il n'y a que des différences d'âge, de hauteur ou de niveau.

(**) Ces faisceaux sortants, dont les productions libéro-ligneuses secondaires sont bien développées, sont précisément ceux qui se rendent dans les feuilles les plus grandes.

Digitized by Google

segment^{n}, par exemple, est remplacé dès la base même du segment par les faisceaux (M^{g}, m, M^{d}) $^{n+1}$.

Les faisceaux M^{p} et M^{a}, au contraire, se ramifient plus difficilement, et seulement à une faible distance des nœuds. Il en résulte que ces derniers faisceaux réparateurs sont souvent très larges. Ils montrent alors plusieurs rangées radiales de trachées, c'est-à-dire plusieurs lignes de différenciation ligneuse (fig. 5) (*).

Le bois et le liber secondaires se développent toujours dans les faisceaux réparateurs. A une période suffisamment avancée, les productions secondaires de ces faisceaux sont toujours découpées dans les tiges aériennes, par des lames radiales de Tf^{2}, en un nombre plus ou moins considérable de lames libéro-ligneuses distinctes. Celles-ci se montrent d'abord dans les faisceaux L^{m}, puis dans les faisceaux M^{p} et M^{a}. Dans les tiges souterraines, le bois et le liber secondaires forment ordinairement des massifs continus, indivis; on n'observe de lames libéro-ligneuses que dans les plus gros rhizomes.

Quant aux *faisceaux* λ, ils n'apparaissent comme faisceaux primaires que dans les segments assez larges pour que leurs formations primaires soient du modèle IV ou V. Par contre on observe, même dans les segments les plus étroits (**), des lames libéro-ligneuses secondaires isolées qui par leur position et leur parcours correspondent exactement aux faisceaux λ. Ces lames libéro-ligneuses peuvent aussi se diviser en plusieurs autres.

En étudiant, au point de vue des faisceaux λ, tous les segments d'une tige principale, j'ai pu constater que l'apparition de ces faisceaux, comme massifs d'éléments primaires, se fait de la façon suivante. Dès le segment ^{3} ou ^{4}, on observe à la place que doit occuper le faisceau λ une fibre libérienne primaire complètement isolée. Les cellules du Tf^{2} externe formées contre cette fibre se sont recloisonnées de manière à former un groupe de

(*) *Théorie du faisceau.*

(**) Je me sers, pour abréger, des expressions *segment large* et *segment étroit*. Il faudrait dire : segments produits par un sommet végétatif de grand ou de petit diamètre. Étant donné un segment quelconque complètement développé ou même âgé, on peut juger approximativement de la largeur du sommet végétatif qui l'a produit d'après la distance qui sépare diamétralement deux faisceaux opposés (voyez la note au bas de la page 76).

Digitized by Google

petits éléments; la figure 2, planche VIII, représente cette formation dans un segment[7] assez jeune. Lorsqu'il se développe une lame libéro-ligneuse secondaire λ, celle-ci apparaît en face de l'unique fibre libérienne dont je viens de parler.

Dans un segment plus élevé, on observe dès le stade procambial un groupe formé de quelques petites cellules qui ne se différencient pas. Plus haut encore, on voit se caractériser dans ce groupe procambial une seule trachée et quelques éléments libériens (fig. 3). Après l'établissement de la zone cambiforme, ces éléments primaires si peu nombreux sont repoussés, écrasés par le Tf^2. Ce n'est que dans les segments vigoureux des modèles IV et V que les faisceaux λ se caractérisent complètement dès la période primaire.

Éléments constitutifs des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires.

La composition du bois et du liber tant primaires que secondaires nous est connue (*); j'ajouterai seulement que dans les vieux rhizomes, les vaisseaux sont parfois comblés de thylles (**).

La disposition des massifs ligneux primaires varie peu avec l'âge; celle des massifs libériens primaires est, au contraire, susceptible de modifications assez grandes. Celles-ci proviennent de ce que le liber primaire, étant placé à l'extérieur de l'anneau générateur, est obligé de se prêter à l'accroissement diamétral secondaire de la tige. Observé dès la période primaire, le liber primaire est toujours disposé en massifs parfaitement distincts, correspondants chacun à un massif de bois primaire (pl. I, fig. 4, 7, et pl. II, fig. 1, 3, 5, 6). *Dans l'Ortie, comme dans toutes les plantes vasculaires, chaque faisceau est composé de bois et de liber.* A une époque plus ou moins avancée de la période secondaire, la disposition du liber primaire se modifie aussi bien dans les segments qui renferment peu de faisceaux que dans ceux qui en contiennent beaucoup.

(*) Voyez chapitre premier.

(**) Ce fait est signalé déjà dans le *Vergleichende Anatomie*, de M. le professeur A. DE BARY.

Digitized by Google

Lorsqu'un segment qui ne renferme que quatre faisceaux primaires, par exemple, a pris un accroissement diamétral secondaire considérable, chacun des quatre massifs libériens primaires s'est beaucoup étendu tangentiellement pour suivre l'accroissement du périmètre de la tige. Ce résultat est atteint par l'étirement de tous les éléments et par le recloisonnement de plusieurs d'entre eux. Les grandes fibres libériennes primaires sont alors déformées et comme éparpillées. Quel que soit le nombre des lames libéro-ligneuses secondaires formées dans chaque faisceau, chacun des quatre massifs libériens primaires étiré en longue bande, surmonte chacun des quatre systèmes de lames libéro-ligneuses (pl. II, fig. 7, 8, 9; pl. V, fig. 5, et pl. VIII, fig. 4, 5).

Lorsque les faisceaux primaires sont nombreux, les massifs libériens primaires sont encore distincts au début, quoique plus rapprochés les uns des autres. Mais dès que la tige commence à manifester un accroissement diamétral secondaire, ces massifs se déforment, s'étirent : ceux qui appartiennent à des faisceaux très voisins, comme ceux qui composent un même système, se fusionnent, de sorte qu'à une période secondaire même peu avancée, on trouve le liber primaire disposé en quatre bandes qui correspondent à chacun des quatre systèmes de faisceaux (pl. VIII, fig. 6).

Que les segments contiennent peu ou beaucoup de faisceaux primaires, la disposition du liber primaire, lorsque ces segments ont pris un certain développement secondaire, est donc la même : il forme quatre bandes ondulées plus ou moins continues correspondant à chacun des quatre systèmes de faisceaux. On pourrait dire aussi qu'il constitue une zone circulaire ordinairement interrompue sous les quatre sillons de la tige.

Le liber secondaire forme des massifs *toujours distincts* les uns des autres et correspondant exactement aux massifs ligneux secondaires. Ces massifs libériens secondaires sont compris entre la bande de liber primaire et la zone cambiale. Ils sont séparés les uns des autres par du T/² externe, ne renfermant jamais de cellules grillagées, comme M. S. Fugairon l'a d'ailleurs parfaitement observé dans l'*Urtica Cannabina*. Sur une simple coupe transversale, l'aspect du liber secondaire et du T/² externe est à peu près le même. Dans ces deux tissus, on rencontre, en effet, des cellules cristalli-

Digitized by Google

gènes et des fibres de petit diamètre tellement épaissies que la cavité cellulaire est réduite à un point obscur (*).

Le nombre des fibres libériennes de grand diamètre est assez variable : ce sont les segments du modèle V qui en renferment le plus. Nous en tirerons une conséquence qui pourrait devenir précieuse, si l'industrie cherchait à utiliser les fibres de l'Ortie, comme on l'a déjà proposé à plusieurs reprises. Pour obtenir la plus grande quantité de fibres libériennes primaires (celles de grand diamètre, souples et longues), il sera nécessaire de cultiver la plante de manière qu'elle prenne un très grand développement primaire, c'est-à-dire un grand développement dès le début de la végétation. Un fort accroissement secondaire ne sera utile que si l'on veut récolter, en même temps, les fibres libériennes secondaires qui, comme nous le savons, sont plus étroites et plus dures.

A une période secondaire très avancée, les éléments du liber primaire écrasés passent à l'état de tissus cornés et deviennent peu reconnaissables.

(*) Ce qui précède montre le peu d'exactitude des affirmations suivantes :

« Ils (les tubes libériens) ne sont jamais, comme dans beaucoup d'autres familles, distribués en faisceaux distincts, courbés en arc ou chenal correspondant à chaque faisceau de trachées du verticille; mais ils forment *un cercle lâche*, *un manchon continu*, parfois incomplet, dont l'épaisseur varie de deux à huit ou très rarement dix tubes. » (GUILLARD *in* S. FUGAIRON, *loc. cit.*, p. 12.)

Au sujet de l'*Urtica dioica*, M. S. Fugairon s'exprime ainsi : « Ces fibres (les fibres libériennes de grand diamètre) forment dans l'écorce une couche continue, mais lâche, dont l'épaisseur varie d'une à trois fibres » (*loc. cit.*, p. 17). Dans l'*Urtica urens*, le même anatomiste dit que « les fibres libériennes qui forment un cercle à peu près complet dans l'*Urtica dioica*, figurent ici quatre arcs de cercles correspondants aux points de la tige où se trouvent placés les faisceaux ligneux principaux. Ces arcs sont plus épais en leur milieu que vers les extrémités ». (*Loc. cit.*, p. 21.)

L'existence, chez les Urticées, de fibres libériennes de petit diamètre et complètement épaissies, a été niée par Guillard. M. S. Fugairon a reconnu la présence de ces fibres dans plusieurs plantes de la famille, mais il ne les a pas signalées dans l'*Urtica dioica*.

Il était utile de faire ces rectifications parce qu'on a voulu trouver, dans la répartition des fibres libériennes chez les Urticées, un caractère propre à distinguer cette famille de la plupart des Dicotylées. Je crois avoir démontré que dans l'Ortie, comme dans toutes les Phanérogames, le liber forme primitivement des massifs correspondants aux massifs ligneux; des modifications ultérieures peuvent se manifester, mais on ne peut leur accorder une bien grande importance.

Digitized by Google

2° *Systèmes épidermique et fondamental.*

a. — *L'épiderme* est formé de cellules tabulaires allongées dans le sens de l'axe (pl. II, fig. 10). Lorsque la tige prend un accroissement secondaire considérable, comme dans les premiers segments, les cellules épidermiques se divisent par des cloisons transversales (fig. 11), puis longitudinales (fig. 12). Il en résulte une disposition quadrillée assez régulière, dans laquelle on reconnaît encore, grâce à leur épaisseur plus grande, les cloisons des cellules primitives.

L'épiderme porte diverses sortes de poils qui ont été étudiés par plusieurs auteurs, notamment par M. J. Duval-Jouve (*). Je résumerai ici, après les avoir contrôlées et complétées, les observations de mes devanciers.

Les poils de l'Ortie sont de trois sortes :

1. *Poils urticants* ou stimulus (fig. 15, pl. XVII) : ils sont unicellulaires et surmontent une glande. Ils mesurent, en moyenne, un peu plus de 2^{mm} de longueur, la glande-support comprise.

La cellule qui forme le poil est une cellule épidermique considérablement accrue et à laquelle on peut reconnaître trois parties : *un bulbe* basilaire recouvert par les cellules de la glande; un long *poinçon* conique dont la paroi est creusée de vacuoles intersticielles qui figurent des stries spiralées; enfin un petit *bouton* terminal incliné dont la cavité communique avec la cavité du poinçon et du bulbe.

La glande est constituée par une éminence du parenchyme sous-épidermique recouverte par l'épiderme. Elle est creusée en un godet dans lequel la partie bulbeuse du poil est enchâssée. On suppose que le liquide brûlant est sécrété par les cellules de la glande et passe ensuite dans le poil.

Bahrdt a signalé des courants dans les cordons protoplasmiques des jeunes poils urticants. J'ai pu observer ce phénomène avec une grande netteté : les choses se passent d'ailleurs comme dans les poils staminaux des *Tradescantia*. La figure 15, planche XVII, en donne une idée;

(*) *Bulletin de la Société botanique de France*, XIV, 36, t. I.

Digitized by Google

2. *Poils piquants* non urticants (fig. 20) : quoique un peu moins longs que les précédents, ces poils sont encore visibles à l'œil nu. Ils sont unicellulaires et dépourvus de glande. Leur large base occupe la place d'une cellule épidermique. Les cellules épidermiques voisines, plus petites, s'élèvent un peu contre la première, comme pour lui faire un support. Le poil est long, conique, terminé en pointe aiguë. Il est souvent implanté obliquement, la pointe en avant. Sa surface est recouverte de verrues qui correspondent à autant de vacuoles creusées dans l'épaisseur de la paroi (fig. 27). Plus tard, cet aspect disparaît et la surface devient lisse. A partir d'un certain niveau marqué par une ligne circulaire, la paroi s'épaissit fortement, de sorte qu'à une distance assez grande de la pointe, la cavité cellulaire est oblitérée par les couches d'épaississement de la membrane.

Les poils de ces deux premières catégories sont répandus, sans ordre, sur les tiges et occupent principalement les parties saillantes.

On n'a pas encore signalé, je crois, l'existence de formes intermédiaires entre les poils urticants portés par une glande et à pointe renflée d'une part, et les poils piquants sessiles, à pointe aiguë, d'autre part. J'en ai observé, cependant, plusieurs, notamment sur l'entrenœud [1] de la tige principale jeune. Les figures 28 et 29 représentent des poils sessiles ou presque sessiles, à parois peu épaisses et terminés par un bouton creux. La partie inférieure ressemble à celle des poils piquants, la partie supérieure, à celle des poils urticants. Les figures 26 et 27 montrent, au contraire, des poils portés sur une éminence ou même plongés en partie dans celle-ci, à la façon des poils urticants, tandis que la portion libre est effilée en pointe aiguë et munie d'une paroi épaisse, verruqueuse, comme celle des poils piquants. Ces formes intermédiaires confirment donc l'interprétation que l'on a donnée de la glande et de la cellule terminale du poil urticant;

3. *Poils glandulifères* invisibles à l'œil nu : ils se composent d'un support et d'une tête. Dans le jeune âge le support est une cellule cylindrique plus ou moins arquée qui s'isole de bonne heure, par une cloison transversale, de la cellule épidermique productrice du poil. La tête est formée par une cellule sphérique remplie de protoplasme et contenant un noyau (fig. 22). Bientôt cette cellule se divise en deux, plus souvent en deux, puis en quatre cellules

Digitized by Google

par des cloisons verticales. Chacune des cellules-filles conserve pendant quelque temps un protoplasme pariétal et un noyau (fig. 23, 24, 25). La cellule-support reste simple, son protoplasme disparaît bien vite. Plus tard, le contenu de chaque cellule de la tête est une grosse goutte réfringeante qui prend, par l'action de la potasse, une teinte d'un rouge vineux vif.

Les poils glandulifères apparaissent très tôt : on les trouve déjà tout formés sur la tige et les feuilles d'un bourgeon en végétation. Ils tombent de bonne heure par la désarticulation du support.

b. — *Le tissu fondamental primaire* peut être divisé topographiquement en une région interne, une région externe et des régions interfasciculaires.

Le tissu fondamental primaire interne (moelle) est toujours composé de cellules parenchymateuses dont plusieurs sont recloisonnées et renferment des macles d'oxalate de chaux. Ce tissu contient souvent de l'amidon dans les tiges souterraines, mais très rarement dans les tiges aériennes. L'espace qu'il occupe est d'autant plus grand que les faisceaux primaires sont plus nombreux. En comparant la base d'un segment du modèle I à la base d'un segment du modèle V, ces deux segments étant pris exactement à un même âge, on constate que le diamètre de la moelle dans le premier segment étant 1, le diamètre de la moelle dans le second est 7 ou 8. Les figures 6 à 10, planche VI, dessinées toutes à un même grossissement, montrent d'ailleurs ces variations dans toute leur évidence.

Lorsqu'il n'a qu'un faible diamètre, le tissu fondamental primaire interne est persistant; au contraire, lorsque son diamètre est considérable, comme dans les segments de la région supérieure des tiges aériennes ou souterraines, il se résorbe bientôt presque entièrement, laissant alors, au centre de l'organe, une vaste lacune interrompue seulement aux nœuds.

Le tissu fondamental primaire externe ou parenchyme cortical est différencié en deux couches : un hypoderme et une couche herbacée. L'hypoderme est sous-jacent à l'épiderme; ses cellules sont prismatiques, unies sans méats et à parois molles, quoique souvent assez épaisses, surtout sous les angles. Dans les segments les plus inférieurs des tiges aériennes, les cellules de l'hypoderme ne sont pas épaissies, si ce n'est sous les angles de la

Digitized by Google

section. Plus haut les cellules collenchymateuses sont en plus grand nombre et forment de petits massifs séparés les uns des autres. Ce n'est que bien haut sur les tiges qu'on observe une couche continue de collenchyme épaisse de deux à trois rangs de cellules; sous les angles, cette couche constitue des massifs comptant de six à sept rangs de cellules.

La couche herbacée est composée de trois ou quatre assises de cellules cylindriques qui laissent entre elles des méats et dont les parois sont toujours minces; elles renferment de la chlorophylle dans les tiges aériennes et parfois une matière colorante rose qui rougit par les acides, bleuit, puis se décolore par les bases. Cette matière colorante existe aussi quelquefois dans l'hypoderme et dans les cellules périphériques du tissu fondamental primaire interne.

L'épiderme et le tissu fondamental primaire externe des tiges souterraines ainsi que des deux ou trois premiers segments de la partie aérienne des tiges principales et d'ordre ^{n} sont décortiqués de bonne heure par suite de la formation d'un phellogène dans l'assise cellulaire la plus profonde du tissu fondamental primaire externe. Le liège produit par ce phellogène est toujours peu développé : son épaisseur est de deux ou trois cellules, rarement de cinq ou six.

Il n'y a pas de décortication dans les segments véritablement aériens; mais lorsque ceux-ci prennent un grand développement secondaire, il se produit, à leur surface, des fentes longitudinales ou lenticelles. Celles-ci sont le résultat de la formation d'éléments subéreux localisés sous l'épiderme distendu et crevassé.

Quant au tissu fondamental primaire interfasciculaire, il est composé d'éléments semblables à ceux du tissu fondamental primaire interne, mais plus petits. Il y apparaît une zone génératrice secondaire qui fonctionne d'abord comme cambiforme, mais qui se transforme ensuite partiellement en cambium de manière à produire dans le Tf^{2} interfasciculaire des lames libéro-ligneuses secondaires isolées telles que λ (fig. 4, pl. VIII).

Le tissu fondamental secondaire se développe donc d'abord dans les espaces compris entre les faisceaux, mais il se forme aussi plus ou moins tôt

Digitized by Google

dans la partie secondaire des faisceaux lorsque le cambium se transforme en cambiforme (*). Suivant que cette transformation est temporaire ou définitive, partielle ou complète, la distribution du Tf^2 intrafasciculaire varie beaucoup.

1° *Remplacement temporaire du cambium par un cambiforme* : Si ce remplacement est *partiel,* il y a formation, dans le bois et le liber secondaires, d'*îlots* de Tf^2; s'il est *complet,* au contraire, des *bandes tangentielles* de Tf^2 se développent à travers toute la largeur des massifs libéro-ligneux secondaires (fig. 5, pl. VIII).

Le Tf^2 interne, lorsqu'il est formé d'éléments non sclérifiés, se reconnaît facilement dans le bois secondaire; par contre, l'aspect du Tf^2 externe diffère peu, sur une simple coupe transversale, de l'aspect du liber secondaire. Dans les dessins d'ensemble qui accompagnent ce mémoire, le Tf^2 externe n'est pas représenté dans les massifs libériens secondaires à cause de la faible épaisseur de ces derniers.

Dans les tiges aériennes ces remplacements temporaires de zones cambiales par des cambiformes se répètent fréquemment, de sorte que les lames libéro-ligneuses secondaires sont souvent interrompues, segmentées par de nombreux massifs de Tf^2 intrafasciculaire irrégulièrement disposés. Dans les tiges souterraines, au contraire, les lames libéro-ligneuses secondaires sont peu nombreuses, mais ordinairement elles sont parfaitement continues. On ne peut cependant voir dans ce fait une influence de la vie souterraine, attendu que dans les racines les lames libéro-ligneuses sont fréquemment interrompues par du Tf^2.

A un niveau donné, ces remplacements d'éléments ligneux et libériens

(*) Qu'on ne s'étonne point de l'apparition d'un Tf^2 au milieu des éléments secondaires des faisceaux. Les meilleurs auteurs admettent la présence des éléments secondaires du faisceau dans le Tf^2 sous le nom de faisceaux secondaires. Les lames libéro-ligneuses secondaires isolées de l'Ortie nous en fournissent de nombreux exemples. D'ailleurs, telle qu'elle a été exposée ci-dessus, la production des éléments libéro-ligneux secondaires ou des éléments du Tf^2 résulte du fonctionnement variable des zones génératrices secondaires. Il est naturel que ces éléments puissent se substituer les uns aux autres suivant les besoins de la plante.

Digitized by Google

secondaires par des éléments peu différenciés, identiques à ceux du Tf^2 interfasciculaire, altèrent plus ou moins profondément la symétrie des lames libéro-ligneuses secondaires et cachent les rapports que ces lames ont entre elles ou avec les faisceaux primaires. Ce n'est donc que sur un grand nombre de coupes qu'on peut reconnaître, d'une manière certaine, cette symétrie et ces rapports. Mais, pour cela, il est nécessaire de faire abstraction des interruptions produites dans les lames libéro-ligneuses par le Tf^2. C'est ce que nous avons fait dans l'étude du parcours de ces lames. D'ailleurs les remplacements temporaires des zones cambiales par des cambiformes paraissent être sous la dépendance des conditions biologiques. Ils peuvent, en effet, faire complètement défaut comme dans la plupart des rhizomes.

2° *Remplacement définitif du cambium par un cambiforme* : Lorsque ce remplacement définitif est en même temps *complet,* c'est-à-dire intéressant une zone cambiale dans son entièreté, le Tf^2 *se substitue* aux éléments ligneux et libériens secondaires qui cessent de se produire dans le faisceau (pl. VIII, fig. 1).

Ce phénomène ne s'observe que dans les faisceaux sortants et encore pas toujours. Dans les tiges souterraines la zone génératrice des faisceaux *m* et *l* est, dès le début, une zone cambiforme. Les faisceaux sortants des rhizomes n'ont donc, comme éléments ligneux et libériens caractérisés, que ceux qui se sont formés aux dépens du méristème primitif, c'est-à-dire que ceux qui sont primaires (fig. 4 et 8, pl. VIII) (*). Dans la région inférieure des tiges aériennes, les faisceaux *m* et *l* ont d'abord une zone cambiale qui se transforme bientôt tout entière en zone cambiforme. Les faisceaux sortants des premiers segments aériens ont donc des éléments libéro-ligneux primaires et secondaires anciens (fig. 5, pl. VIII). Lorsque ces segments prennent un grand accroissement diamétral secondaire, on voit ordinairement la zone cambiale réapparaître en face des faisceaux sortants (pl. II, fig. 8). Enfin, lorsque la tige a atteint toute sa vigueur, c'est-à-dire lorsque les segments

(*) Ces faisceaux se rendent dans des appendices rudimentaires.

Digitized by Google

sont du modèle V et que les inflorescences apparaissent, alors la zone cambiale des faisceaux sortants ne se transforme plus en cambiforme, ou, si elle le fait, c'est seulement d'une façon temporaire, comme dans les autres faisceaux (fig. 6, pl. VIII) (*).

Lorsqu'enfin, le remplacement d'un cambium par un cambiforme est définitif, mais *partiel* (c'est-à-dire n'intéressant qu'une portion de la zone cambiale), il se forme, dans la partie secondaire des faisceaux, des *lames rayonnantes* de Tf^2 qui isolent des lames libéro-ligneuses secondaires (fig. 5, pl. VIII, faisceaux M).

On peut observer ce phénomène dans tous les faisceaux. La disposition des lames libéro-ligneuses secondaires étant connue dans toute l'étendue des tiges, il suffira de faire remarquer que les lames rayonnantes de Tf^2 sont interposées aux lames libéro-ligneuses; que, par suite, elles constituent de véritables cloisons radiales dont la hauteur est d'au moins un entrenœud.

Quelle que soit sa position, le Tf^2 interne est composé de cellules prismatiques dont les extrémités sont rectangulaires sur la coupe radiale et pointues sur la coupe tangentielle. Ces éléments, tantôt sclérifiés, tantôt à parois minces, sont disposés en zones concentriques alternantes. Dans les tiges souterraines, les zones d'éléments mous sont généralement plus larges que dans la tige aérienne. Le Tf^2 externe est constitué de cellules cylindriques fréquemment recloisonnées et entremêlées de quelques fibres de petit diamètre complètement épaissies (**).

Le bois secondaire et le Tf^2 interne sont deux tissus qui, dans l'Ortie, se remplacent l'un l'autre avec la plus grande facilité selon les besoins de la plante. La fonction dévolue à ces deux tissus est d'ailleurs entièrement différente : le bois sert à la circulation des liquides absorbés, le Tf^2, au dépôt des réserves alimentaires élaborées (amidon).

M. S. Fugairon suppose aux « cellules cambiformes intraligneuses » (cellules non sclérifiées du Tf^2 interne) la faculté de se multiplier et d'amener

(*) Ces faisceaux se rendent dans des appendices très développés.

(**) La description complète des éléments constitutifs du Tf^2 a été faite au chapitre premier.

Digitized by Google

ainsi « la dislocation des faisceaux et la rupture des arcs interfasciculaires ». Il attribue à ce phénomène purement fictif un grand rôle dans le développement diamétral de la tige. Le fonctionnement des zones cambiales et cambiformes, leur remplacement réciproque, d'une part, la faculté que possèdent les cellules nouvellement formées d'épaissir leurs parois ou de les conserver minces, d'autre part, suffisent pour expliquer les dispositions en apparence les plus singulières. Les massifs ligneux ne sont donc pas disloqués, éparpillés ultérieurement à leur formation, mais ils naissent comme nous les voyons, c'est-à-dire entourés et entrecoupés de Tf^2. De même, les arcs interfasciculaires de Tf^2 sclérifié ne sont pas rompus ultérieurement à leur formation, mais la sclérification ne se manifeste que dans certaines zones continues ou non du Tf^2 interfasciculaire. Ce phénomène n'a qu'une importance tout à fait secondaire.

J'ai pu, il est vrai, observer dans quelques gros rhizomes une sorte de prolifération des éléments mous du Tf^2 interne, mais ce phénomène ne se manifeste que dans des conditions tout à fait particulières et n'a rien de commun avec l'accroissement diamétral de la tige. Dans les larges zones formées de cellules à parois minces du Tf^2 interne des tiges souterraines, il se produit parfois des fentes tangentielles disposées de manière à former, par leur ensemble, deux ou trois cercles concentriques interrompus. Les cellules qui limitent ces fentes font hernie dans celles-ci à la façon des thylles, puis se recloisonnent, s'enchevêtrent et forment un tissu lâche qui remplit la lacune. Lorsque ces productions sont terminées, on croirait voir, dans le Tf^2 interne, des zones concentriques d'éléments arrondis, irréguliers et de grand diamètre. Ces sortes de thylles renferment de l'amidon comme les thylles qui occupent l'intérieur des vaisseaux.

Il convient de signaler ici la facilité avec laquelle se cicatrisent les blessures faites aux rhizomes de l'Ortie dioïque. Il est rare, en effet, de trouver un de ces rhizomes intact sur une grande longueur. Les efforts qu'on fait pour extirper cette mauvaise herbe ne servent, le plus souvent, qu'à la propager par boutures. L'exemple le plus curieux est celui d'un morceau de rhizome à section presque carrée : la surface recouverte de liège à l'ordi-

Digitized by Google

naire était très lisse et dépourvue de nœuds visibles. La coupe transversale (figure 7, planche VIII) montre que nous avons à faire ici à un lambeau de tige souterraine, lambeau qui ne contient que trois lames libéro-ligneuses secondaires. Après la déchirure qui a isolé ce fragment de tige, une couche subéreuse s'est établie parallèlement à la surface accidentellement produite. En même temps, une zone cambiforme s'est constituée, parallèlement encore à la surface accidentelle, dans le Tf^2 qui primitivement isolait deux lames libéro-ligneuses voisines. Cette zone cambiforme, qui a peu fonctionné, fait suite aux zones cambiales antérieures à l'accident.

Nous avons ici un bel exemple d'appropriation physiologique : un lambeau de tige continue à vivre et se refait non seulement une nouvelle surface subéreuse, mais encore une nouvelle zone génératrice orientée par rapport à cette même surface. Cette double reconstitution a marché, comme l'indiquent les flèches de la figure 7, de la partie qui était extérieure dans la tige primitive vers la partie qui était intérieure : elle n'est pas complète de ce côté, mais elle aurait pu sans doute le devenir avec le temps.

Influence des conditions de vie sur les tissus.

Je ne citerai de cette influence qu'un seul exemple très simple et en même temps très démonstratif. Il s'agit de comparer la structure des tissus arrivés au même degré de développement sur deux coupes pratiquées au même niveau et à la même hauteur dans deux plantes ayant vécu dans des milieux différents. Après quelques tâtonnements, j'ai trouvé que les deux plantes représentées en grandeur naturelle par les figures 6 et 9 de la planche I réunissaient les conditions exigées à la base de leur segment [1]. Ces deux plantes sont cependant bien différentes extérieurement : la plus petite (fig. 6) est âgée d'une quinzaine de jours seulement et provient d'un semis fait en couche. Son axe hypocotylé, relativement épais et charnu, porte deux cotylédons à l'aisselle desquels on voit déjà apparaître des bourgeons axillaires. La tige montre deux entrenœuds distincts, mais courts.

Digitized by Google

L'autre plante, plus âgée certainement, s'est développée spontanément au pied d'une haie morte. Son axe hypocotylé est plus grêle; les cotylédons sont tombés et les bourgeons axillaires sont restés latents. Trois longs entrenœuds forment la tige principale.

Les figures 8 et 10, planche I, représentent, à un même grossissement, l'un des quatre faisceaux visibles sur la coupe transversale pratiquée à la base du segment [1] de chacune de ces deux plantes; on remarquera que dans les deux coupes, *les tissus sont arrivés exactement au même degré de développement, quoique les plantes qui ont fourni ces coupes soient d'un âge bien différent.* De part et d'autre, en effet, on constate l'apparition de la zone génératrice interfasciculaire, la même largeur de zone cambiale et la même quantité de bois et de liber secondaires.

Dans la plante spontanée (fig. 10), le bois est formé de fibres ligneuses, fortement sclérifiées, et de vaisseaux dont le diamètre diffère peu de celui des fibres. Le liber primaire montre des fibres libériennes facilement reconnaissables à leur largeur et à leurs parois épaissies. Dans la plante de semis, au contraire (fig. 8), les vaisseaux seuls se sont consolidés; leur diamètre est notablement supérieur à celui des fibres ligneuses. Celles-ci ont conservé la minceur primitive de leurs parois. Dans le liber, on ne distingue guère les fibres libériennes primaires dont les parois sont restées minces; le diamètre de ces derniers éléments ne diffère pas de celui des cellules voisines. La sclérification des fibres ligneuses et libériennes s'est seulement manifestée, dans les plantes du semis, lorsque ces plantes eurent acquis un développement notablement plus grand que celui de la plante étudiée ci-dessus (fig. 6).

Les différences histologiques observées portent donc principalement sur le diamètre des éléments et sur leur sclérification : *Dans un sol riche et humide les vaisseaux ont un diamètre plus grand, les tissus se développent vite, mais la sclérification des fibres ligneuses et libériennes est tardive. Dans un sol plus pauvre et plus sec, les vaisseaux sont d'un calibre moindre, les tissus se développent lentement, mais leurs éléments se caractérisent, se sclérifient fortement au fur et à mesure de leur apparition.*

Digitized by Google

ANNEXE AU CHAPITRE II.

Considérations générales sur la cause des variations de structure suivant la hauteur.

Par ce qui précède on a pu se convaincre que les variations de structure de la tige suivant la hauteur sont surtout des variations dans le nombre ainsi que dans le parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires; les variations histologiques sont moins grandes. On peut se demander quelle est la cause des variations du nombre des massifs libéro-ligneux primaires et secondaires. Quant aux variations de parcours, nous savons maintenant qu'elles sont corrélatives aux variations du nombre des massifs parcourants.

Occupons-nous d'abord des faisceaux primaires. Les figures 6 à 10 de la planche VI représentent des coupes transversales pratiquées à la base de segments tous arrivés au même degré de développement (au moment de l'apparition des zones génératrices interfasciculaires), mais de hauteur différente. Ces cinq segments appartenant à cinq tiges principales arrivées à divers degrés de développement ont été choisis de façon à correspondre aux cinq premiers modèles de parcours.

Ce qui frappe tout d'abord, quand on examine ces figures, ce sont les différences de diamètre que présentent ces sections dessinées toutes à un même grossissement. Dans le tableau suivant se trouvent réunis l'indication de la hauteur des segments, le nombre des faisceaux à la base, le modèle du parcours des faisceaux primaires qui ont été suivis dans tout leur trajet et enfin les distances diamétrales qui séparent deux faisceaux opposés. Pour obtenir ces dernières données, j'ai pris comme unité l'intervalle compris diamétralement entre les deux faisceaux M de la première coupe; au moyen de cette unité, j'ai mesuré la distance qui sépare l'un de l'autre les fais-

Digitized by Google

ceaux *m* des coupes suivantes. J'ai évalué de même les distances diamétrales des deux faisceaux L^m en prenant comme unité l'écart des faisceaux L dans la première coupe. Cette seconde unité est à la première comme 13 est à 14.

En opérant ainsi, j'ai trouvé sensiblement les chiffres consignés dans le tableau suivant :

Hauteur des segments sur des tiges principales arrivées à divers degrés de développement.	Nombre des faisceaux primaires à la base des segments.	Modèle du parcours des faisceaux primaires.	Distance qui sépare les faisceaux M ou les faisceaux *m*.	Distance qui sépare les faisceaux L ou les faisceaux L^m.
Segment 1 . . .	4	I	1	1
Segment 4 . . .	8	II	2,5	2
Segment 7 . . .	12	III	3,5	3,5
Segment 10. . .	16	IV	6	5,5
Segment 17. . .	20	V	8	7

Le nombre des faisceaux augmente donc à mesure que grandit la distance diamétrale qui les sépare. En d'autres termes, le nombre des faisceaux dépend du diamètre qu'avait le sommet végétatif au moment où ces faisceaux se sont différenciés.

Ces faits nous conduisent à l'énoncé suivant : *l'augmentation du nombre des faisceaux primaires que l'on constate en s'élevant dans une tige quelconque est corrélative à l'accroissement diamétral du sommet végétatif.*

Comme confirmation on peut faire la remarque que quand le nombre des faisceaux est le même dans chacun des quatre systèmes, les deux diamètres de la section sont sensiblement égaux : c'est le cas pour les modèles I et III. Lorsque, au contraire, deux systèmes opposés comptent plus de faisceaux que les deux autres (modèles II, IV, V), il y a toujours une différence sensible entre les deux diamètres, le plus grand étant celui qui passe par le milieu des systèmes M qui sont composés d'un moins grand nombre de faisceaux.

Digitized by Google

Passons aux lames libéro-ligneuses secondaires. Il a été établi précédemment que ces lames ont un parcours propre en rapport avec leur nombre. En se rapportant aux deuxième, troisième et sixième tableaux (pp. 53, 58 et 64), on pourra constater en outre le rapport qu'il y a entre le diamètre des segments et le nombre des lames libéro-ligneuses qu'ils renferment et, par suite, le rapport existant entre le diamètre et le parcours.

Les premiers segments de la plus haute des deux tiges d'ordre ^{n} du sixième tableau (p. 64) sont certainement les plus âgés et cependant ils montrent un bien moins grand nombre de lames libéro-ligneuses secondaires que les segments de la région moyenne de la tige : 16 ou 20 lames au lieu de 64 et 68. Si l'on consulte la dernière colonne qui indique le diamètre de chaque segment mesuré à la base suivant la direction des faisceaux sortants médians, on reconnaîtra que si les segments inférieurs sont *les plus âgés*, les segments de la région moyenne sont *les plus développés*. Le nombre des lames libéro-ligneuses secondaires et par suite leur parcours ne dépendent donc pas de l'âge du segment, mais du degré de développement que ce segment a acquis, c'est-à-dire de la vigueur de la plante à l'endroit et au moment où ces lames se sont formées.

Dans le deuxième tableau (p. 53), se trouve consignée l'indication des diamètres et de la structure de deux tiges principales âgées. Ce tableau confirme les observations que nous venons de faire au sujet d'une tige d'ordre ^{n}. Seulement, tandis que la tige d'ordre ^{n} est fusiforme, c'est-à-dire ayant ses productions secondaires les plus développées dans les segments de la région moyenne, les tiges principales sont coniques, c'est-à-dire que le maximum de développement secondaire se trouve au segment ^{1}.

Il nous est maintenant permis de poser cet autre principe : *l'augmentation du nombre des lames libéro-ligneuses secondaires que l'on constate dans un segment quelconque est corrélative à l'accroissement diamétral de ce segment pendant la période secondaire.*

En rapprochant ce second énoncé du premier, *on voit que la vigueur croissante de la plante en végétation est la cause première de l'augmentation du nombre des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires.* Cet accroissement de vigueur se produit graduellement; nulle part,

Digitized by Google

dans les tiges étudiées, nous n'avons pu constater un maximum au delà duquel la vigueur de la plante diminuerait. Nulle part, en effet, nous n'avons eu à noter une diminution du nombre des faisceaux primaires indiquant un affaiblissement du sommet végétatif. Il est vrai que ce phénomène ne se manifeste probablement qu'à l'approche des premiers froids de l'hiver. Je n'ai pas eu l'occasion d'étudier les tiges à cette époque de l'année.

Ces considérations nous amènent à penser que les variations de la structure suivant la hauteur dont l'étude a fait l'objet du chapitre II ne sont, en définitive, que le résultat des variations de la vigueur de la végétation, en un mot, ne sont que des *variations biologiques*. On comprend maintenant pourquoi ces variations suivant la hauteur sont plus ou moins rapides, plus ou moins accentuées selon le milieu dans lequel la plante a vécu. Lorsque la végétation est pénible, lente, la structure se modifie peu suivant la hauteur. Lorsque, au contraire, la végétation est rapide, vigoureuse, la structure se complique rapidement, à mesure que la plante se développe. C'est, d'ailleurs, ce que le troisième tableau (p. 58) a mis en pleine lumière.

Digitized by Google

CHAPITRE III.

DÉVELOPPEMENT DES TISSUS DANS UN SOMMET VÉGÉTATIF DE GRAND DIAMÈTRE.

§ 1. Structure a la base des segments de plus en plus agés.

Le chapitre précédent a été consacré à l'étude de la tige principale et des tiges de différents ordres dans toute leur étendue. Il a été constaté que les divers segments qui composent ces tiges diffèrent les uns des autres, dès la période primaire, par le nombre et le parcours des faisceaux qu'ils renferment. Il a été reconnu, en outre, que ces variations de nombre et de parcours suivant la hauteur sont corrélatives à l'accroissement diamétral du sommet végétatif.

Par l'étude faite au chapitre premier, nous connaissons l'histoire complète du segment [1] de la tige principale, c'est-à-dire d'*un segment formé sous un sommet végétatif de diamètre minimum;* le parcours des faisceaux primaires y était du modèle I. Il nous reste à rechercher l'histoire du développement d'*un segment formé sous un sommet végétatif plus large, par exemple, d'un segment appartenant au modèle IV.*

Le segment [1] de la tige principale, grâce à sa position, est toujours facile à retrouver; de plus, sa structure, sauf dans des cas extrêmement rares, est comparable d'un individu à un autre. Ces deux circonstances nous ont permis de suivre pas à pas le développement de ce segment [1] sur un grand nombre de pieds de plus en plus âgés. Il ne serait guère possible d'opérer de la même manière pour un autre segment, puisque, d'un individu à un

Digitized by Google

autre, les segments de même hauteur ne sont pas toujours comparables. J'ai donc dû recourir à une autre méthode.

J'ai fait choix d'une pousse d'ordre ", longue de 4 centimètres seulement. Les pousses semblables sont ordinairement claviformes, c'est-à-dire d'un diamètre plus grand vers leur sommet qu'à leur base (fig. 1, pl. IX). Ce fait trahit extérieurement déjà l'élargissement progressif du sommet végétatif. L'échantillon choisi comptait sept entrenœuds distincts; le bourgeon terminal en végétation renfermait sept autres entrenœuds très courts, recouverts par les stipules et les jeunes feuilles. Des coupes transversales successives très minces ont été pratiquées de la base au sommet de la pousse. L'étude du parcours des faisceaux et des cordons procambiaux non encore différenciés a montré que chacun des sept premiers segments appartient au modèle III et que chacun des sept autres, en voie de développement, est du modèle IV.

Ces derniers segments, tous du même modèle, sont sensiblement comparables entre eux, surtout au niveau que nous allons considérer. Nous allons donc rechercher d'abord quelle est la structure, à la base de chacun de ces segments, en commençant par le supérieur : nous trouverons ainsi les variations d'âge, à un même niveau, dans des segments que nous pouvons regarder comme équivalents.

1° *Stade méristématique.*

La première coupe (pl. X, fig. 1) a enlevé le point végétatif qui se présente sous la forme d'un petit bouton entouré par les sections des feuilles et des stipules les plus proches. Lorsque nous étudierons les organes appendiculaires, nous reviendrons sur les caractères que présentent ces sections.

Le point végétatif lui-même montre le *dermatogène* vu de face (pl. IX, fig. 3). Les petites cellules qui forment ce dermatogène se divisent par des cloisons perpendiculaires à la surface, mais orientées de diverses manières, ne formant aucune file permettant de les rattacher à un groupe de cellules qu'on pourrait considérer comme initiales. A une certaine distance du sommet du cône, les cellules tendent à se diviser principalement par des cloisons horizontales.

Digitized by Google

Une autre préparation faite à l'aiguille (fig. 2, pl. IX) fait voir de profil un point végétatif semblable. Ce point végétatif est remarquablement large et aplati; les premières feuilles forment de petites proéminences alors que les stipules font à peine saillie. Il est intéressant de rapprocher ce *large sommet végétatif environné d'un grand nombre de feuilles et de stipules en voie de développement du sommet végétatif si étroit qui correspond au segment* [1] *de la tige principale* (fig. 4, pl. XVI). *Ce dernier sommet est à peine visible entre les feuilles de la première paire déjà très développées, mais les seules qui existent ici;* quant aux stipules, elles font défaut au nœud de la tige principale.

Le contour de la deuxième coupe est hexagonal. Vers les angles de l'hexagone, on aperçoit six cordons symétriquement disposés par rapport au centre de l'organe (pl. X, fig. 2). Pour le moment, ces cordons paraissent entièrement semblables entre eux et ne peuvent être distingués que par la position que chacun d'eux occupe par rapport aux organes voisins. Ces six cordons se rendent dans les deux feuilles et les quatre stipules du nœud [13] que la première coupe avait déjà rencontrées. On doit considérer ces cordons comme *sortis* de la tige et appartenant déjà aux appendices.

Sur la même coupe et dans l'espace compris entre les six cordons procambiaux disposés en hexagone, se montre un massif de jeunes cellules se cloisonnant en tous sens : c'est le *méristème primitif* de la tige.

Une coupe radiale a été pratiquée dans le sommet végétatif d'une pousse semblable à celle qui a fourni les coupes transversales (pl. IX, fig. 4). Le dermatogène y recouvre le point végétatif, les jeunes feuilles et les stipules. En dessous du large plateau formé par le sommet de la tige, on observe deux assises de cellules qui paraissent se diviser surtout perpendiculairement à la surface. Au-dessous d'elles, se trouve un massif d'éléments qui se cloisonnent en tous sens et constituent le méristème primitif proprement dit. Il est limité vers le bas par des cellules plus grandes qui laissent entre elles des méats remplis d'air : c'est le tissu fondamental primaire interne qui commence à se différencier. Sur les côtés et sous les appendices, des cellules plus étroites manifestent la tendance à se cloisonner surtout suivant leur grand

Digitized by Google

axe, lequel est parallèle à la surface du cône. Telle est la première ébauche des cordons procambiaux qui se caractérisent plus bas et qui, vers le haut, vont se perdre dans le méristème primitif.

2° *Localisation du méristème primitif.*

Quelques coupes plus bas, vers la base du segment ^{11}, la section de la tige a la forme d'un hexagone dont deux angles opposés seraient aigus (pl. X, fig. 3). Cette section montre quatre massifs méristématiques semblables deux à deux et disposés en croix. Ces massifs sont entourés de tissu fondamental primaire en voie de différenciation. Chacun d'eux est destiné spécialement à produire un groupe, un système de faisceaux. Pour cette raison, je nomme les quatre massifs générateurs de la figure 3, *massifs ou cordons de méristème primitif spécial,* par opposition *au méristème primitif général* du stade précédent (*).

Les deux cordons de méristème primitif spécial qui sont placés sous les angles aigus de l'hexagone (à droite et à gauche dans la figure 3) ont une section transversale à peu près triangulaire; ils se trouvent sous les feuilles du nœud suivant (nœud ^{11}) et donneront naissance aux faisceaux primaires M^p, m, M^a du segment ^{11}. C'est dire qu'ils correspondent aux systèmes médians (M).

Les deux autres cordons de méristème primitif spécial alternent avec les précédents et occupent les côtés antérieur et postérieur de l'hexagone. Leur section est elliptique avec un prolongement intérieur à chaque extrémité. Ils produiront les faisceaux (λ^g, l^g, L^m, l^d, λ^d) ^{11} et correspondent donc aux systèmes latéraux (L).

Le tissu fondamental primaire dans lequel sont plongés les quatre cordons de méristème primitif spécial est dérivé, comme ces derniers, du méristème primitif général. Pour le distinguer d'un autre tissu fondamental primaire

(*) Pour abréger je me servirai parfois de l'expression « *cordon méristématique* ».

Digitized by Google

que nous allons voir apparaître au stade suivant, je dirai qu'il est chronologiquement de *première formation* et topographiquement *intersystématique*.

3° *Stade procambial.*

A la base du segment ^{10}, nous retrouvons l'indication des quatre cordons de méristème primitif spécial. Chacun d'eux renferme maintenant plusieurs cordons procambiaux séparés par un tissu en voie de différenciation (pl. X, fig. 4).

Les deux cordons médians (M) de méristème primitif spécial sont ici, l'un antérieur, l'autre postérieur; ils renferment l'un et l'autre trois cordons procambiaux comme le montre la figure 6, planche IX, qui représente, à un fort grossissement, l'un de ces cordons méristématiques en voie de fractionnement. Les trois cordons procambiaux de cette figure correspondent respectivement aux faisceaux primaires M^g, m, M^d du segment ^{10}. On remarquera que le cordon procambial médian (correspondant au faisceau primaire m^{10}) est plus gros et présente déjà une première trachée caractérisée, alors que les cordons procambiaux latéraux (correspondant aux faisceaux M^{g10} et M^{d10}) n'offrent pas encore la moindre différenciation.

Ces trois cordons procambiaux sont entourés de cellules jeunes encore, mais plus grandes, ne laissant entre elles aucun méat. Ce tissu n'est autre chose qu'une partie du méristème primitif spécial du stade précédent qui se transforme en tissu fondamental. Ce tissu fondamental est *intrasystématique* et, quoique de *seconde formation*, il ressemblera plus tard entièrement au tissu fondamental intersystématique ou de première formation au point de ne pouvoir plus en être distingué. Tous les deux sont d'ailleurs *primaires*, c'est-à-dire dérivés du méristème primitif (par opposition au tissu fondamental *secondaire* dérivé d'une zone génératrice secondaire (*).

Pour le moment, le tissu fondamental intersystématique se reconnaît aisément à ses éléments de grande taille qui laissent entre eux des méats

(*) Le tissu fondamental primaire est donc *intersystématique* ou bien *intrasystématique*. Nous savons déjà que le Tf^2 est *interfasciculaire* ou *intrafasciculaire*.

Digitized by Google

remplis d'air. Il environne de toutes parts le massif de méristème primitif spécial en voie de différenciation (fig. 6, pl. IX).

Les deux cordons latéraux (L) de méristème primitif spécial sont, à la base du segment ^{10}, l'un gauche, l'autre droit; ils offrent le même phénomène de différenciation que les cordons méristématiques M, sauf qu'ils renferment cinq cordons procambiaux correspondant aux cinq faisceaux suivants : (λ^p, l^p, L^m, l^a, λ^a) ^{10}. Deux de ces cordons procambiaux sont plus gros et montrent leur première trachée caractérisée : ce sont les cordons correspondant aux faisceaux sortants l^p et l^a. Par contre, deux autres sont très peu marqués encore : ce sont les cordons λ^p et λ^a.

Dès ce stade, la section, à la base du segment, montre donc seize cordons procambiaux groupés en quatre systèmes.

4° *Différenciation libéro-ligneuse et apparition de la zone génératrice secondaire intrafasciculaire.*

La différenciation des seize cordons procambiaux se fait de la même manière que celle des quatre cordons procambiaux du segment ^{1} de la tige principale. Seulement la différenciation libéro-ligneuse ne se manifeste pas en même temps dans tous. Ce sont *les cordons correspondant aux faisceaux sortants* (*m* et *l*) *qui se différencient les premiers; les cordons réparateurs* M^a, M^p *et* L^m *se différencient ensuite et enfin les cordons* λ. C'est ce que montre la coupe pratiquée à la base du segment ^{9} dans laquelle les cordons sortants ont deux ou trois trachées caractérisées; les cordons M^a, M^p et L^m n'ont qu'une seule trachée, tandis que les cordons λ sont encore entièrement homogènes. Sur cette coupe la différence d'aspect entre le tissu fondamental intersystématique et le tissu fondamental intrasystématique diminue beaucoup.

Bientôt apparaissent les zones génératrices intrafasciculaires : elles se montrent successivement dans les divers faisceaux suivant l'ordre de différenciation de ces derniers. Selon les conditions biologiques, la zone génératrice intrafasciculaire est tantôt un cambium dans tous les faisceaux, tantôt,

Digitized by Google

au contraire, un cambium dans les faisceaux réparateurs et un cambiforme dans les faisceaux sortants. Ce dernier cas se montre généralement dans les tiges souterraines.

5° *Apparition des zones génératrices secondaires interfasciculaires.*

Vers la base du segment [8] le tissu fondamental intersystématique recloisonne tangentiellement une partie de ses éléments et forme quatre zones cambiformes. Un peu plus tard, des zones cambiformes apparaissent également dans le tissu fondamental intrasystématique. Le recloisonnement des cellules du tissu fondamental se produit ici comme il a été dit au sujet du segment [4] de la tige principale.

6° *Fonctionnement des zones génératrices secondaires.*

Les figures 7 et 8 de la planche IX montrent la section transversale des faisceaux M et *m*, à la base du segment [5] et du segment [3]. Rappelons-nous que ces segments font partie de la portion souterraine de la pousse et que le parcours de leurs faisceaux primaires est du modèle III, ce qui revient à dire que les faisceaux λ n'existent pas à cette hauteur. Dans ces segments, la zone génératrice comprise dans les faisceaux réparateurs est un cambium, tandis que celle comprise dans les faisceaux sortants est un cambiforme.

A la base du segment [5] (fig. 7), nous voyons, dans le faisceau M, une zone génératrice composée de petits éléments disposés sur quatre ou cinq rangs; à l'intérieur, du bois secondaire fait suite au bois primaire; vers l'extérieur, du liber secondaire existe contre le liber primaire. Une zone cambiforme traverse le tissu fondamental interfasciculaire et se prolonge à travers le faisceau *m*. Elle présente d'ailleurs les mêmes caractères dans ces deux portions et consiste en cellules plus grandes et moins nombreuses que celles de la zone cambiale voisine. Ce cambiforme a produit, dans le faisceau *m* aussi bien qu'en dehors, du T*f*² interne à cellules sclérifiées et du

Digitized by Google

Tf^2 externe. Le bois primaire du faisceau *m* est donc séparé du liber primaire correspondant par une zone cambiforme et par du Tf^2 dont l'épaisseur va croissant.

C'est ce que fait voir la coupe des mêmes faisceaux M et *m* à la base du segment[5] (fig. 8). Le cambium du faisceau M a continué à fonctionner régulièrement en s'élargissant de plus en plus. En même temps, la zone cambiforme a produit, à l'intérieur comme à l'extérieur du faisceau *m*, une zone de Tf^2 interne dur, puis une zone de Tf^2 interne mou. Par la suite, un nombre de plus en plus grand de zones sclérifiées et de zones parenchymateuses s'étendront ainsi concentriquement.

Plus tard, dans le cours de la période secondaire, apparaîtront de nouveaux massifs libéro-ligneux secondaires dont nous avons déjà indiqué le mode de formation.

Résumons les diverses phases du développement d'un segment appartenant au modèle IV.

Le méristème primitif général recouvert par le dermatogène forme un large point végétatif. Les divisions cellulaires s'opèrent avec une égale intensité dans toutes les parties de ce méristème primitif général. Mais bientôt elles vont graduellement se localiser dans des régions de plus en plus restreintes.

Première localisation. Certaines portions du méristème primitif général passent à l'état de tissu fondamental primaire délimitant quatre cordons de méristème spécial; chacun de ces massifs correspond à un système de faisceaux. Pour cette raison, le tissu fondamental primaire de première formation a été appelé intersystématique.

Deuxième localisation. Dans chacun des cordons de méristème primitif spécial, apparaissent bientôt trois ou cinq cordons procambiaux correspondant à autant de faisceaux primaires. Le reste du cordon méristématique se transforme en tissu fondamental primaire de seconde formation ou tissu fondamental primaire intrasystématique.

Troisième localisation. Chaque cordon procambial manifeste la différen-

Digitized by Google

ciation libéro-ligneuse : une région étroite entre le bois et le liber primaires sert de dernier refuge à l'activité des cellules génératrices en voie de cloisonnement.

Comme nous l'avons déjà remarqué à propos du segment[1] de la tige principale, ces localisations successives des cloisonnements cellulaires intenses se produisent en même temps que la détermination de plus en plus précise de la direction des cloisons nouvelles. Celles-ci s'orientaient de toutes les façons dans le méristème primitif général; elles sont presque toutes longitudinales et tangentielles dans les zones génératrices secondaires.

La série des phénomènes de localisation et de différenciation qui aboutit à l'établissement des tissus primaires d'un segment du modèle IV peut être représentée par le tableau suivant :

Méristème primitif général.

Première localisation et première différenciation :	Quatre cordons de méristème primitif spécial correspondant à autant de systèmes de faisceaux. — Apparition, dans chacun de ces cordons, de :		Tissu fondamental primaire intersystématique ou de première formation.
Deuxième localisation et deuxième différenciation :	Trois ou cinq cordons procambiaux correspondant à autant de faisceaux primaires. — Formation, dans chacun de ces cordons, de :		Tissu fondamental primaire intrasystématique ou de deuxième formation.
Troisième localisation et troisième différenciation :	Une zone génératrice intrafasciculaire.	Bois et liber primaires.	

§ 2. Structure dans toute l'étendue des segments.

Nous connaissons déjà (chapitre II) le parcours des faisceaux primaires dans des segments du modèle IV tels que ceux qui composent le sommet végétatif dont nous venons d'examiner certains niveaux au paragraphe précédent. Quelques remarques sont encore à faire au sujet de la

Digitized by Google

distribution des tissus *avant* l'époque de la différenciation libéro-ligneuse primaire.

La figure 5, planche X, représente la projection sur un plan horizontal des huit segments que renferme le cône végétatif que nous venons d'étudier. On remarquera notamment la convergence des quatre systèmes de faisceaux représentés par la teinte ombrée, ainsi que la disposition des feuilles et des stipules en verticilles alternants.

La figure suivante montre l'un des quatre fuseaux qu'on peut supposer découpés à la surface du même cône végétatif. Ce fuseau correspond au système antérieur. Le méristème primitif général occupe le sommet du fuseau; au-dessous on voit un large cordon méristématique environné de tissu fondamental primaire intersystématique ou de première formation. Aux dépens du cordon méristématique se forment des cordons procambiaux et du tissu fondamental primaire intrasystématique ou de seconde formation. La différenciation libéro-ligneuse survient ensuite. Plus tard encore le cambiforme apparaît d'abord dans le tissu fondamental intersystématique, puis dans le tissu fondamental intrasystématique. Tous ces phénomènes sont exprimés, dans la figure 6, par certains signes dont l'explication est donnée par la légende placée au-dessous.

Le segment ^{11} ne contient, dans toute son étendue, que quatre cordons méristématiques : M^g, L^a, M^d, L^p (fig. 7). En s'élevant, ces cordons marchent parallèlement; arrivés au nœud ^{11}, les cordons M fournissent une branche médiane *m* qui sort aussitôt dans la feuille. Au même niveau, les cordons L fournissent deux branches latérales *l* qui sortent également. Immédiatement après la sortie, quatre arcs anastomotiques presque horizontaux se dirigent des cordons L vers les cordons M. Dans la partie supérieure du segment ^{11}, quatre cordons méristématiques existent encore et constituent les M et les L du segment suivant. Ce parcours est exactement celui du modèle I.

Par la suite, les quatre cordons méristématiques vont se différencier en cordons procambiaux et en tissu fondamental primaire de seconde formation. C'est ce qui est déjà arrivé pour le segment ^{9}, lequel montre, à sa base, seize cordons procambiaux dont le parcours est du modèle IV. La

Digitized by Google

différenciation libéro-ligneuse des cordons procambiaux produit des faisceaux primaires. Le nombre des massifs parcourants restant le même, le parcours n'est pas modifié.

ANNEXE AU CHAPITRE III.

Considérations générales sur la différenciation des tissus et sur l'origine des systèmes de faisceaux.

Nous venons de voir que dans un sommet végétatif de grand diamètre les phénomènes de la différenciation des tissus ne sont pas les mêmes que dans un sommet végétatif étroit. Nous connaissons aussi la relation qui existe entre la largeur du sommet végétatif, d'une part, le nombre et le parcours des faisceaux primaires d'autre part. Nous pouvons conclure que les phénomènes de différenciation doivent varier à chaque terme de la série des modèles de segments que nous avons adoptés. Ces phénomènes étant connus pour deux termes de la série (modèle I et modèle IV), il nous sera facile de concevoir ceux qui doivent se manifester pour les autres termes. Nous allons esquisser rapidement cette intéressante série de variations, en nous bornant à dire ce qui a lieu à un niveau déterminé, à la base des segments.

Dans tous les cas, la différenciation débute de la même manière : au sein du méristème primitif général, le tissu fondamental de première formation se caractérise d'abord, limitant quatre cordons de méristème primitif spécial. Dans chacun de ces cordons, apparaît bientôt le tissu fondamental de seconde formation qui environne un nombre variable de cordons procambiaux. Ceux-ci subissant enfin la différenciation libéro-ligneuse se transforment en faisceaux primaires.

Lorsque le sommet végétatif n'a qu'un faible diamètre, il produit des segments du modèle I. Pour cela, chacun des cordons méristématiques devient bientôt un cordon procambial, de sorte que le stade de méristème primitif spécial n'est pas distinct du stade procambial (fig. 8, pl. X).

Digitized by Google

Lorsque le sommet végétatif est un peu plus large, les segments produits sont du modèle II. Les cordons méristématiques L donnent alors naissance à trois cordons procambiaux : l^g, L^m l^d. Les cordons méristématiques M ne fournissent qu'un seul cordon procambial (fig. 9).

Un sommet végétatif, plus large encore, engendre des segments du modèle III. Les cordons procambiaux se forment alors au nombre de trois dans chacun des cordons méristématiques (fig. 10).

Dans un sommet végétatif correspondant à des segments du modèle IV, les cordons méristématiques M fournissent encore trois cordons procambiaux : M^p, m, M^a. Les cordons méristématiques L, au contraire, en fournissent cinq : λ^g, l^g, L^m, l^d, λ^d (fig. 11).

Enfin, dans les sommets végétatifs les plus larges, s'organisent des segments du modèle V. Dans ce dernier cas, les cordons méristématiques M correspondent aux mêmes cordons procambiaux M^p, m, M^a ; mais les cordons méristématiques L se compliquent. Leur méristème primitif spécial se localise en un cordon central de chaque côté duquel apparaissent deux cordons procambiaux (l et λ) et du tissu fondamental intrasystématique de seconde formation. Finalement, le cordon méristématique central engendre trois autres cordons procambiaux séparés par du tissu fondamental de troisième formation. Ces trois derniers cordons deviendront les faisceaux M^g, m, M^d du segment suivant (fig. 12).

Ainsi compris, les phénomènes de la différenciation des tissus primaires nous conduisent à énoncer le principe suivant : *Le développement d'un segment, dans un large sommet végétatif, reproduit successivement et d'une façon temporaire, les dispositions qui, à l'état permanent, se trouvent espacées dans la tige de bas en haut.* La tige elle-même étant formée de segments superposés qui se développent les uns après les autres, on peut dire aussi que l'*organogénie de la tige répète l'ontogénie de la tige.*

En effet, l'étude des tiges de différents ordres nous a fait voir que le sommet végétatif d'une jeune pousse quelconque est d'abord relativement étroit, qu'il organise des segments renfermant un petit nombre de faisceaux primaires; puis, à mesure que la pousse devient plus vigoureuse, la largeur du

Digitized by Google

sommet végétatif augmente et en même temps le nombre et le parcours des faisceaux primaires se modifient. En parcourant donc de bas en haut une tige quelconque, on trouve pour ainsi dire fixée, par l'état des formations primaires, l'histoire du développement de cette tige, son *ontogénie*.

Considérées dans toute l'étendue d'une tige suffisamment longue, les formations primaires forment un tronc de cône très allongé et renversé, c'est-à-dire tournant sa base la plus large vers le haut. Les sections transversales pratiquées à diverses hauteurs, mais à des niveaux et à des âges correspondants, seront donc d'autant plus larges et montreront d'autant plus de faisceaux primaires qu'elles seront faites plus haut (*).

Le sommet végétatif a aussi la forme d'un cône, mais c'est un cône très court, dont la pointe est en haut. Ce cône s'accroît, s'élève, de sorte qu'à un niveau déterminé, le diamètre de la section transversale grandit rapidement et en même temps le nombre des cordons méristématiques ou procambiaux augmente, leur parcours se modifie. Le développement d'un segment, l'*organogénie* de la tige, se fait donc de la même manière que le développement de la tige elle-même dans son ensemble.

Les considérations qui précèdent sont susceptibles encore de généralisation. Toute l'histoire du développement dans le sommet végétatif peut se résumer en ceci : localisation, ou, si l'on veut, *fractionnement des massifs générateurs*. Les éléments qui cessent de faire partie de ces massifs se différencient d'une façon ou d'autre; le diamètre de l'organe s'accroît.

Mais ces phénomènes ne sont pas limités à la période du développement qui précède la différenciation des éléments primaires : ils se manifestent encore pendant toute la durée de la période secondaire, c'est-à-dire aussi longtemps que l'organe continue à se développer, à s'accroître. N'avons-nous pas eu, en effet, à constater maintes fois la multiplication des lames libéroligneuses secondaires, phénomène qui n'est que la conséquence de la multiplication des zones cambiales elles-mêmes?

(*) La plupart des tiges affectent, il est vrai, la forme d'un cône allongé dont le sommet est dirigé vers le haut, mais cela résulte du développement plus grand que prennent ordinairement les *productions secondaires* dans les segments inférieurs.

Digitized by Google

Le tissu générateur forme d'abord un massif unique, simple, qui, *dans tous les segments*, se fractionne ensuite de la même manière, se localise successivement en 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36..... massifs. La direction des cloisonnements se détermine en même temps de plus en plus. Seul, le *moment* de la différenciation libéro-ligneuse primaire varie considérablement. Cette différenciation se manifeste-t-elle dès le stade quatre, les faisceaux primaires seront alors du modèle I; se manifeste-t-elle seulement aux stades 8, 12, 16, 20...., la structure primaire appartiendra aux modèles II, III, IV, V..... (*).

La différenciation libéro-ligneuse primaire n'interrompt pas la série des phénomènes commencés : les modèles de parcours qui ne sont pas réalisés avant la période primaire par des cordons méristématiques ou procambiaux, le sont après par les zones cambiales des lames libéro-ligneuses secondaires. Et ainsi *toutes les variations d'âge, toutes les variations suivant la hauteur ne sont que les manifestations d'un même phénomène : le fractionnement des massifs générateurs, suivi de la différenciation des éléments produits.*

Pour mieux le comprendre, supposons un massif générateur simple, terminal : le méristème primitif général, par exemple. Il est formé de jeunes cellules qui, en se divisant sans cesse en tous sens, engendrent de nouveaux éléments. Mais en même temps qu'un certain nombre d'éléments nouveaux apparaissent, un certain nombre d'autres éléments perdent la faculté de se diviser, du moins d'une façon continue, et se différencient. Si, dans un temps donné, la différenciation enlève au méristème un nombre d'éléments précisément égal au nombre d'éléments engendrés dans le même temps, la masse génératrice ne fait que se déplacer, ses dimensions, sa disposition intérieure restent les

(*) La différenciation libéro-ligneuse peut même surgir avant le complet fractionnement du méristème primitif. Dans ce cas, les cordons procambiaux et par suite les faisceaux primaires ne sont plus parfaitement distincts; ils restent fusionnés plus ou moins complètement vers le centre de la tige. De nombreux exemples de cette manière d'être nous sont fournis par les plantes aquatiques dont la structure plus ou moins dégradée forme une série si bien mise en lumière par M. C.-E. Bertrand (*Archives botaniques du nord de la France*, n° 2, mai 1881).

Dans ces plantes, en effet, le sommet végétatif reste extrêmement étroit. Chez les végétaux monocotylés tels que les Palmiers, au contraire, la différenciation libéro-ligneuse est tardive : les faisceaux primaires, très nombreux et très développés, se forment sous un sommet végétatif d'une largeur considérable.

Digitized by Google

mêmes. Les tissus permanents produits successivement sont formés dans les mêmes conditions, leur structure reste constante. On a dit que la vie est un mouvement intrinsèque, nous avons ici l'image d'un *mouvement uniforme.*

Si, au contraire, le nombre des éléments produits par le méristème excède le nombre des éléments qui se différencient, la masse génératrice augmente de volume, le sommet végétatif s'élargit. Chose remarquable, la masse génératrice ne peut s'accroître indéfiniment : à mesure qu'elle augmente, elle se fractionne en un nombre croissant de massifs ou cordons (4, 8, 12, 16, 20...). C'est l'image d'un *mouvement accéléré* dont on peut retrouver la trace dans la structure même des tissus permanents. Ceux-ci, en effet, formés dans des conditions nouvelles, présentent des caractères nouveaux, une disposition différente en rapport avec celle des massifs générateurs. Le *fractionnement* des masses génératrices se montre comme une conséquence même de leur *accroissement.* Ce phénomène est d'ailleurs général : l'élément fondamental de tout organisme, la cellule, se divise dès qu'il a atteint une certaine taille spécifique qu'il semble ne pouvoir dépasser.

Des systèmes de faisceaux.

Jusqu'ici, nous avons donné le nom de *système* à certains groupements reconnaissables de faisceaux primaires ou de faisceaux primaires et de lames libéro-ligneuses secondaires.

Chaque faisceau sortant médian (m) forme avec les deux faisceaux réparateurs voisins M^p et M^a un système facile à retrouver (pl. VI, fig. 8, 9, 10, et pl. VIII, fig. 4, 5, 6). De même, les faisceaux sortants latéraux (l^g et l^d) forment avec le faisceau réparateur L^m un autre système, auquel viennent souvent s'adjoindre deux ou quatre faisceaux, pour ne citer, comme exemple, que des systèmes constitués par des faisceaux primaires seulement.

Sur une section transversale pratiquée dans un entrenœud, les faisceaux primaires appartenant à un même système sont ordinairement rapprochés les uns des autres de manière à former un petit groupe.

Quelle est la signification de ces groupements si constants, que faut-il entendre par l'expression système de faisceaux?

Digitized by Google

Un système de faisceaux primaires et de lames libéro-ligneuses secondaires est le résultat du fractionnement progressif et de la différenciation d'un cordon méristématique.

Quatre cordons formés d'abord de méristème primitif spécial apparaissent par localisation du méristème primitif général. Chacun de ces cordons subit une série indéfinie de fractionnements. La différenciation libéro-ligneuse primaire arrive, selon les cas, après le 1er, le 2e, le 3e..... terme de cette série. Le fractionnement des zones cambiales se continue pendant toute la période secondaire et produit les lames libéro-ligneuses secondaires.

Le nombre des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires qui composent un système à une hauteur déterminée est donc très variable et en rapport avec le développement que la tige a pris au point considéré. Dans les segments les plus simples, chaque système n'est représenté que par un seul faisceau primaire. En général, le nombre des faisceaux primaires qui constituent un système quelconque est d'autant plus grand que la différenciation libéro-ligneuse primaire s'est faite plus tard, c'est-à-dire que le développement primaire est plus considérable. De même, le nombre des lames libéro-ligneuses secondaires qui existent dans un système quelconque est d'autant plus grand que ce segment a pris un développement secondaire plus considérable.

Dans tout segment, il y a deux systèmes opposés qui fournissent l'un et l'autre un faisceau sortant médian; pour cette raison, ces deux systèmes sont dits *médians* (M), *quelle que soit leur position par rapport à l'observateur*. Deux autres systèmes placés entre les précédents fournissent les faisceaux sortants latéraux : ils sont appelés systèmes *latéraux* (L), quelle que soit d'ailleurs leur position.

Les deux systèmes M d'un segment alternent avec les systèmes de même nom appartenant au segment précédent ou au segment suivant. Il en est de même des deux systèmes L. En suivant un même système à travers une série de segments, on verra donc ce système fonctionner successivement comme système médian (M) et comme système latéral (L). Le système antérieur, par exemple, fonctionne comme système L dans tous les segments impairs et comme système M dans tous les segments pairs.

Digitized by Google

Le système peut aussi être considéré comme le résultat de la tendance que manifestent tous les faisceaux à se diviser et spécialement à se trifurquer. Si un faisceau quelconque se trifurque *avant* de subir la différenciation libéro-ligneuse primaire, nous disons qu'il est remplacé par trois faisceaux distincts. S'il ne se divise qu'*après* la période primaire, nous disons qu'il présente plusieurs lames libéro-ligneuses secondaires. Chacun des trois faisceaux primaires, chacune des trois lames libéro-ligneuses secondaires peuvent se diviser à leur tour et ainsi de suite.

Il résulte de ces divisions successives un groupe de faisceaux primaires et de lames libéro-ligneuses secondaires ou seulement un groupe de lames libéro-ligneuses secondaires correspondant à un seul faisceau primaire : ce sont ces groupes que nous avons nommés *systèmes*.

Dans ce qu'il y a de plus général, le problème se réduit donc à l'énoncé suivant : comment se fait la division d'un faisceau quelconque?

Un faisceau se divise lorsque certaines portions du massif générateur de ce faisceau se transforment en tissu fondamental. Par massif générateur d'un faisceau, j'entends aussi bien le cordon méristématique ou procambial qui doit se différencier en faisceau primaire que la zone génératrice intrafasciculaire qui doit produire les éléments secondaires du faisceau. Si, dans un cordon méristématique, certains éléments se transforment en tissu fondamental primaire, le tissu générateur se trouvera localisé en un certain nombre de cordons procambiaux, lesquels se transformeront en autant de faisceaux primaires distincts. De même, si dans une zone cambiale intrafasciculaire certains éléments se différencient en tissu fondamental secondaire, la zone cambiale se trouvera découpée en un certain nombre de petites zones qui donneront naissance chacune à une lame libéro-ligneuse secondaire distincte.

Un faisceau quelconque peut donc se diviser plus ou moins tôt : *d'une façon générale, la division se fait d'autant plus vite que la végétation est plus vigoureuse.* Ainsi, elle peut s'opérer à la période secondaire récente, à la période secondaire ancienne, à la période primaire, ou même dès le stade procambial. Dans chacun de ces cas, l'aspect du système produit est différent, comme le démontre le tableau schématique de la planche XI, qui

Digitized by Google

résume *les variations, dans le temps et dans l'espace, d'un faisceau quelconque.*

Ce tableau est à double entrée : les colonnes verticales reproduisent les variations que subit dans le *temps* un même faisceau considéré *en un point déterminé de l'espace.* Les rangées horizontales, au contraire, montrent les variations dans l'*espace* de plusieurs faisceaux considérés après *un même temps.*

En descendant la première colonne verticale, on voit le méristème primitif général aux dépens duquel se forme un cordon de méristème primitif spécial. Celui-ci ne produit qu'un seul cordon procambial qui se différencie en un seul faisceau primaire. Les productions libéro-ligneuses secondaires se forment normalement dans le faisceau; celui-ci reste toujours simple.

La deuxième colonne montre un faisceau dont le développement se fait de la même manière jusqu'à la période secondaire ancienne. Plus tard, le bois et le liber secondaires récents constituent trois lames libéro-ligneuses distinctes. La trifurcation du faisceau ne date que de la période secondaire récente.

En descendant la troisième colonne, on observe le développement d'un autre faisceau dans lequel la zone génératrice secondaire, sitôt formée, fonctionne de façon à produire trois lames libéro-ligneuses secondaires. Les extrémités de ces lames aboutissent aux massifs ligneux et libérien primaires. La trifurcation du faisceau s'est opérée dès la période secondaire ancienne.

La quatrième colonne montre de même l'établissement d'un cordon procambial dans lequel trois rangées radiales de trachées, c'est-à-dire trois lames de différenciation ligneuse, apparaissent presque en même temps. Le faisceau primaire est *large* et, quoique simple encore, témoigne une tendance manifeste à se diviser. Trois lames libéro-ligneuses secondaires correspondent à ce faisceau, dont la trifurcation est indiquée dès la période primaire.

Dans la dernière colonne, enfin, un cordon de méristème primitif spécial donne naissance à trois cordons procambiaux qui se différencient chacun en un faisceau primaire parfaitement distinct. La trifurcation date ici du stade procambial.

Si, au lieu de considérer aux différents âges un faisceau en un point

Digitized by Google

déterminé, nous suivons de bas en haut un faisceau, à un moment donné, et cela dans une région où ce faisceau se divise, nous observons divers aspects tels que ceux que montre, de gauche à droite, la rangée horizontale inférieure du tableau de la planche XI.

Supposons, à la base d'un segment suffisamment âgé (dans lequel un faisceau est sensiblement de même âge dans toute son étendue), supposons, dis-je, un faisceau dont les formations primaires et secondaires ne constituent qu'un seul massif continu. En s'élevant dans le segment, nous verrons les éléments secondaires les plus récents se diviser en trois lames libéro-ligneuses. Un peu plus haut, la division devenant de plus en plus profonde, les trois lames seront formées d'éléments secondaires récents et anciens. Plus haut encore, on verra le faisceau primaire lui-même s'élargir et présenter trois lignes de différenciation ligneuse. Près du nœud, enfin, on constatera trois faisceaux primaires distincts ayant chacun leurs productions secondaires anciennes et récentes.

Si, enfin, on considère des faisceaux de même nom, à un même niveau (base des segments, par exemple), mais à diverses hauteurs le long d'une tige, on fait varier en même temps deux facteurs : le temps et l'espace. Les aspects observés seront ceux qu'on trouve en parcourant obliquement de bas en haut et de gauche à droite notre tableau schématique.

C'est donc une grave erreur que de croire qu'il suffit de pratiquer des coupes transversales, dans le milieu d'entrenœuds pris vers le haut, le milieu et le bas d'une tige, pour obtenir les variations de la structure de cette tige avec l'âge. La structure observée sur ces diverses coupes sera la résultante de deux causes de variations : le temps et l'espace.

Dans la nature, les choses sont plus compliquées, ou plutôt moins faciles à reconnaître que dans le tableau de la planche XI, et cela pour plusieurs raisons : d'abord, chacune des lames libéro-ligneuses ou chacun des faisceaux produits par la trifurcation se divise à son tour et les premières phases de cette nouvelle division peuvent se superposer aux dernières phases de la première trifurcation. Ensuite, les lames ne se caractérisent pas toutes; nous savons que celles qui correspondent aux faisceaux sortants font ordinaire-

Digitized by Google

ment défaut, c'est-à-dire qu'elles sont remplacées par du Tf^2. Enfin, les lames libéro-ligneuses caractérisées sont fréquemment interrompues, segmentées par du Tf^2, plus ou moins abondant.

En supposant que le tableau de la planche XI représente les divers modes de trifurcation d'un faisceau M de l'Ortie, on observera, au lieu des dessins schématiques de ce tableau, des aspects tels que ceux qui sont figurés au-dessous.

La considération des systèmes, en nous permettant de grouper les faisceaux et les lames libéro-ligneuses, nous a été très utile pour l'étude du parcours dans les tiges. Nous pouvons remarquer, en outre, qu'au point de vue organogénique et ontogénique, le système paraît avoir une certaine importance. En effet, tout ce qui précède fait ressortir les points suivants :

1° Toute tige de l'*Urtica dioica* est constituée par quatre systèmes continus, parfaitement distincts et n'ayant de rapport entre eux que par une petite branche anastomotique à chaque nœud;

2° Les quatre systèmes sont homologues, mais alternent deux à deux; en d'autres termes, tandis que deux systèmes opposés fonctionnent comme médians, à une hauteur déterminée, les deux autres systèmes fonctionnent comme latéraux. Il s'ensuit que connaître l'histoire et le parcours d'un système, c'est connaître l'histoire et le parcours de tous les autres;

3° Quel que soit le nombre des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires qui composent un système à une hauteur déterminée, tous ces faisceaux et toutes ces lames correspondent, dans le bas de la tige, à un seul faisceau primaire et, dans le haut, toujours à un seul cordon méristématique. Le système est comme un fuseau qui serait découpé longitudinalement dans sa partie renflée.

Quelle est la valeur du système au point de vue phyllogénétique? C'est ce que l'anatomie comparée apprendra par la suite. J'ajouterai cependant que dans toutes les Urticées dont j'ai suivi le parcours des faisceaux, même dans celles à feuilles alternes comme la Pariétaire, j'ai pu constater l'existence de quatre systèmes de faisceaux comme dans l'*Urtica dioica*.

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

STRUCTURE DE L'AXE HYPOCOTYLÉ.

§ 1. Généralités.

Comme son nom l'indique, l'axe hypocotylé est cette portion de l'axe de l'embryon qui se trouve en dessous de l'insertion des cotylédons. Il comprend la tigelle et la radicule des auteurs. L'axe hypocotylé, en effet, montre généralement, dans sa portion supérieure, la structure caractéristique de la tige, tandis que la portion inférieure offre celle de la racine.

D'après M. C.-E. Bertrand (*), la racine principale n'est jamais le prolongement pur et simple de la radicule; c'est un organe *qui surgit du sein de la région inférieure de l'axe hypocotylé*, tantôt latéralement, tantôt dans son prolongement apparent. En un mot, la racine principale est toujours d'*origine endogène*. D'autres auteurs, comme Hanstein et M. J. Sachs (**), sont arrivés au même résultat par l'étude de l'embryogénie.

Pour sortir de l'axe hypocotylé, la racine principale doit donc déchirer, rejeter les tissus superficiels qui la recouvrent; ceux-ci forment parfois une sorte de gaine plus ou moins visible nommée *Coléorhize*.

Dans la graine mûre de l'Ortie, la racine principale est déjà très développée à l'intérieur de l'axe hypocotylé; *les tissus superficiels rejetés se réduisent à une seule couche de cellules, la Coléorhize n'existe pas comme gaine distincte.*

(*) *Traité de botanique* dans les Archives botaniques du nord de la France, 1re année, n° 3 (1881). Paris, O. Doin, éditeur.

(**) *Traité de botanique*, traduit par M. Ph. Van Tieghem, p. 194.

Digitized by Google

Extérieurement, rien ne permet de fixer la limite entre la partie supérieure appelée tigelle et la partie inférieure ou radicule. D'ailleurs le collet, c'est-à-dire la surface suivant laquelle les éléments de la racine se mettent en rapport avec ceux de la tige, n'est pas un *plan :* les *Recherches* de M. R. Gérard *sur le passage de la racine à la tige* (*) ont montré suffisamment que cette surface d'insertion comprend ordinairement toute la région supérieure de l'axe hypocotylé et peut même parfois se prolonger jusque dans le quatrième entrenœud de la tige principale (**).

Considéré dans la graine mûre, l'axe hypocotylé de l'Ortie est un corps cylindrique légèrement aplati dans le sens antéro-postérieur (***) et se terminant inférieurement par un cône arrondi (pl. XXII, fig. 1).

Lors de la germination, l'extrémité supérieure pointue de l'Achaine se détache en forme de petite coiffe, le péricarpe et le spermoderme se fendent longitudinalement et bientôt on voit sortir la pointe de l'axe hypocotylé (radicule) qui immédiatement se courbe vers le sol (pl. XIII, fig. 1).

La surface de cette pointe est d'abord lisse, mais bientôt *une sorte de dénudation se produit à une petite distance du sommet.* On remarque, dès lors, que ce sommet est recouvert d'une pilorhize dont le bord est libre. La partie récemment découverte se renfle légèrement et produit des poils radicaux (fig. 2). La partie de l'axe hypocotylé non dénudée reste lisse et glabre (fig. 3). A partir de ce moment, on distingue donc une portion lisse supérieure et une portion garnie de poils inférieure. L'une et l'autre continuent à

(*) Thèse présentée à la Faculté des sciences de Paris, G. Masson, éditeur, 1881.

(**) M. R. Gérard définit le collet : « *une région plus ou moins étendue dans laquelle l'axe présente des états transitoires entre les structures types de la racine et de la tige. Le changement d'épiderme n'est qu'une des phases* (ou mieux qu'un des niveaux) *de ce passage* ». (*Loc. cit.*, p. 26.) — C'est bien là, en effet, le caractère anatomique du collet, mais ces « *états transitoires entre les structures types de la racine et de la tige* » *ne sont que la conséquence de* LA MISE EN RAPPORT *de ces deux organes, c'est-à-dire du contact, des adhérences intimes que la racine endogène établit, dès le moment de sa formation, avec la tige dans laquelle elle s'organise.*

(***) L'embryon étant orienté comme il a été dit plus haut, c'est-à-dire de façon qu'un de ses cotylédons soit antérieur et l'autre postérieur par rapport à l'observateur supposé dans l'axe même du végétal.

Digitized by Google

s'allonger. Ordinairement on observe, du moins dans les premiers temps, un étranglement à la limite de ces deux portions (fig. 4 et 5).

La portion qui porte les poils radicaux est légèrement renflée vers le haut et s'atténue insensiblement vers le bas. Son sommet est protégé par la pilorhize. Elle constitue la racine principale dont l'allongement est indéfini : elle forme le pivot qui, dans l'*Urtica dioica,* ne prend pas beaucoup plus de développement que les racines de deuxième ordre prenant naissance sur les flancs de la racine principale. Quant à la portion lisse, nous continuerons à l'appeler axe hypocotylé : elle est toujours cylindrique, à surface lisse, d'un blanc brillant; elle ne porte ni poils radicaux, ni aucune des productions pileuses de la tige. Supérieurement, elle se termine par un léger renflement sur lequel s'insèrent les cotylédons. Sa longueur, au moment où les deux cotylédons s'étalent, est ordinairement de 1,5 à 2 centimètres, mais elle peut atteindre 7 à 8 centimètres lorsqu'on sème les graines profondément ou simplement dans l'obscurité.

Un peu plus tard, l'axe hypocotylé se décortique et sa surface devient subéreuse. Lorsque la tige principale mesure de 1 à 2 décimètres, l'axe hypocotylé est ordinairement renflé, c'est-à-dire que son diamètre est un peu supérieur à celui de la tige et de la racine principales; il est tubérisé. Cet état de l'axe hypocotylé se remarque surtout dans les plantes qui ont poussé dans des conditions peu favorables (fig. 6). Si la mauvaise saison surprend la plante en cet état, la plus grande partie de la tige périt, mais au printemps suivant, du nœud cotylédonaire et des premiers nœuds qui ont survécu partent de nouvelles pousses dont la végétation est alimentée par les réserves que contient l'axe hypocotylé tubérisé.

Si, au contraire, la plante continue normalement et vigoureusement sa croissance, la base de la tige et le sommet de la racine ont le même diamètre que l'axe hypocotylé. L'insertion des branches axillaires du nœud cotylédonaire, ainsi que les caractères anatomiques, permettent cependant de reconnaître toujours l'extrémité supérieure de l'axe hypocotylé; mais plus rien, ni extérieurement, ni intérieurement, ne peut distinguer la portion de la racine formée dans l'axe hypocotylé de celle développée au dehors.

Des racines de deuxième ordre se trouvent souvent insérées sur la por-

Digitized by Google

tion inférieure de l'axe hypocotylé absolument comme sur la racine principale.

Anatomiquement, l'axe hypocotylé réalise toujours vers le haut, mais d'une manière plus ou moins complète, la structure caractéristique de la tige : on y observe plusieurs faisceaux primaires monocentres. Vers le bas, au contraire, on n'y voit, comme dans la racine, qu'un seul faisceau primaire polycentre, dont le centre de figure coïncide avec le centre de l'organe (*).

Entre la région supérieure qui possède une structure de tige et la région inférieure dont le faisceau est semblable à celui de la racine, il existe une région de mise en rapport de ces deux axes : tige et racine. Cette dernière région, dont l'étendue varie, est située plus ou moins haut dans l'axe hypocotylé; parfois, elle se prolonge jusque dans la base de la tige principale. D'après M. C.-E. Bertrand, la mise en rapport de faisceaux tels que ceux de la tige avec celui de la racine s'établit toujours par l'intermédiaire de trachées très courtes et de façon à permettre le plus grand nombre possible de contacts trachéens (**).

Dans l'*Urtica dioica,* la région de mise en rapport est extrêmement courte et très rapprochée du nœud cotylédonaire. Presque toute l'étendue de l'axe hypocotylé est donc occupée par un faisceau bicentre, qui n'est autre que celui de la racine (***).

Au point de vue de la mise en rapport des éléments de la tige avec ceux de la racine, on observe, d'un individu à un autre, quelques variations dues à l'âge, aux conditions dans lesquelles la germination s'est produite, et, sans doute aussi, au développement que l'embryon a pris dans la graine. A ce même point de vue, les diverses espèces d'Ortie présentent des différences bien plus marquées encore. Je vais donc faire connaître le cas que je considère comme typique; j'indiquerai ensuite dans quel sens s'opèrent les variations. Le cas que je vais décrire me paraît constituer en même temps un

(*) Voyez *Définitions des membres des plantes vasculaires* par M. C.-E. Bertrand dans les Archives botaniques du nord de la France, 1re année, nos 1 et suivants.

(**) *Théorie du faisceau.*

(***) L'emploi que je fais ici des termes *faisceau polycentre, faisceau bicentre* sera justifié dans la troisième partie consacrée à l'étude de la *Racine.*

Digitized by Google

grand type de structure d'axe hypocotylé pour les plantes dont la tige principale a deux faisceaux d'insertion, la racine un faisceau bicentre et dont chaque cotylédon ne reçoit qu'un seul faisceau.

Formations primaires.

Les figures 1 à 9, planches XIV, représentent, par des dessins schématiques, une série de coupes transversales pratiquées dans un axe hypocotylé. Partons de la coupe 3 qui montre deux faisceaux monocentres opposés l'un à l'autre et orientés comme les faisceaux de la tige. Ces faisceaux sont ceux que nous avons appelés faisceaux d'insertion (faisceaux *i*). Ils sont ordinairement larges et rapprochés l'un de l'autre; leur bois primaire n'est représenté que par quelques trachées.

A un niveau supérieur (coupe 4), chacun de ces faisceaux émet latéralement une petite branche : par suite de la disposition donnée à l'axe hypocotylé, deux de ces petites branches sont antérieures, les deux autres sont postérieures.

Plus haut (coupe 5), les deux petits faisceaux antérieurs se sont rapprochés l'un de l'autre tout en conservant leur orientation, de sorte qu'ils se touchent maintenant par leurs premières trachées, leur grand axe étant perpendiculaire au rayon de la tige qui passerait entre eux. Il en est de même des deux petits faisceaux postérieurs.

Plus haut encore (coupe 6), les deux petits faisceaux exécutent un mouvement de charnière autour d'un point qui coïncide à peu près avec leurs premières trachées. Ils se fusionnent ensuite plus ou moins complètement en un faisceau monocentre dont le bois est tourné vers le centre de l'axe hypocotylé. En même temps, ils se courbent vers l'extérieur et se rendent dans les cotylédons dont ils constituent la nervure médiane. On observe, dans la même coupe, une nouvelle trifurcation des faisceaux *i*.

Dans la coupe 7, les deux faisceaux latéraux de la dernière trifurcation donnent naissance à de petites branches qui se dirigent immédiatement vers les bourgeons axillaires des cotylédons.

Digitized by Google

La coupe 8 montre le rapprochement graduel des faisceaux latéraux qui bientôt s'anastomosent en arcade au-dessus de l'insertion des cotylédons (coupe 9).

A partir de ce moment, quatre faisceaux disposés en croix se trouvent constitués et nous reconnaissons, à ce niveau, la structure du premier entre-nœud de la tige principale.

Si, maintenant, nous descendons au-dessous de la coupe 3, nous voyons les deux faisceaux *i* se rapprocher l'un de l'autre et entre eux apparaître de nouveaux vaisseaux qui, peu à peu, se disposent de manière à former une lame qui n'est autre chose que la partie ligneuse du faisceau bicentre de la racine (coupe 2).

Plus bas, les éléments ligneux des faisceaux *i* s'éteignent, tandis que les massifs libériens de ces mêmes faisceaux font suite aux deux massifs libériens de la racine (coupe 1).

La figure 10 est le développement des coupes précédentes. On y voit les faisceaux *i* donner naissance aux petits faisceaux cotylédonaires, puis se trifurquer une seconde fois pour constituer les faisceaux de la tige. La région de mise en rapport des deux faisceaux *i* avec l'unique faisceau bicentre est comprise entre les niveaux *b* et *c*. Au-dessus se trouve le nœud cotylédonaire, au-dessous le faisceau bicentre se prolonge dans toute la longueur de la racine principale.

Productions secondaires.

Les productions secondaires se forment dans tous les faisceaux qui ne sortent pas : par conséquent, dans le faisceau bicentre, dans les deux faisceaux *i*, ainsi que dans les ramifications médianes et latérales qui constituent les quatre faisceaux de la tige. On comprend que par suite même de la position qu'occupent les faisceaux *i* par rapport au faisceau bicentre, les productions libéro-ligneuses secondaires de ces deux faisceaux *i* doivent se continuer directement avec les productions libéro-ligneuses secondaires du bicentre.

Dans l'Ortie les lames libéro-ligneuses secondaires de la tige s'étendent peu à peu dans l'axe hypocotylé et descendent même plus ou moins bas dans

Digitized by Google

la racine principale. Ici, comme toujours, il y a donc continuité entre les tissus secondaires de la tige et ceux de la racine.

Indiquons maintenant les variations dont le type qui vient d'être décrit est susceptible. Ces variations paraissent très grandes lorsqu'on se borne à examiner des séries de coupes transversales pratiquées dans divers axes hypocotylés. En réalité, toutes celles que j'ai observées se laissent ramener au fait suivant : la région de mise en rapport du faisceau bicentre primaire de la racine avec les faisceaux monocentres primaires de la tige peut être plus ou moins longue et située plus ou moins près du nœud cotylédonaire.

Ainsi, dans l'*Urtica balearica*, dont l'axe hypocotylé est beaucoup plus fort que ceux de l'*Urtica dioica* et de l'*Urtica urens*, les faisceaux *i* ont une grande longueur et montrent très bien l'origine des faisceaux cotylédonaires; le faisceau bicentre n'apparaît que beaucoup au-dessous du nœud cotylédonaire.

Dans la plupart des axes hypocotylés de l'*Urtica dioica* et de l'*Urtica urens*, au contraire, le faisceau bicentre se caractérise à un niveau très peu inférieur à la sortie des faisceaux cotylédonaires. La mise en rapport des faisceaux primaires de la tige avec le faisceau primaire de la racine s'opère alors très rapidement et l'interprétation des phénomènes observés serait bien difficile si les espèces voisines ne venaient nous éclairer.

Les productions secondaires répondent toujours au type décrit ci-dessus.

Dans l'étude de l'axe hypocotylé, nous suivrons la même marche que celle que nous avons suivie pour le segment [1] de la tige principale. Nous examinerons donc d'abord la structure à tous les âges en un point déterminé (milieu de l'axe hypocotylé), puis nous parcourrons cet organe dans toute son étendue à différents âges.

§ 2. Structure vers le milieu de l'axe hypocotylé a tous les ages.

1. *Stade procambial.*

On peut l'observer dans l'axe hypocotylé de l'embryon lorsque la graine est arrivée à maturité. La section transversale vers le milieu de l'axe hypo-

Digitized by Google

cotylé offre, en ce moment, un contour elliptique; le grand axe de l'ellipse est perpendiculaire au plan commun de symétrie des deux cotylédons. On observe, sur cette coupe (fig. 1, pl. XII), de l'extérieur vers l'intérieur :

1° Un *dermatogène* parfaitement caractérisé;

2° Un *parenchyme cortical* composé de trois rangs de cellules qui laissent entre elles quelques méats;

3° Une assise formée de cellules particulières s'unissant les unes aux autres par des cloisons parfaitement radiales. Cette assise constitue la *gaîne protectrice* de l'unique faisceau central;

4° Un massif de très petites cellules ou *cordon de procambium*. A la périphérie de ce cordon on aperçoit une couche de cellules plus grandes qui alternent avec celles de la gaîne protectrice. C'est la *membrane rhizogène* ou *péricambium*.

2. *Formations primaires.*

Lorsque par la germination l'embryon se réveille, le développement momentanément interrompu continue son cours. La coupe représentée par la figure 2, planche XII, a été pratiquée vers le milieu de l'axe hypocotylé au moment où les deux cotylédons venaient de s'étaler. Elle montre déjà les formations primaires parfaitement caractérisées, savoir :

1° *L'épiderme* dépourvu de toutes productions pileuses;

2° *Le parenchyme cortical* composé de grandes cellules polyédriques;

3° *La gaîne protectrice* dont les cloisons radiales montrent les renflements caractéristiques;

4° *L'unique faisceau* qui occupe le centre de l'organe. Ce faisceau ne renferme que six éléments ligneux caractérisés et disposés sur une seule ligne qui est perpendiculaire au grand axe de l'ellipse formée par le contour du faisceau. Une coupe longitudinale (fig. 4) montre que ces six éléments sont des vaisseaux : les deux extrêmes, dont le diamètre est minimum, sont des vaisseaux spiro-annelés; derrière chacun d'eux on voit une trachée d'un calibre un peu plus grand, puis, un vaisseau d'un diamètre plus grand encore muni de larges ponctuations simples. Les vaisseaux spiro-annelés

Digitized by Google

sont séparés de la gaine protectrice par le péricambium ; ils se sont différenciés les premiers, les trachées, puis les vaisseaux ponctués se sont caractérisés successivement. La différenciation ligneuse a donc marché, ici encore, de la périphérie vers le centre du faisceau ; seulement elle s'est manifestée simultanément en deux points opposés. Ce faisceau présente donc deux centres de différenciation ligneuse, c'est un faisceau bicentre (*). Au niveau considéré, les deux lames ligneuses primaires se sont rencontrées au centre du faisceau.

Les éléments libériens de ce faisceau forment deux massifs disposés de part et d'autre de la double lame ligneuse (fig. 2, L^1).

Entre les éléments ligneux et libériens primaires nettement caractérisés s'observent des cellules allongées à section polygonale, à parois minces, qui ne sont autre chose que des cellules procambiales peu différenciées. M. C.-E. Bertrand les nomme *fibres primitives*. De même, à la périphérie du faisceau et en contact avec la gaine protectrice, se trouve une assise de cellules peu différenciées qui constituent le péricambium dont nous avons déjà signalé la présence au stade précédent.

3. *Apparition de zones génératrices secondaires dans le faisceau.*

Bientôt les éléments non différenciés qui existent dans le faisceau, entre le bois et le liber primaires, se recloisonnent tangentiellement et constituent deux zones cambiales. Dans la figure 5, ces zones ont déjà produit quelques éléments ligneux secondaires de chaque côté de la lame formée par les vaisseaux primaires.

Par la suite, ces deux zones génératrices secondaires s'élargissent : les cellules du péricambium situées en face des lames ligneuses se recloisonnent aussi tangentiellement, de manière à compléter l'anneau générateur secondaire. Mais ces nouvelles portions de la zone génératrice n'engendrent que du $T/^2$; elles fonctionnent donc comme cambiformes.

La figure 6 représente une coupe pratiquée vers le milieu de l'axe hypo-

(*) *Théorie du faisceau.*

Digitized by Google

cotylé d'une jeune plante dont la gemmule avait déjà développé un entre-nœud assez long. Elle montre l'établissement des deux ponts de cambiforme qui réunissent les deux arcs de cambium. On peut y observer aussi que presque toutes les cellules de la membrane rhizogène ou péricambium commencent à se recloisonner radialement et tangentiellement.

4. *Fonctionnement des zones génératrices secondaires. Tubérisation de l'axe hypocotylé.*

Le fonctionnement des zones cambiales du faisceau amène la formation de deux lames libéro-ligneuses secondaires opposées l'une à l'autre et dont la direction est perpendiculaire à celle de la double lame primaire. En même temps, les zones cambiformes produisent, entre ces deux lames libéro-ligneuses secondaires, un abondant $T/^2$ interne et externe (fig. 7). A cet âge, la membrane rhizogène a tellement recloisonné ses éléments, que ceux-ci sont maintenant confondus avec ceux du $T/^2$ externe. La gaîne protectrice et le tissu cortical ont recloisonné radialement leurs cellules pour suivre l'accroissement du périmètre de l'organe. La plante qui a fourni la coupe de la figure 7 avait deux entrenœuds distincts.

Tôt ou tard, l'axe hypocotylé se décortique. Cette décortication est le résultat de l'apparition d'un phellogène (*) dans les éléments déjà recloisonnés de la gaîne protectrice (fig. 8, pl. XII).

L'anneau générateur continue ensuite à fonctionner activement. Cet anneau étant cambiforme dans la plus grande partie de son étendue, le $T/^2$ interne se développe abondamment et amène la tubérisation de l'organe. La figure 8, planche XIII, représente l'ensemble de la coupe pratiquée vers le milieu d'un axe hypocotylé tubérisé; la figure 9 représente la région centrale de l'organe et la figure 10 une portion de la région périphérique de la même coupe.

(*) Un phellogène est un cambiforme qui engendre extérieurement des cellules qui ne tardent pas à se subériser.

Digitized by Google

La section d'un axe hypocotylé arrivé à ce stade montre donc du centre vers la périphérie :

1° *Deux lames ligneuses primaires* dans le prolongement l'une de l'autre (fig. 9);

2° Perpendiculairement à celles-ci, *deux lames ligneuses secondaires*, composées de fibres et de vaisseaux (fig. 10); ces lames sont interrompues, de distance en distance, par du Tf^2;

3° Entre les lames ligneuses secondaires, *un* Tf^2 *interne* abondant formé de cellules prismatiques à parois minces disposées en files rayonnantes et semblables aux éléments mous du Tf^2 interne des tiges. On en voit une partie dans la figure 10. Ce tissu est rempli de réserves amylacées;

4° *Un anneau générateur* secondaire complet, fonctionnant comme cambium en face des lames ligneuses secondaires et comme cambiforme en face du Tf^2 interne;

5° *Une zone corticale* en apparence homogène, mais dans laquelle on doit distinguer :

a. Les massifs libériens secondaires compris entre le cambium et le liber primaire écrasé : ils sont composés de cellules grillagées, de fibres libériennes de petit diamètre à parois très épaissies et enfin de parenchyme libérien;

b. Le Tf^2 externe qui s'étend entre les massifs libériens : il est formé de fibres et de parenchyme, mais il est dépourvu de cellules grillagées;

6° *Une surface subéreuse.*

L'axe hypocotylé constitue alors un axe tubérisé facilement reconnaissable extérieurement déjà à son diamètre ordinairement plus grand que celui de la tige et de la racine principale. Si la plante continue son développement, de nouvelles modifications apparaissent dans l'axe hypocotylé. Nous allons les passer en revue.

5. *Apparition de lames libéro-ligneuses secondaires isolées et de couches concentriques d'éléments sclérifiés dans le* Tf^2 *interne.*

Lorsque l'axe hypocotylé et la racine principale ont pris un grand développement secondaire, plus rien extérieurement ni anatomiquement ne peut

Digitized by Google

servir de limite entre ces deux organes. En effet, le faisceau bicentre primaire que nous avons observé vers le milieu de l'axe hypocotylé se continue sans interruption dans la racine principale; d'autre part, les productions secondaires de la tige se prolongent jusque dans la racine en traversant l'axe hypocotylé dans toute sa longueur.

Dès que l'axe hypocotylé dépasse un certain diamètre, on voit donc apparaître successivement à l'intérieur de l'anneau générateur des lames libéro-ligneuses secondaires isolées parfaitement caractérisées. Lorsque nous suivrons ces lames dans toute leur étendue, nous serons amenés à les considérer comme les homologues des lames libéro-ligneuses de la tige et à leur donner les mêmes notations.

La figure 11, planche XIII, reproduit l'ensemble de la coupe transversale pratiquée dans un axe hypocotylé mesurant 5^{mm} suivant son plus grand diamètre. Cette coupe a un contour rhomboïdal et montre quatre massifs libéro-ligneux secondaires que nous nommerons L^g, L^d, M^a, M^p. Entre ces massifs s'étendent deux zones sclérifiées qui traversent le $T/^2$ interne.

Dans la section représentée par la figure 12, nous notons onze lames libéro-ligneuses, savoir : un système droit et un système gauche formés de λ^p, L, λ^a; un système antérieur et un système postérieur composés de M^g et M^d. La lame L^d est dédoublée en deux lames qui correspondent aux faisceaux M^{ad} et M^{pd} du segment [1]. On remarquera que les dix lames libéro-ligneuses qui viennent d'être énumérées correspondent à des faisceaux réparateurs (aux faisceaux réparateurs d'un segment du modèle IV). Comme nous l'avons souvent constaté déjà, les lames qui correspondraient aux faisceaux sortants ne se sont pas caractérisées.

Ici, comme dans les tiges, la production des lames libéro-ligneuses secondaires est due à la transformation en cambium de certaines portions de la zone cambiforme.

A la même figure 12 on observe, dans le $T/^2$ interne, quatre zones d'éléments sclérifiés, alternant régulièrement avec des zones d'éléments parenchymateux.

J'ai eu l'occasion, au chapitre précédent, d'annoncer que les productions secondaires de l'axe hypocotylé se développent souvent inégalement des deux

Digitized by Google

côtés du plan d'insertion de la tige. La figure 13 nous en donne un bon exemple. Le plan d'insertion passe par les points *ii'*. D'un côté de ce plan se trouvent dix lames libéro-ligneuses et seulement six de l'autre côté.

Les lames libéro-ligneuses L^g et L^d se sont divisées en deux lames qui correspondent aux lames M^a et M^p du segment ^{1}. A ce système se rattache aussi une lame antérieure λ qui se prolonge jusque dans le segment ^{2}. Les lames M^{ga} et M^{da} sont bifurquées : les deux lames intérieures formeront, par leur anastomose au-dessus du faisceau cotylédonaire sortant, la lame $L^{ma\,1}$ (nous désignerons donc chacune de ces deux lames intérieures par $\frac{L^{ma1}}{2}$); les deux lames extérieures sont $\lambda^{ga\,1}$ et $\lambda^{da\,1}$.

Il résulte de ces divisions que les lames libéro-ligneuses postérieures sont au nombre de six, savoir : $M^{pg\,1}$, λ^{pg}, M^{gp}, M^{dp}, λ^{pd}, $M^{pd\,1}$ (*). Elles correspondent aux faisceaux réparateurs d'un modèle IV de parcours.

Les lames antérieures, au contraire, sont au nombre de dix; ce sont : M^{ag1}, λ^{ag2}, λ^{ag}, λ^{ga1}, $\frac{L^{ma1}}{2}$, $\frac{L^{ma1}}{2}$, λ^{da1}, λ^{ad}, λ^{ad2}, M^{ad1}. Elles correspondent aux faisceaux réparateurs d'un modèle VIII.

En cet état, les productions secondaires de l'axe hypocotylé manifestent une symétrie bilatérale évidente par rapport au plan perpendiculaire au plan d'insertion, c'est-à-dire par rapport au *plan principal de symétrie de la tige*. Cette symétrie bilatérale entraîne une forme particulière du contour de la section.

L'insertion de racines latérales sur l'axe hypocotylé amène des déplacements et des anastomoses des lames libéro-ligneuses secondaires. Ces déplacements et ces anastomoses altèrent souvent la régularité sur une certaine étendue.

L'axe hypocotylé, dont la figure 14 représente une section transversale, avait mieux conservé sa symétrie primitive par rapport à deux plans rectangulaires. La section forme une ellipse presque régulière dont le grand axe

(*) Les lames portant en exposant le chiffre 1 ou le chiffre 2 sont celles qui se continuent sans modification jusque dans le segment ^{1} ou le segment ^{2} pour y remplir le rôle qui leur est dévolu. Celles qui ne portent pas de chiffre en exposant appartiennent à l'axe hypocotylé.

Digitized by Google

mesure 11^{mm}. Elle montre une trentaine de lames libéro-ligneuses, parmi lesquelles on reconnaît facilement les suivantes qui composent les systèmes antérieur et postérieur (λ^g, $\frac{L^m}{2}$, $\frac{L^m}{2}$, λ^d) [1]. Les systèmes gauche et droit se composent de λ^p, λ^a, ainsi que d'un certain nombre de lames plus ou moins distinctes, provenant de la division des grands massifs L.

En résumé, la structure vers le milieu de l'axe hypocotylé se réduit, pendant la période primaire, à un faisceau bicentre entouré d'un parenchyme cortical et d'un épiderme. La période secondaire commence par la tubérisation de l'axe hypocotylé; plus tard, apparaissent des lames libéro-ligneuses isolées, dont le nombre va croissant à mesure que le diamètre de l'organe augmente.

§ 3. Structure de l'axe hypocotylé dans toute son étendue.

Nous avons à rechercher maintenant la structure de l'axe hypocotylé :

1° Dans la région supérieure au niveau que nous venons d'étudier (milieu de l'axe) : nous y verrons comment s'opère la mise en rapport des faisceaux primaires de la tige principale avec le faisceau primaire qui se prolonge dans toute la longueur de la racine principale; nous y verrons aussi comment s'effectue le passage des productions secondaires de l'un de ces organes dans l'autre;

2° Dans la région inférieure au milieu de l'axe hypocotylé, région dans laquelle la racine principale se dégage entièrement de l'axe hypocotylé.

Nous étudierons l'axe hypocotylé dans toute son étendue à trois moments :

1° A la période primaire;

2° A la période secondaire ancienne;

3° A la période secondaire récente.

1. *Période primaire.*

Au moment où les cotylédons viennent de s'étaler, les formations primaires de l'axe hypocotylé sont généralement caractérisées. Si du milieu d'un axe hypocotylé arrivé à ce degré de développement (pl. XII, fig. 2) nous remon-

Digitized by Google

tons, par une série de coupes transversales, nous reconnaissons que la structure observée au milieu de l'axe se continue jusqu'à un niveau très rapproché du nœud cotylédonaire. Là, le faisceau bicentre arrive au contact des faisceaux *i* et souvent aussi des faisceaux cotylédonaires.

Si nous nous reportons à la figure 10 de la planche XIV, il faut supposer que le faisceau bicentre, au lieu d'apparaître dans la région *b c*, se caractérise dès le niveau *a* de cette figure. De plus, la mise en rapport s'opère sur un espace très court, de sorte qu'il semble que les trachées des faisceaux cotylédonaires ne sont que la continuation des trachées du faisceau bicentre. Cette apparence pourrait même faire croire à la sortie, dans les cotylédons, des éléments vasculaires de la racine. Il n'en est rien, cependant, car dans quelques axes hypocotylés plus vigoureux que les autres, j'ai pu constater que les faisceaux cotylédonaires sont bien les branches latérales d'une première trifurcation des faisceaux *i* (fig. 13).

La figure 11, planche XIV, est le développement des faisceaux primaires de l'axe hypocotylé, du nœud cotylédonaire et du premier entrenœud de la tige principale. La double lame ligneuse du faisceau bicentre se trouve dans un plan perpendiculaire au plan du développement. Dans la figure 11 comme dans la figure 13, la trace de ce plan est indiquée par les flèches t^{la} et t^{lp} qui représentent les premières trachées (l'une antérieure, l'autre postérieure) des deux lames ligneuses du faisceau bicentre. La région du contact entre le faisceau de la racine et les faisceaux de la tige est comprise entre les niveaux *a* et *a'*, c'est-à-dire à la base même du nœud cotylédonaire.

Trois coupes au-dessous de la sortie des faisceaux cotylédonaires, la section transversale montre encore la même structure que la coupe pratiquée vers le milieu de l'axe hypocotylé. Vus longitudinalement, les éléments ligneux du bicentre sont, à ce niveau : à chaque extrémité un vaisseau annelé; derrière celui-ci, une trachée à une seule spirale lâche, puis une trachée à une seule spirule serrée, puis enfin une trachée à plusieurs spirules serrées (pl. XIII, fig. 7). Le diamètre de ces trachées va croissant de l'extérieur vers l'intérieur du faisceau.

Les faisceaux cotylédonaires sortent de l'axe hypocotylé avant d'avoir opéré le mouvement de charnière dont j'ai parlé dans les Généralités de ce

Digitized by Google

chapitre. Au moment où ils s'incurvent pour sortir, ils montrent longitudinalement leurs éléments ligneux. Ceux-ci sont disposés sur une seule ligne qui est perpendiculaire au rayon de la tige et laissent voir au milieu deux trachées de faible diamètre à une seul spirule lâche; de chaque côté, une trachée de diamètre moyen à une seule spirule serrée; à chaque extrémité, enfin, une trachée de diamètre maximum à plusieurs spirules serrées (pl. XV, fig. 6). Cette disposition est donc l'inverse de celle des éléments vasculaires du faisceau bicentre. On peut retrouver cette orientation des éléments des faisceaux cotylédonaires dans le pétiole même des cotylédons (figure 5 de la même planche).

Vers le niveau de la sortie des faisceaux cotylédonaires, les faisceaux *i* se trifurquent : les branches latérales s'anastomosent en arcades à l'intérieur desquelles s'insèrent les faisceaux qui se rendent dans les bourgeons axillaires. Dans le cas présent, les quatre faisceaux du premier entrenœud de la tige principale sont encore à l'état de cordons procambiaux qui se perdent dans le méristème primitif.

Cette région supérieure du nœud cotylédonaire rappelle entièrement, par le parcours de ses faisceaux, la région la plus inférieure des tiges axillaires, celle que nous avons appelée région d'insertion de ces tiges.

Si du milieu de l'axe hypocotylé nous descendons, par une série de coupes successives, nous voyons que la structure primaire observée vers le milieu de l'axe se perpétue, sans modification, jusqu'à l'extrémité inférieure de cet axe, jusqu'à l'étranglement qui limite l'axe hypocotylé de la partie libre de la racine principale. Là, nous trouvons encore le même faisceau bicentre, un parenchyme cortical formé du même nombre d'assises cellulaires, mais l'épiderme a été remplacé brusquement par l'*assise pilifère* (pl. XXI, fig. 3, partie antérieure). Ce changement s'est produit par la division tangentielle de toutes les cellules de l'épiderme et par la chute de l'assise extérieure ainsi produite. Aussitôt dénudées, les cellules de l'assise intérieure se sont prolongées en forme de poils radicaux. C'est à cette dénudation, à cette sorte de renouvellement de la surface vers la pointe de l'axe hypocotylé que se réduit, dans l'Ortie, le rejet des tissus extérieurs qui

Digitized by Google

permet à la racine principale de sortir de l'axe hypocotylé. La coléorhize n'existe pas comme gaîne caractérisée.

Lorsque nous étudierons la racine, l'examen que nous ferons de la coupe radiale du sommet végétatif de la radicule de l'axe hypocotylé confirmera ce que je viens de dire au sujet de la manière dont la racine principale est mise en liberté.

Après avoir fonctionné pendant un certain temps, l'assise pilifère tombe à son tour et les cellules du parenchyme cortical qui sont ainsi découvertes prennent un peu l'aspect des cellules épidermiques (pl. XXI, fig. 3, partie postérieure).

Plus tard encore, le liège produit par le recloisonnement tangentiel de la gaîne protectrice provoque la décortication de l'axe hypocotylé. A partir de ce moment, l'axe hypocotylé se trouve réduit aux éléments primaires et secondaires de son faisceau. Or, ces éléments sont précisément ceux qui se continuent sans changement dans la racine principale elle-même; dès lors, il n'y a plus lieu de rechercher les rapports existant entre les tissus de l'axe hypocotylé et ceux de la racine principale.

2. *Période secondaire ancienne.*

Dans un axe hypocotylé tubérisé, tel que celui dont la figure 8, planche XII, représente la coupe transversale vers le milieu de son étendue, les productions libéro-ligneuses secondaires constituent les lames L^g et L^d situées dans le plan perpendiculaire au plan du bicentre. En remontant, par une série de coupes transversales, on voit que ces deux massifs secondaires se continuent directement avec les massifs secondaires des deux faisceaux *i*. Au niveau de la mise en rapport des faisceaux primaires de la tige avec le faisceau primaire de la racine (pl. XII, fig. 9), on observe quelques trachées placées de part et d'autre de la double lame ligneuse primaire du faisceau bicentre. Ces trachées représentent les éléments ligneux primaires des faisceaux *i* en contact avec les éléments ligneux primaires du faisceau de la racine. Un massif ligneux secondaire fait suite aux trachées *ii*.

Digitized by Google

Les productions secondaires n'accompagnent que les faisceaux réparateurs (pl. XIV, fig. 12).

Dans la partie supérieure du nœud cotylédonaire, on remarque souvent l'insertion d'une racine au-dessus de chacun des arcs anastomotiques qui mettent en communication les divers systèmes de la tige.

3. *Période secondaire récente.*

Vers le milieu d'un axe hypocotylé plus développé, nous avons trouvé dix lames libéro-ligneuses groupées en quatre systèmes : un système droit et un système gauche composés de λ^p, L, λ^a; un système antérieur et un système postérieur formés de M^g et M^d (fig. 12, pl. XIII). Les lames L sont la continuation des lames qui, dès le commencement de la période secondaire, se sont montrées de chaque côté de la double lame ligneuse primaire. La figure 13, planche XIV, est le développement des faisceaux primaires de cet axe hypocotylé; la figure suivante reproduit le développement des lames libéro-ligneuses secondaires les plus récentes du même axe.

Dans cet axe hypocotylé, on voyait assez nettement que les faisceaux cotylédonaires sont formés par deux branches fournies par les faisceaux *i* (fig. 13, pl. XIV). La longueur de ces deux derniers faisceaux primaires était d'ailleurs plus grande que d'ordinaire et la région de mise en rapport *a a'* se trouvait un peu abaissée. La figure 15, planche XIII, nous fait voir les éléments ligneux primaires des deux faisceaux *i*, au-dessus de la région de mise en rapport. On remarquera que leur orientation est bien celle qui caractérise la tige.

Ici, comme dans la tige, les lames libéro-ligneuses secondaires récentes ont un parcours indépendant de celui des faisceaux primaires. Les deux lames M cheminent parallèlement, laissent sortir entre elles le faisceau cotylédonaire, puis s'anastomosent en arcade pour former la lame L^{ma} du segment ^{1}. Mais avant cela, les lames M donnent naissance, dans la partie supérieure du nœud cotylédonaire, aux lames λ^g et λ^d du segment ^{1}.

Les lames λ^p, L, λ^a s'élèvent en ondulant; à la base du nœud cotylédo-

Digitized by Google

naire, la lame L^g se bifurque pour fournir les lames M^{pg} et M^{ag} du même segment [1]. La lame L^d est déjà divisée vers le milieu de l'axe hypocotylé (fig. 12, pl. XIII). Dans la partie supérieure du nœud cotylédonaire, les lames λ^p et λ^a se jettent dans les lames formées par la division des lames L.

On reconnaîtra que ce parcours des lames libéro-ligneuses de l'axe hypocotylé que nous venons d'étudier est bien celui des faisceaux réparateurs du modèle IV. On observera, en effet, que ce parcours est identique à celui des lames libéro-ligneuses secondaires du segment [1] de la tige principale qui surmontait l'axe que nous venons d'examiner (fig. 3, pl. V).

Dans la région inférieure de l'axe hypocotylé, le trajet des lames libéro-ligneuses secondaires est fort tourmenté : ces lames se multiplient, la plupart d'entre elles se continuent dans les racines qui se sont développées le long de l'axe de l'hypocotylé; quelques-unes se prolongent cependant dans la racine principale, notamment les lames λ^{pg}, L^g, λ^{ag}, L^d, M^{dp}, M^{gp}. Ces lames auraient pu, avec le temps, s'allonger davantage dans la racine principale.

Le présent chapitre peut être résumé brièvement comme suit :

*Chez l'*Urtica dioica, *la partie supérieure de l'axe hypocotylé possède, dès la période primaire, une structure de tige, mais cette région est très courte et très voisine du nœud cotylédonaire. Elle renferme deux faisceaux qui sont les faisceaux d'insertion (i) de la tige principale : ces faisceaux donnent naissance aux faisceaux cotylédonaires, puis se trifurquent et s'anastomosent de manière à former les quatre faisceaux du premier entrenœud de la tige. C'est dans la région inférieure du nœud cotylédonaire même que les deux faisceaux (i) et souvent aussi les faisceaux cotylédonaires, se mettent en rapport avec le faisceau bicentre de la racine principale endogène. Celle-ci est déjà très développée dans l'embryon et sa sortie n'exige que la chute d'une assise cellulaire extérieure formée aux dépens de l'épiderme.*

Les lames libéro-ligneuses secondaires de la tige se prolongent dans l'axe hypocotylé et de là dans la racine principale. Le nombre et le parcours de ces lames est en rapport avec le développement secondaire atteint par cet organe. Après sa décortication, la partie inférieure de l'axe hypocotylé se confond avec la racine principale.

Digitized by Google

DEUXIÈME PARTIE.

LA FEUILLE.

GÉNÉRALITÉS.

La feuille est l'appendice primaire de la tige : ses faisceaux, tous monocentres, sont symétriquement disposés par rapport à une seule surface de symétrie qui, à l'origine au moins, passe par l'axe de symétrie de la tige. L'existence de cette unique surface de symétrie ne peut parfois être reconnue que par l'examen de la distribution des faisceaux dans toute l'étendue du membre (*).

Pour étudier la feuille, nous supposerons, avec M. C.-E. Bertrand, que cet organe est redressé le long de la tige dont il dépend et que l'observateur, restant placé au centre de la tige, se tourne vers la feuille qu'il veut examiner. Le faisceau médian du pétiole et de la nervure médiane se trouve alors en face de lui, les autres faisceaux se montrent à sa droite et à sa gauche. La face qui est qualifiée de *supérieure* lorsque le limbe de la feuille est placé horizontalement dans sa position naturelle, se trouve maintenant appliquée contre la tige : elle est donc *interne* ou *antérieure*. La face désignée ordinairement comme *inférieure* est tournée vers le dehors lorsque la feuille est redressée : elle est donc *externe* ou *postérieure* par rapport à l'observateur.

(*) *Définitions des membres des plantes vasculaires*, par M. C.-E. Bertrand, dans les Archives botaniques du nord de la France, 1re année (1881).

Digitized by Google

Chaque segment des tiges de l'Ortie porte deux feuilles opposées et quatre stipules caulinaires. Les feuilles de deux paires consécutives sont disposées en croix, elles sont décussées. Chacune d'elles se compose d'un pétiole plus ou moins long, canaliculé antérieurement, et d'un limbe dont les dimensions sont très variables. La base du limbe est cordée, son sommet est ordinairement aigu. Dans les premières feuilles, la longueur du limbe est sensiblement égale à sa plus grande largeur, mais à mesure qu'on s'élève le long de la tige, la longueur augmente proportionnellement à la largeur : la feuille s'allonge alors au point de devenir trois ou quatre fois plus longue que large. Sur les tiges souterraines, au contraire, les feuilles rudimentaires sont souvent plus larges que longues. Les bords du limbe sont garnis de dents dont le nombre varie de 0 à 47.

Dans les ouvrages descriptifs, la nervation des feuilles de l'Ortie est dite palmée, rarement trinerve, plus souvent à cinq ou sept nervures principales. Pour peu qu'on la regarde de près, cette nervation montre une grande polymorphie. Avant d'en commencer l'étude, rappelons la nomenclature usitée pour désigner les nervures d'une feuille.

Suivant leur point d'insertion, on distingue :

1° Des *nervures primaires* ou de premier ordre qui rayonnent du sommet du pétiole, ou, si l'on veut, de la base du limbe; on peut aussi les appeler *nervures basilaires*. L'une d'elles est *médiane* (M), les autres sont *latérales* (L);

2° Des *nervures secondaires* ou de deuxième ordre insérées sur les précédentes. Elles sont qualifiées de *secondaires-médianes* lorsqu'elles naissent sur la nervure médiane, de *secondaires-latérales* lorsqu'elles partent d'une nervure basilaire latérale;

3° Des *nervures tertiaires* ou de troisième ordre nées sur les nervures secondaires et ainsi de suite.

Dans l'Ortie, les nervures primaires aboutissent toujours à une dent du limbe; parmi les nervures secondaires et tertiaires, les plus fortes seulement se terminent également sous une dent. Ces nervures sont les seules qui caractérisent la nervation. Celle-ci se compose :

1° D'une nervure médiane toujours nettement caractérisée;

Digitized by Google

2° D'une, deux ou trois nervures basilaires latérales de chaque côté de la médiane. Ces nervures seront désignées par L^{1g}, L^{2g}, L^{3g}, L^{1d}, L^{2d}, L^{3d}; L^1 étant les plus rapprochées de la médiane. L^1 sont aussi les nervures latérales les plus fortes, L^2 sont un peu moins importantes, L^3 sont ordinairement faibles;

3° D'une à quatre paires de nervures secondaires-médianes qui font cependant parfois défaut;

4° D'un nombre très variable de nervures secondaires-latérales;

5° De nervures secondaires, tertiaires..... plus ou moins nombreuses suivant les dimensions du limbe et formant un réseau à mailles serrées entre les nervures plus importantes.

Les stipules sont toujours caulinaires, d'une forme lancéolée et relativement plus larges sur les rhizomes que sur les tiges aériennes, où elles s'allongent, au contraire, beaucoup. Elles font presque constamment défaut au premier nœud de la tige principale. La nervation des stipules se compose d'un à sept faisceaux simples ou ramifiés vers le haut.

Tous les tissus qui entrent dans la composition d'une feuille ou d'une stipule se rattachent à l'un des trois systèmes de tissus de la tige :

1° *Le système libéro-ligneux* est représenté par des faisceaux ordinairement étalés en éventail. Les productions secondaires de ces faisceaux forment toujours un massif continu, elles ne constituent jamais de lames libéro-ligneuses séparées par du Tf^2;

2° *Le système fondamental* comprend un parenchyme incolore, un parenchyme vert et un hypoderme collenchymateux;

3° *Le système épidermique* formé par l'épiderme garni de poils de diverses sortes.

Anatomiquement, il convient de distinguer dans une feuille quelconque :

1° Une région de mise en rapport des faisceaux de la tige avec ceux du pétiole. Cette région est comprise en partie dans la tige, en partie dans la base du pétiole;

2° La région pétiolaire;

Digitized by Google

3° Une région de mise en rapport des faisceaux du pétiole avec ceux des nervures basilaires. Cette région comprend le sommet du pétiole et la base du limbe;

4° Les nervures de divers ordres;

5° Le parenchyme foliaire qui réunit les nervures.

La structure des feuilles ne varie pas moins que leurs caractères extérieurs. Nous aurons à rechercher, comme pour la tige, les variations suivant l'*âge*, le *niveau*, la *hauteur* et les *conditions biologiques*. Une feuille, comme un segment de la tige, se développe, en effet, dans le temps et présente un certain nombre de niveaux qu'il convient de préciser aussi exactement que possible. La hauteur d'une feuille est l'indication du numéro que cette feuille porte dans le procédé de notation adopté pour les segments de la tige. Ce procédé, on s'en souvient, consiste à numéroter les segments et les feuilles de bas en haut, à partir du premier segment au-dessus de l'insertion de l'axe considéré. Les feuilles [1] de la tige principale sont donc celles qui se montrent immédiatement au-dessus des cotylédons. Quant aux conditions de vie, elles semblent avoir encore plus d'influence sur la structure des feuilles que sur celle de la tige.

Une vingtaine de feuilles d'Ortie, prises à divers âges, à diverses hauteurs et dans différentes conditions de vie, ont été étudiées dans toute leur étendue par la méthode des coupes successives. Le parcours des faisceaux de ces feuilles a été levé et développé comme celui de la tige. Dans les planches qui accompagnent ce mémoire, les figures représentant des coupes transversales du pétiole ou du limbe sont toujours disposées de façon que la trace du plan de symétrie de l'organe soit verticale, le centre de la tige dont la feuille dépend étant vers le bas de la planche. La partie antérieure ou interne d'une semblable coupe est donc tournée vers le bas et l'épiderme que l'on qualifie ordinairement d'inférieur se trouve donc vers le haut de la planche. Cette disposition de la figure est nécessitée par la position que nous avons supposée à l'observateur; elle a, d'ailleurs, l'avantage de conserver, à la plupart des faisceaux de la feuille, l'orientation qui leur est donnée habituellement dans les figures, c'est-à-dire les trachées dirigées vers le bas. Quant

Digitized by Google

aux développements du parcours des faisceaux, ils ont été obtenus en supposant le pétiole fendu suivant le sillon longitudinal antérieur et les faisceaux étalés dans un plan postérieur perpendiculaire au plan de symétrie de l'organe.

La marche que nous suivrons pour l'étude détaillée des organes appendiculaires sera la même que celle que nous avons adoptée pour l'étude de la tige. Nous examinerons d'abord le cotylédon, puis la feuille [1] de la tige principale dont la structure est relativement simple; nous comparerons ensuite à cette première feuille les suivantes qui sont étagées le long des tiges de différents ordres; nous reconnaîtrons que ces feuilles forment une série à complication croissante le long des tiges aériennes et une autre série à complication décroissante le long des tiges souterraines. Pour le cotylédon, la feuille [1] et une feuille choisie parmi les plus compliquées, nous déterminerons avec soin l'organogénie, les caractères extérieurs, la structure à certains niveaux déterminés et, enfin, le parcours des faisceaux dans toute l'étendue de l'organe.

CHAPITRE PREMIER.

STRUCTURE DES COTYLÉDONS.

L'embryon, dans la graine mûre, possède deux cotylédons appliqués l'un contre l'autre. Chacun de ces cotylédons présente, lorsqu'il a atteint tout son développement, un pétiole assez long et un limbe orbiculaire, muni d'un sinus terminal. La longueur totale de l'organe est en moyenne de 5^{mm} et le diamètre du limbe égale environ 3^{mm}. On observe, dans le sinus terminal, une masse glandulaire, insérée sur la face antérieure (pl. XV, fig. 2). Cette glande est un amas cellulaire arrondi, lobé et brièvement pédonculé. Elle

Digitized by Google

paraît être en pleine activité dès le début de la germination, mais elle ne tarde pas à se flétrir longtemps avant la chute des cotylédons.

Après avoir rendu le limbe transparent par l'action de la potasse, on observe la nervation représentée par la figure 1, planche XV. Un large faisceau parcourt le pétiole ; arrivé à quelque distance du limbe, ce faisceau émet de chaque côté une petite branche qui marche d'abord parallèlement au faisceau médian, puis émet à son tour une ramification. Cette dernière ramification, qui manque souvent ou du moins est extrêmement délicate, se porte vers le faisceau médian et s'anastomose avec lui.

Le faisceau médian constitue la nervure médiane, les deux faisceaux latéraux forment les nervures basilaires latérales qui sont peu marquées. Un peu plus tôt ou un peu plus tard, la nervure médiane donne naissance à deux fortes nervures secondaires qui s'écartent suivant un angle d'environ 50°, puis se courbent et viennent s'anastomoser avec la terminaison de la nervure médiane. Quelques nervures tertiaires forment un réseau peu serré entre les nervures précédentes.

La structure des cotylédons varie peu d'une plante à une autre. Cette uniformité est sans doute la conséquence de ce fait que les cotylédons, étant tout formés dans la graine, ne sont guère soumis à l'influence des milieux dans lesquels la germination se produit.

Nous savons déjà que chaque cotylédon reçoit de l'axe hypocotylé deux faisceaux à peine fusionnés en un seul. Une coupe transversale pratiquée vers le milieu du pétiole du cotylédon montre ces deux faisceaux rapprochés de façon que les deux massifs ligneux se trouvent en regard l'un de l'autre et presque en contact (pl. XV, fig. 3 et 5). Ces faisceaux ont encore cette même orientation lorsqu'ils donnent naissance aux deux petits faisceaux latéraux. Mais bientôt ils opèrent un mouvement de charnière autour d'un point situé entre leurs premières trachées et se fusionnent en un seul faisceau dont le bois est tourné vers la tige. Au sommet du pétiole, il y a donc trois faisceaux, savoir : l^g, m, l^d (fig. 4).

A la base du limbe, les faisceaux l^g et l^d envoient au faisceau m une petite branche anastomotique, puis se rendent dans les nervures basilaires-

Digitized by Google

latérales (fig. 1); le faisceau *m* se continue dans toute l'étendue de la nervure médiane. Toutes les nervures du cotylédon sont constituées par un seul faisceau et se terminent soit par une anastomose avec une autre nervure, soit en pointe libre dans le parenchyme.

Lorsqu'on examine, par transparence, la région supérience d'un cotylédon, on voit que le nombre des trachées appartenant à la nervure médiane diminue à mesure que cette nervure approche du sommet. A une petite distance du sinus terminal, les trachées de la nervure médiane s'infléchissent à droite et à gauche et se mettent en rapport, se continuent, pour ainsi dire, avec les trachées des deux nervures secondaires médianes (fig. 1). Au point où se fait cette anastomose, on observe une sorte d'ampoule de forme elliptique, longue de $0^{mm},3$ au plus. Une section transversale, pratiquée à travers cette ampoule, nous montre qu'elle fait saillie à la face *antérieure* du cotylédon (fig. 10). On aperçoit, sur cette coupe, une dizaine de trachées délicates qui représentent à ce niveau la partie ligneuse du faisceau extrêmement réduit de la nervure médiane. En avant de ces trachées existe un gros massif de cellules de très petit diamètre et dépourvues de chlorophylle. Ce massif est recouvert directement par l'épiderme antérieur, dont les éléments sont fort amincis en cet endroit; on y voit aussi l'ouverture d'un petit stomate.

Du côté postérieur, deux rangs de cellules séparent les trachées de l'épiderme. Cet épiderme est celui qui est *inférieur* lorsque le cotylédon étale son limbe au moment de la germination; vu de face, il montre des cellules engrenées et de nombreux et grands stomates. Au-dessus de l'ampoule, comme tout le long de la nervure médiane, les stomates font défaut et les cellules épidermiques sont rectangulaires (fig. 11).

L'épiderme de la face opposée (face antérieure) est *supérieur* lorsque le cotylédon occupe sa position normale. Au point où il recouvre l'ampoule, cet épiderme se compose de cellules plus petites que dans les autres parties et montre une douzaine de petits stomates qui font complètement défaut partout ailleurs (fig. 12).

Il résulte de cette structure que la petite ampoule qui termine la nervure médiane du cotylédon doit être regardée comme une *glande à eau,* c'est-à-dire

Digitized by Google

comme un organe destiné à remédier à l'excès de tension dans l'appareil aquifère (*).

Le parenchyme qui réunit toutes les nervures est formé d'un tissu fondamental ou mésophylle dont la constitution n'est pas partout la même. En certains points, il se compose de trois ou quatre rangs de cellules presque isodiamétrales qui ne laissent entre elles que de très petits méats (fig. 8 et 9). Dans d'autres points, le mésophylle ne compte que trois rangs de cellules constituant une couche en palissade formée d'éléments coniques dont la base s'appuie contre l'épiderme antérieur et une couche très lacuneuse, composée d'éléments irréguliers, mais toujours allongés parallèlement à la surface du limbe (fig. 7).

Toutes les cellules du mésophylle contiennent beaucoup de grains de chlorophylle et entre ceux-ci de petits granules arrondis, blancs, qu'on aperçoit dans la figure 8, et mieux encore dans la suivante, où ils ont été représentés seuls. Ils forment ordinairement un groupe à l'intérieur de chaque cellule. Le diamètre de ces grains varie de 1 à 2 μ environ (**). Les solutions d'iode sont sans action sur eux, à moins qu'elles ne renferment de l'acide iodhydrique, auquel cas on voit les granules se dissoudre lentement et sans dégagement de bulles gazeuses. Pendant qu'ils se dissolvent, ces petits corps sont ordinairement animés d'un mouvement de trépidation comparable au mouvement brownien. La dissolution ne laisse aucun résidu. L'acide acétique dissout rapidement ces granules sans formation de bulles gazeuses. Je me suis assuré que les solutions d'iode renfermant de l'acide iodhydrique et l'acide acétique dissolvent le carbonate de chaux (de la craie) *sans effervescence, c'est-à-dire sans dégagement de gaz appréciable au microscope, chaque fois qu'on opère sur une quantité suffisamment petite.* Le gaz carbonique produit se dissout alors intégralement dans le liquide de la préparation. Je crois donc que les petits granules blancs qui forment comme un essaim dans chaque cellule du mésophylle des cotylédons sont constitués par du carbonate

(*) Une glande à eau existe également au sommet des cotylédons des *Gunnera* (C.-E. Bertrand).
(**) $\mu = {}^1/_{1000}$ de millimètre.

Digitized by Google

de chaux. A ma connaissance, l'existence de granules calcaires libres et sans substratum organique n'a pas encore été signalée.

Le tissu fondamental du cotylédon est recouvert par un épiderme formé de cellules engrenées semblables à celles que nous observerons à la surface des feuilles [1]. L'épiderme supérieur ou antérieur porte des poils piquants, mais pas de stomates, excepté au-dessus de l'ampoule qui termine la nervure médiane. Beaucoup de ses cellules renferment un gros cystolithe (fig. 8 et 10). On remarquera dans la figure 8 un cystolithe en voie de développement et un autre entièrement formé. L'épiderme inférieur est garni de nombreux et grands stomates, excepté le long des nervures.

CHAPITRE II.

STRUCTURE DES FEUILLES [1] DE LA TIGE PRINCIPALE.

Nous rechercherons d'abord comment se fait le développement des feuilles de la première paire; nous étudierons ensuite la structure de ces organes arrivés à l'état adulte et nous terminerons par l'examen des variations qu'ils présentent suivant les conditions de vie.

§ 1. Organogénie des feuilles [1].

Pour faire cette étude il est nécessaire d'avoir recours à des plantes qui germent dans des conditions aussi identiques que possible, afin d'écarter, autant que faire se peut, les variations biologiques. En observant les feuilles de la première paire sur un grand nombre de plantes arrivées à divers degrés de développement, on peut reconstituer la série des phases par lesquelles passent les feuilles [1].

Digitized by Google

Les feuilles de la première paire existent déjà à l'état de mamelon entre les cotylédons dans la graine mûre. Elles y sont surmontées d'une glande terminale qu'on aperçoit déjà dans la figure 1, planche XXII. La figure 10, planche XVI, représente, vues de profil, les feuilles de la première paire prises dans la graine.

Au début de la germination, alors que les deux cotylédons sont encore enfermés dans le spermoderme et le péricarpe, les feuilles de la première paire ont la forme d'éminences coniques, toujours surmontées par la glande que nous étudierons plus loin en détail. La figure 1, planche XVI, nous montre les mamelons foliaires en place, vis-à-vis de l'un des cotylédons; la figure suivante les représente à un fort grossissement.

Un peu plus tard, certaines cellules épidermiques se prolongent en un long poil effilé, notamment des deux côtés de la glande terminale (fig. 3). En même temps, on voit se former une dent sur chaque bord et vers le milieu de la hauteur de la feuille.

Lorsque les feuilles de la première paire commencent à se montrer entre les cotylédons étalés, deux autres dents apparaissent au-dessous de la première (fig. 4).

Une quatrième dent ne tarde pas à se montrer de chaque côté et toujours en dessous des précédentes. La feuille offre, en ce moment, un lobe terminal qui a apparu le premier et quatre paires de dents qui sont d'autant moins accusées qu'elles sont situées plus bas (fig. 5). La formation de ces dents est basipète. A ce stade, la nervure médiane est déjà caractérisée par la présence d'une trachée. La surface de la feuille est hérissée de poils nombreux et de trois sortes. A cet âge aussi, le pétiole commence à se dessiner.

Par la suite, les autres nervures se caractérisent successivement et dans l'ordre de la formation des dents, c'est-à-dire de haut en bas, comme le montre parfaitement la figure 6. En même temps, les dents inférieures se replient sur la surface antérieure de la feuille. Les figures 7 et 8 représentent de profil et de face une feuille arrivée à ce degré de développement. La glande terminale flétrie est sur le point de tomber.

Peu à peu, toutes les parties de la feuille grandissent, le limbe se déploie et l'organe tout entier se montre avec ses caractères définitifs (fig. 9).

Digitized by Google

Les feuilles de la première paire sont presque toujours privées de stipules; parfois cependant on en trouve une ou deux. Ce sont alors de petites lamelles lancéolées, dépourvues de faisceaux et munies seulement de quelques poils piquants sur leurs bords.

La glande qui termine la feuille [1] dans son jeune âge se compose d'un support et d'une masse glandulaire proprement dite. Le support a la forme d'une colonne haute de trois ou quatre cellules et épaisse de trois; il paraît former le prolongement du mamelon foliaire (fig. 10, 11, 12). La masse glandulaire est arrondie, lobée et comme circonvoluée; elle est primitivement presque aussi volumineuse que le mamelon foliaire lui-même. Elle est composée d'un grand nombre de cellules d'abord riches en protoplasme. Plus tard le contenu des cellules se modifie et présente assez bien l'aspect de celui des cellules qui constituent la tête des poils glandulifères.

Cette glande est déjà toute formée dans la graine mûre; elle paraît être en pleine activité dès le début de la germination. Elle se flétrit bientôt et tombe ordinairement avant que la feuille ait atteint tout son développement. On l'observe généralement au sommet de la feuille entre les deux longs poils qui naissent près de ce point; mais on la trouve parfois à quelque distance du sommet, ce qui semble indiquer qu'elle n'a aucun rapport avec la terminaison de la nervure médiane.

Cette glande ne diffère de celle que nous avons constatée au sommet du cotylédon que par son plus grand développement. Elle n'existe que sur les feuilles de la première paire, les feuilles suivantes en sont toujours dépourvues.

Aucun organe semblable n'a encore été signalé, je pense, chez aucune plante. Des recherches spéciales sont nécessaires pour préciser la fonction de cette glande qui pourrait bien être la même que celle des poils glandulifères si abondants à la surface des tiges et des feuilles dans leur premier âge. En attendant, nous pouvons considérer les glandes terminales des cotylédons et des feuilles de la première paire de l'Ortie comme des organes embryonnaires dont la signification ne peut être dévoilée que par la recherche d'organes homologues dans les familles voisines.

Digitized by Google

§ 2. Structure des feuilles [1] dans toute leur étendue.

Une feuille adulte, choisie parmi les plus régulières, est représentée planche XVI, figure 9. Cette feuille, dont nous allons étudier la structure, montre trois nervures basilaires et neuf dents. La dent terminale ou dent [1] reçoit l'extrémité de la nervure médiane; les deux moitiés de la feuille étant parfaitement symétriques, il nous suffira d'examiner l'une d'elles. Dans la partie droite, par exemple, nous voyons une nervure secondaire-médiane aboutir à la dent [2]; la nervure basilaire-latérale se termine sous la dent [3]; les dents [4] et [5] reçoivent chacune une nervure secondaire-latérale. La longueur du limbe, sensiblement égale à sa plus grande largeur, mesure 12^{mm}.

Établissons d'abord quelle est, en un certain nombre de niveaux déterminés, la composition histologique de la feuille dont nous venons d'indiquer les caractères extérieurs; nous rechercherons ensuite quel est le parcours des faisceaux dans toute son étendue.

1° *Structure de la feuille à certains niveaux déterminés.*

La section transversale pratiquée vers le milieu du pétiole montre trois faisceaux, un médian et deux latéraux plus petits (pl. XVI, fig. 13). Nous les désignerons par l^{1g}, m, l^{1d}. Dans chacun de ces faisceaux, le massif ligneux primaire se compose d'une première trachée tournée vers la tige et de quelques vaisseaux d'un faible diamètre. Le massif libérien primaire est dirigé vers la face postérieure de la feuille : il est formé d'éléments très étroits. Entre le bois et le liber on observe quelques cellules divisées par une cloison tangentielle. C'est là l'indication d'une zone cambiale, peu active, il est vrai (fig. 14).

Le tissu fondamental qui réunit les trois faisceaux du pétiole se compose de grandes cellules dont la section est arrondie. L'épiderme est formé de cellules plus petites sur la face postérieure et sur les côtés, plus grandes et moins cuticularisées sur la face antérieure. Il porte les trois sortes de poils que nous connaissons.

Digitized by Google

Une coupe faite à la base du limbe (fig. 15) a rencontré les trois nervures basilaires. La nervure médiane offre trois faisceaux : un médian semblable au faisceau *m* de la coupe précédente et deux petits faisceaux latéraux. Les deux nervures basilaires-latérales ne renferment qu'un seul faisceau. L'orientation est la même que dans la coupe précédente.

Vers le milieu de sa longueur, la nervure médiane n'offre plus qu'un seul faisceau entouré d'un parenchyme fondamental incolore (fig. 16). Les nervures basilaires-latérales (fig. 17), de même que les nervures secondaires, tertiaires,.... sont constituées par un seul faisceau dont le volume décroît de plus en plus.

Le mésophylle est formé par un rang de cellules en palissade et un ou deux rangs de cellules composant un tissu très lacuneux (fig. 18). Toutes ces cellules renferment de gros grains de chlorophylle. L'épiderme antérieur (supérieur) est formé de cellules engrenées (fig. 20); beaucoup d'entre elles renferment un long cystolithe dont le pédicule est bien visible (fig. 18, 19 et 20). Les cellules de l'épiderme postérieur (inférieur) ont des contours plus sinueux; elles ne contiennent que rarement des cystolithes; par contre, les stomates sont nombreux (fig. 21 et 18).

2° *Parcours des faisceaux dans toute l'étendue de la feuille.*

La feuille [1] reçoit de la tige trois faisceaux. Au point d'émergence, le faisceau sortant médian se trifurque et les branches latérales de cette trifurcation rencontrent bientôt les faisceaux sortants latéraux avec lesquels elles se fusionnent (pl. XVII, fig. 12). Trois faisceaux seulement se rendent donc dans le pétiole. L'observateur étant supposé en face de la feuille [1], ces trois faisceaux seront désignés par les notations suivantes : l^{1g}, m, l^{1d}. Ils marchent parallèlement dans toute la longueur du pétiole sans subir aucune modification.

En approchant du sommet du pétiole, les faisceaux l^{1g} et l^{1d} s'élargissent, puis émettent une petite branche du côté du faisceau m. Ces deux petites branches se rapprochent de plus en plus du faisceau m et en même temps les faisceaux l^{1g} et l^{1d} s'écartent l'un vers la gauche, l'autre vers la droite.

Digitized by Google

Les trois nervures basilaires sont dès lors constituées (pl. XVI, fig. 15) : les nervures basilaires-latérales ne possèdent qu'un seul faisceau, tandis que la médiane en comprend trois, savoir : le faisceau *m* et les deux petites branches latérales issues des faisceaux l^{lg} et l^{ld}. Ces trois faisceaux marchent d'abord parallèlement, mais bientôt les deux petits latéraux se rapprochent du faisceau *m* et se confondent avec lui. A partir de ce niveau, la nervure médiane ne présente plus qu'un seul gros faisceau (pl. XVI, fig. 16).

L'origine des nervures secondaires médianes et latérales est très simple : en approchant du point d'émergence de la nervure secondaire, on voit le faisceau de la nervure-mère s'élargir un peu, puis fournir une branche qui s'écarte aussitôt pour constituer une nervure nouvelle. Les nervures d'ordre plus élevé prennent naissance de la même manière.

Les trois nervures basilaires, deux nervures secondaires-médianes et quatre nervures secondaires-latérales aboutissent respectivement à l'une des neuf dents de la feuille. Elles se terminent à quelque distance du sommet de la dent par un renflement en forme de massue : ce renflement est une glande à eau semblable à celle qui termine la nervure médiane des cotylédons. En y pénétrant, les trachées du faisceau s'étalent en pinceau, puis se terminent brusquement (pl. XVI, fig. 22). Quelques petites nervures secondaires et tertiaires se terminent également près du bord par une glande de plus petites dimensions. Les autres nervures secondaires, tertiaires,..... s'anastomosent de manière à former un réseau plus ou moins serré. Un assez grand nombre d'entre elles se terminent cependant en pointe libre. Pour cela, la partie ligneuse du faisceau se réduit à une seule trachée qui s'arrête au milieu des cellules du parenchyme.

§ 3. Variations de la structure des feuilles [1] suivant les conditions biologiques.

La structure des feuilles de la première paire offre, d'une plante à une autre, des variations assez grandes qui portent à la fois sur les dimensions du limbe, sur le nombre des dents et sur la nervation. Considérons d'abord la nervation.

Digitized by Google

Les principales modifications que subit la nervation de la feuille [1] ont été représentées schématiquement dans le tableau de la page suivante. Elles y sont groupées en deux séries : la première série montre, de chaque côté de la médiane, *une seule* nervure secondaire-médiane importante et une nervure basilaire-latérale qui fournit 0, 1, 2, 3 ou 4 nervures secondaires importantes. Outre ces nervures importantes, il en est un grand nombre d'autres moins considérables qui forment le réseau anastomotique sans concourir à caractériser l'ensemble. La nervation la plus commune est celle dans laquelle il y a deux nervures secondaires-latérales, comme dans la figure 9, planche XVI.

Dans la seconde série, chaque moitié de la feuille offre *deux* nervures secondaires-médianes importantes; la nervure basilaire-latérale donne naissance à 1, 2 ou 3 nervures secondaires.

On remarquera que les feuilles de la première paire de la tige principale possèdent toujours *une seule* nervure basilaire-latérale de chaque côté de la médiane.

Outre ces types réguliers, on observe un certain nombre de nervations anormales ou douteuses. Très rarement, une nervure tertiaire remplace une nervure secondaire et aboutit à une dent.

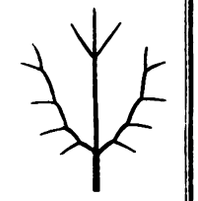
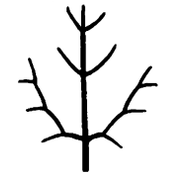
Le nombre des dents de la feuille [1] est en général égal au nombre des nervures importantes que nous venons de considérer; il n'est jamais supérieur, mais il est fréquemment moindre. On observe souvent, en effet, que la nervure secondaire-médiane n'aboutit qu'à une dent très petite, faisant à peine saillie, ou même que cette dent fait défaut. Le lobe terminal est alors généralement plus grand et arrondi (pl. XIX, fig. 3). La nervure secondaire-latérale inférieure ne correspond pas toujours non plus à une découpure du limbe. Le nombre des dents de la feuille [1] varie de 0 à 13; il est le plus communément de 9.

Remarquons, en passant, que les deux feuilles de la première paire sont rarement identiques sous le rapport de la nervation et du nombre des dents. Les deux moitiés d'une même feuille ne sont pas toujours parfaitement symétriques non plus.

Les dimensions de la feuille [1] varient énormément; la longueur du limbe,

Digitized by Google

Nervation de la feuille [1] de la tige principale.

	Pas de nervure secondaire-latérale importante.	Une nervure secondaire-latérale importante.	Deux nervures secondaires-latérales importantes.	Trois nervures secondaires-latérales importantes.	Quatre nervures secondaires-latérales importantes.
Une seule nervure secondaire-médiane importante de chaque côté.					
Deux nervures secondaires-médianes importantes de chaque côté.					

Dans toutes ces feuilles, on n'observe qu'une seule nervure primaire-latérale de chaque côté de la nervure primaire-médiane.

Digitized by Google

qui n'est que de 3mm dans les plus petites, atteint 18mm dans les plus grandes. La largeur maximum du limbe est presque toujours à peu près égale à la longueur.

D'une façon générale, on observe une relation entre les dimensions de la feuille 1, d'une part, le nombre de ses dents et sa nervation, d'autre part. Or, les dimensions de la feuille 1 dépendent évidemment de la vigueur avec laquelle la végétation se produit au début. Les variations de la nervation et de la structure des premières feuilles résultent donc des conditions biologiques spéciales dans lesquelles la plante s'est trouvée. L'observation directe des faits a, d'ailleurs, pleinement vérifié ces prévisions.

Au sortir de l'hiver, j'avais semé en pot quelques graines d'Ortie; la germination se produisit très lentement et beaucoup de plantes périrent avant d'avoir développé leurs premières feuilles. Quelques-unes survécurent et parmi elles plusieurs montrèrent des feuilles très petites et entières (pl. XIX, fig. 1). La végétation étant très lente, une de ces plantes ne parvint qu'après plusieurs semaines à la taille de 4 centimètres environ. Elle était alors pourvue de trois entrenœuds distincts. Un cotylédon et une feuille de chacune des trois premières paires développées sont représentées planche XX, figures 2 à 5. Les cotylédons, plus petits que de coutume, possèdent cependant une nervation normale. Les feuilles de la première paire sont entières et de la grandeur des cotylédons ordinaires. Leur limbe ne mesure, en effet, que 3mm de long. Leur nervation se compose de deux nervures secondaires-médianes et d'une nervure basilaire-latérale dépourvue de ramification importante (fig. 5). Ces feuilles, dans leur totalité, ressemblent beaucoup aux cotylédons.

Un semis fait ensuite réussit mieux, mais les premières feuilles, assez petites encore, eurent une nervation assez simple : la figure 3, planche XIX, représente l'une des plus compliquées. Un dernier semis fait en juin, dans un terreau riche, fournit des plantes vigoureuses dont les feuilles 1, relativement très grandes, comptaient jusque onze et même treize dents. Leur limbe mesurait jusqu'à 18mm de long et leur nervation offrait une complication inconnue aux feuilles précédentes. Les figures 6, 7 et 8 de la planche XX

Digitized by Google

représentent une feuille de chacun de trois premiers nœuds de l'une des tiges les plus vigoureuses de ce semis. La comparaison de cette série avec celle des figures 3, 4 et 5 de la même planche est intéressante : elle fait clairement ressortir l'influence du milieu sur le développement des appendices.

CHAPITRE III.

STRUCTURE DES FEUILLES SUPÉRIEURES AUX FEUILLES DE LA TIGE PRINCIPALE.

Nous avons examiné, dans le chapitre précédent, la structure des feuilles de la tige principale. Il nous reste à comparer à ces feuilles, relativement simples, les feuilles qui garnissent la tige principale et les tiges axillaires de divers ordres.

Le développement des feuilles n'étant pas indéfini comme celui des segments de la tige, il nous sera permis de regarder toutes les feuilles adultes comme étant de même âge, c'est-à-dire de considérer comme provenant des différences de hauteur, les variations offertes par une série de feuilles successives entièrement développées. En étudiant de bas en haut les appendices insérés le long d'une tige aérienne quelconque, on reconnaît bien vite que ces appendices manifestent une complication croissante. Les appendices insérés sur les tiges souterraines, au contraire, présentent les caractères d'une dégradation évidente. Nous aurons donc à étudier séparément ces deux séries de feuilles.

§ 1. Complication de la structure des feuilles le long des tiges aériennes.

Examinons d'abord les caractères que les feuilles peuvent nous fournir extérieurement. La nervation de la feuille, malgré ses variations, est caractérisée par une nervure médiane de chaque côté de laquelle se montrent une ou deux nervures secondaires-médianes, toujours une seule nervure basilaire-

Digitized by Google

latérale, un nombre variable de nervures secondaires-latérales et de nervures tertiaires. Le nombre des dents est ordinairement égal au nombre des nervures secondaires-médianes et latérales importantes plus trois (une dent terminale et deux dents correspondant aux nervures basilaires-latérales); ce nombre est parfois réduit, de sorte qu'il oscille entre 0 et 13. La longueur du limbe varie de 3 à 18^{mm}, la plus grande largeur étant ordinairement égale à la longueur.

Si l'on examine successivement et de bas en haut toutes les feuilles qui garnissent une tige principale, on constate que les feuilles de la deuxième paire sont plus grandes que les feuilles de la première paire, qu'elles comptent un plus grand nombre de dents, que leur nervation est plus compliquée. La même différence s'observe entre les feuilles ^{3} et les feuilles ^{2}, entre les feuilles ^{4} et les feuilles ^{3} et ainsi de suite..... Les feuilles qui se succèdent de bas en haut le long d'une tige principale forment donc une gradation croissante. D'une tige principale à une autre, on reconnaît que cette gradation est plus ou moins rapide et qu'elle commence par un terme (feuille ^{1}) dont la complication est variable d'un pied à un autre.

La comparaison des feuilles insérées le long des tiges axillaires conduit aux mêmes résultats. Les feuilles du premier nœud de chacune de ces tiges, celles qu'on nomme souvent les *préfeuilles* du rameau, sont généralement allongées et d'une nervation assez simple. En rapprochant les préfeuilles de rameaux insérés à des hauteurs de plus en plus grandes le long d'une tige-mère, on constate une gradation ascendante. Il suffira de comparer l'une des préfeuilles d'une pousse axillaire née au nœud ^{1} de la tige principale (pl. XIX, fig. 4) à l'une de celles qui appartiennent à une pousse axillaire insérée plus haut sur la tige (fig. 5).

J'aurais pu dresser des tableaux analogues à ceux de la tige pour représenter les variations de la structure des feuilles suivant la hauteur et suivant les conditions biologiques. J'en ai été détourné par cette considération que la polymorphie des feuilles, le long d'une même tige, est un fait reconnu, quoique incomplètement expliqué encore, et qu'ensuite les variations observées d'une plante à une autre sont telles qu'il est impossible de trouver deux

Digitized by Google

séries identiques. Deux faits que je vais signaler suffiront, je pense, pour mettre en évidence l'étendue de ces variations.

Le premier résulte de la comparaison des feuilles des trois premières paires appartenant à deux jeunes tiges principales développées, l'une dans de mauvaises, l'autre, dans d'excellentes conditions. Les feuilles de la série des figures 3, 4 et 5, planche XX, appartiennent à une plante haute de 4 centimètres seulement, dont la végétation fut très lente et pénible. La feuille [1] (fig. 3) a été décrite au chapitre précédent. La feuille [2] (fig. 4) est un peu plus grande et munie d'une dent de chaque côté; chacune de ses moitiés présente deux nervures secondaires-médianes, une nervure basilaire-latérale et un assez grand nombre d'autres nervures moins importantes. La feuille [3] (fig. 5) porte onze dents; sa structure est celle que nous avons trouvée aux feuilles [1] un peu compliquées : une nervure secondaire-médiane et une nervure basilaire-latérale produisant trois nervures secondaires. Chose digne de remarque, la structure de la tige présentait la même simplicité que celle des feuilles. Les segments [1] et [2] étaient du modèle I, le segment [3] arrivait à peine au modèle II.

Les feuilles de la série des figures 6, 7 et 8 de la même planche XX appartiennent, au contraire, à une jeune plante très vigoureuse, provenant d'un semis fait en été. La feuille [1] est une des plus compliquées que j'aie rencontrées. Les feuilles [2] et [3] ont pris un développement énorme, comparativement à celui des feuilles de la plante précédente.

Le second fait nous est fourni par la comparaison de feuilles choisies à une même hauteur (des feuilles de la deuxième paire, par exemple) sur un grand nombre de tiges développées dans les conditions les plus diverses. Cette comparaison peut se faire aisément par le moyen du tableau schématique de la page 156. Ce tableau contient trente-quatre formes observées sur une centaine de feuilles environ, mais de ce nombre, près d'une trentaine de feuilles ont dû être rejetées pour cause d'indécision. Cette indécision résulte souvent de ce qu'une dent recevant une nervure formée par l'anastomose de deux autres, il n'est pas possible de décider si c'est la nervure supérieure ou l'inférieure qui aboutit à cette dent. Elle peut résulter aussi de ce que certaines nervures secondaires-latérales sont insérées si bas qu'on se

Digitized by Google

demande si ces nervures ne sont pas plutôt basilaires-latérales. La figure 12, planche XIX, fournit un exemple de ces deux causes d'indécision.

Quoi qu'il en soit, les nervations rigoureusement observées sont groupées, dans le tableau de la page suivante, en séries horizontales d'après le nombre de leurs nervures basilaires-latérales et de leurs nervures secondaires-médianes. Elles sont en même temps disposées en colonnes verticales d'après le nombre des nervures importantes aboutissant généralement chacune à une dent du limbe. On remarquera que les feuilles à nervation simple proviennent des plantes faibles obtenues par le semis fait au sortir de l'hiver, tandis que les nervations compliquées se montrent dans les plantes vigoureuses du semis fait en été. La longueur du limbe de ces feuilles a oscillé entre 6 et 37^{mm}; la plus grande largeur était encore égale à la longueur. Au sujet du nombre des dents, les mêmes remarques sont à faire que pour la feuille ^{1}. Un rapport assez constant a été observé entre la nervation de la feuille ^{2} et celle de la feuille ^{1} sur les pieds les plus différents; toujours la feuille ^{2} s'est montrée plus grande et plus compliquée que la feuille ^{1}.

Ces deux faits prouveront, me semble-t-il, que je ne pouvais entrer plus avant dans le détail des faits sans être entraîné très loin. Il suffira, je pense, d'indiquer la marche du phénomène, c'est-à-dire de préciser dans quel sens se fait la complication des appendices.

Si, partant de l'insertion d'une tige quelconque, on considère successivement toutes les feuilles insérées le long de cette tige, on voit d'abord augmenter le nombre des nervures secondaires importantes (celles qui se rendent à une dent); puis, au lieu d'une, on constate deux et finalement trois nervures basilaires-latérales de chaque côté. Très fréquemment, une nervure basilaire-latérale donne naissance à une nervure secondaire presque aussi forte qu'elle et cette nervure secondaire est insérée si bas, qu'à première vue on la prendrait pour une nervure basilaire (pl. XIX, fig. 5 et 6, pl. XX, fig. 1).

D'autres fois, la nervure L^{1}, après une première ramification, dévie de sa direction primitive et semble alors avoir subi une dichotomie (pl. XIX, fig. 9, pl. XX, fig. 1 et 16).

La forme et les dimensions du limbe se modifient également. La feuille

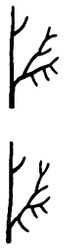
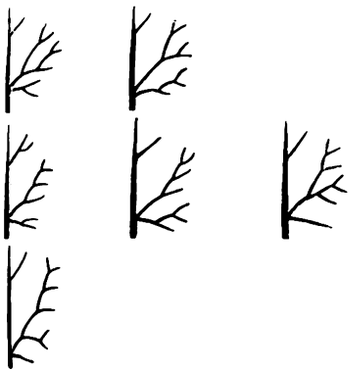
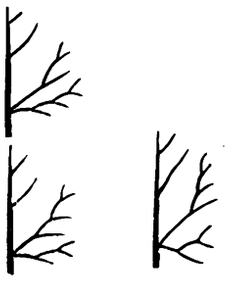
Digitized by Google

Nervation de la feuille

Nombre des nervures basilaires-latérales de chaque côté.	Nombre des nervures secondaires-médianes de chaque côté.	Nombre des nervures secondaires-latérales insérées sur L [1].	Onze nervures importantes.	Treize nervures importantes.	Quinze nervures importantes.
Une. Plantes du semis fait au sortir de l'hiver et en pots. (Plantes faibles.)	Une.	Trois.			
		Quatre.			
	Deux.	Deux.			
		Trois.			
Deux. Plantes du semis fait en été et en couche. (Plantes vigoureuses.)	Une.	Deux.			
		Trois.			
		Quatre.			
	Deux.	Deux.			
		Trois.			
		Quatre.			

Digitized by Google

de la tige principale.

Dix-sept nervures importantes.	Dix-neuf nervures importantes.	Vingt et une nervures importantes.	Vingt-trois nervures importantes.
			
			
			

Digitized by Google

s'allonge, son sommet devient de plus en plus aigu, la base restant cordée (pl. XIX, fig. 7 et 8). Il y a, alors, deux, trois et même quatre paires de nervures secondaires-médianes, dont plusieurs portent des nervures tertiaires. En même temps, le nombre des dents augmente beaucoup. Ces dents sont tantôt petites et aiguës, tantôt, au contraire, très larges et obtuses (fig. 1, pl. XX), tantôt même denticulées (fig. 6, pl. XIX).

Quant aux stipules, celles des premiers nœuds des tiges principales et axillaires sont assez petites et ne montrent qu'une seule nervure simple (pl. XIX, fig. 10). Aux nœuds suivants, les stipules se développent de plus en plus, offrent trois, cinq et finalement six et sept nervures qui, vers la pointe, se ramifient un certain nombre de fois (fig. 11).

La structure anatomique des feuilles subit des variations aussi importantes que celles que manifestent les caractères extérieurs. Après avoir étudié, par la méthode des coupes successives, un assez grand nombre de feuilles dans toute leur étendue, j'ai reconnu que toutes appartenaient à un même *type* de structure, mais qu'il y a lieu de distinguer plusieurs *modèles* comme pour la structure des segments de la tige.

Pour faciliter l'exposition, je décrirai séparément le parcours des faisceaux depuis leur sortie de la tige jusqu'à leur arrivée dans la base du limbe, puis le parcours des faisceaux dans le limbe.

1° Parcours des faisceaux depuis la tige jusque dans le limbe.

Parcours du modèle I (pl. XVII, fig. 9).

Les six faisceaux que reçoivent les appendices d'un nœud de l'Ortie sont les deux faisceaux sortants-médians et les quatre faisceaux sortants-latéraux. Chacun des faisceaux sortants-médians se trifurque au moment d'émerger dans une feuille, tandis que chacun des faisceaux sortants-latéraux, avant de pénétrer dans une stipule, fournit une forte ramification qui va rejoindre l'une des branches latérales de la trifurcation des faisceaux sortants-médians.

Digitized by Google

Ces ramifications et ces anastomoses s'opèrent dans la tige en dehors du cercle des faisceaux réparateurs.

A partir du point où il se détache, le pétiole renferme donc trois faisceaux (l^{1g}, m, l^{1d}); ceux-ci marchent parallèlement les uns aux autres jusqu'à la base du limbe. Là, chacun des faisceaux l^1 émet une branche du côté opposé au faisceau m; soit l^2 cette branche. Un peu plus haut, entre les faisceaux l^1 et l^2, prend naissance la nervure basilaire-latérale. Pour la constituer, le faisceau l^1 fournit une grosse ramification et l^2 une plus faible. Ces deux ramifications se fusionnent en un seul faisceau qui s'écarte aussitôt du côté opposé au faisceau médian. Après cela, les deux faisceaux l^1 et l^2 s'anastomosent en arcade au-dessus de l'insertion de la nervure basilaire-latérale qui vient de se constituer. Le faisceau provenant de cette anastomose se rapproche du faisceau m pour former avec lui la nervure médiane. Cette nervure se compose donc d'un gros faisceau médian et de deux petits faisceaux latéraux. Ces derniers ne tardent pas à se fusionner avec le médian.

Parcours du modèle II (pl. XVII, fig. 10).

Dans ce modèle, la feuille reçoit encore de la tige trois faisceaux, mais les faisceaux sortants-latéraux se trifurquent et deux de leurs branches se rendent dans la stipule voisine, tandis que la troisième s'anastomose, comme dans le cas précédent, pour former le faisceau l^1 du pétiole. De plus, au lieu de n'apparaître qu'au sommet du pétiole, le faisceau l^2 se montre ici dès la base de cet organe. Le pétiole contient donc cinq faisceaux (l^{2g}, l^{1g}, m, l^{1d}, l^{2d}) qui s'avancent parallèlement jusqu'à la base du limbe. Là, le faisceau l^2 donne naissance au faisceau l^3 du côté opposé au faisceau m. Entre l^2 et l^3 s'insère la nervure basilaire-latérale L^2 de la même manière que, dans le modèle précédent, la nervure L^1 s'insérait entre l^1 et l^2.

Au-dessus de la nervure latérale L^2, le faisceau l^3 se réunit au faisceau l^2. Bientôt entre l^2 et l^1 apparaît la nervure latérale L^1 qui prend naissance de

Digitized by Google

la même façon que la nervure L^2, sauf que les deux branches fournies par les faisceaux l^2 et l^1 ne se fusionnent pas immédiatement. La nervure L^1 se compose donc, dans sa portion inférieure, d'un gros faisceau ainsi que d'un faisceau plus petit et plus écarté de la nervure médiane que le premier. A une certaine distance, le petit faisceau se réunit au plus gros.

Dès que cette nervure L^1 s'est écartée, le faisceau l^2 s'unit à l^1. Le faisceau résultant de cette union se dirige alors vers le faisceau qui lui correspond de l'autre côté du plan de symétrie et s'anastomose avec lui en arcade. Le faisceau m passe derrière cette arcade sans contracter de rapport avec elle; il est bientôt rejoint, dans la nervure médiane, par deux petits faisceaux détachés de l'arcade anastomotique. La région inférieure de la nervure médiane comprend ici encore un faisceau médian et deux latéraux. Ces derniers se réunissent au médian plus haut que dans le modèle précédent.

Parcours du modèle III (pl. XVII, fig. 11).

La région de mise en rapport des faisceaux de la tige avec ceux du pétiole offre la même disposition que dans le cas précédent, sauf que chaque stipule reçoit ici trois faisceaux et que les faisceaux l^2 se détachent un peu plus bas. Dans les feuilles les plus vigoureuses, on observe, en outre, un très petit faisceau de chaque côté du faisceau m. Ces petits faisceaux supplémentaires, très rapprochés du faisceau principal, se réunissent à lui en un point quelconque de l'étendue du pétiole.

Le faisceau l^3 prend naissance dans la région inférieure du pétiole et porte à sept le nombre des faisceaux que renferme cet organe; ce sont : l^{3g}, l^{2g}, l^{1g}, m, l^{1d}, l^{2d}, l^{3d}.

Près de la base du limbe, le faisceau l^3 donne naissance à l^4. Entre l^4 et l^3 s'insère la nervure basilaire-latérale L^3, comme L^2 dans le modèle II et comme L^1 dans le modèle I.

La nervure latérale L^2 se forme entre l^3 et l^2 de la même manière que la nervure L^1 dans le modèle II. Quant à la nervure latérale L^1, elle apparaît

Digitized by Google

entre l^2 et l^1 de la façon suivante : le faisceau l^1 fournit une première branche assez forte, puis, un peu plus haut, une seconde plus faible; le faisceau l^2 ne donne qu'une seule ramification faible; la nervure L^1 renferme donc trois faisceaux, du moins dans sa partie inférieure, car les deux petits finissent par se réunir au faisceau principal.

La nervure médiane se compose, comme dans le modèle II, du faisceau *m* et de deux faisceaux insérés sur l'arcade anastomotique qui termine le pétiole. Un peu plus tôt ou un peu plus tard, les faisceaux latéraux de la nervure médiane se fusionnent au faisceau *m*.

Dans le tableau suivant, les trois modèles de parcours qui viennent d'être décrits sont caractérisés : 1° par le nombre des faisceaux qui parcourent le pétiole; 2° par le nombre et la constitution des nervures basilaires.

MODÈLES de parcours.	NOMBRE de faisceaux parcourant le pétiole.	NOMBRE de nervures basilaires.	CONSTITUTION des nervures basilaires dans leur région inférieure.
I	3	3	M . . . . . 3 faisceaux. L^1 . . . . . 1 faisceau.
II	5	5	M . . . . . 3 faisceaux. L^1 . . . . . 2 faisceaux. L^2 . . . . . 1 faisceau.
III	7	7	M . . . . . 3 faisceaux. L^1 . . . . . 3 faisceaux. L^2 . . . . . 2 faisceaux. L^3 . . . . . 1 faisceau.

On remarquera que, dans l'Ortie, le nombre des faisceaux parcourant le pétiole est précisément égal au nombre des nervures basilaires.

Digitized by Google

La figure 13, planche XIX, est un dessin schématique représentant la projection sur un plan horizontal d'un nœud de la tige; on y voit la mise en rapport des faisceaux de l'axe avec ceux des organes appendiculaires. L'arc anastomotique figuré en pointillé n'existe pas dans l'Ortie, mais seulement dans le Houblon (*). La figure suivante est un autre dessin schématique reproduisant la projection horizontale de la région dans laquelle s'opère la mise en rapport des faisceaux du pétiole avec ceux des nervures basilaires dans le cas d'un modèle III de parcours.

On conçoit que de nombreuses formes de parcours existent entre les trois modèles que nous avons choisis comme autant de points de repère. Il nous reste à indiquer approximativement la répartition de ces points de repère le long des tiges.

Le modèle I de parcours se trouve réalisé dans les feuilles n'ayant que trois nervures basilaires comme, par exemple, les feuilles de la première paire de la tige principale (pl. XIX, fig. 2), un certain nombre de préfeuilles de rameaux (pl. XIX, fig. 4), les feuilles des deuxième, troisième,..... nœuds des tiges faibles.

Le modèle II est réalisé dans les feuilles munies de cinq nervures basilaires, comme celles qu'on trouve à quelque distance de l'insertion des tiges aériennes, quelquefois aussi dans les préfeuilles. Les feuilles représentées à la planche XIX, figures 5 et 9, possédaient ce parcours.

Quant au modèle III, c'est le plus répandu de tous : il s'observe dans toutes les feuilles pourvues de sept nervures basilaires, comme celles des figures 6, 7 et 8 de la planche XIX, ainsi que de la figure 1, planche XX, choisies sur diverses tiges et à différentes hauteurs.

2° Parcours des faisceaux dans le limbe.

Quel que soit le nombre des faisceaux qui constituent une nervure près de son point d'insertion, ces faisceaux finissent toujours par se fusionner en

(*) On sait que les stipules du Houblon sont interpétiolaires, c'est-à-dire insérées sur la tige et fusionnées deux à deux entre les feuilles opposées.

Digitized by Google

un seul dont la grosseur va ensuite en diminuant. Le parcours des faisceaux dans le limbe est donc suffisamment indiqué par la disposition des nervures, mais il est un point qui doit fixer maintenant notre attention : c'est le mode d'insertion des nervures des divers ordres.

L'insertion des nervures secondaires, tertiaires..... se rattache au même type que l'insertion des nervures basilaires que nous venons d'étudier. Elle présente de nombreuses variations qui sont en rapport avec l'importance de la nervure plutôt qu'avec l'ordre auquel cette nervure appartient.

Ainsi, lorsqu'une nervure secondaire est relativement très importante, c'est-à-dire très volumineuse et donnant naissance à beaucoup de nervures tertiaires, son insertion ressemble à celle des nervures basilaires-latérales les plus faibles. En parcourant alors la nervure-mère (pl. XVII, fig. 5), on voit, à une petite distance de l'origine de la nervure secondaire, le faisceau de cette nervure-mère produire une petite branche que nous désignerons simplement par *l*. C'est entre ce petit faisceau et le faisceau principal que s'insère la nervure secondaire. Deux faisceaux concourent à sa formation : un plus gros fourni par le faisceau principal de la nervure-mère, l'autre plus faible produit par le faisceau *l*. Ces deux faisceaux d'insertion se réunissent aussitôt en un seul faisceau qui parcourt la nervure secondaire. Sitôt après son départ, le faisceau *l* se rapproche du faisceau principal et se fusionne avec lui.

Lorsque la nervure secondaire ou tertiaire est moins importante, le faisceau de la nervure-mère s'élargit, puis donne naissanee à un faisceau qui, avant de s'écarter complètement, envoie une petite branche anastomotique au faisceau dont il vient de se détacher (pl. XVII, fig. 6). Ce mode d'insertion ne diffère du précédent qu'en ce que plusieurs faisceaux restent fusionnés, indistincts.

Si la nouvelle nervure est moins importante encore, le faisceau de la nervure-mère s'élargit, puis, fournit par ramification un faisceau pour la nouvelle nervure. Une sorte d'épatement s'observe cependant encore à l'origine du nouveau faisceau, mais aucune branche, pas même l'anastomotique, ne s'isole de la masse (fig. 7).

Enfin, l'insertion la plus simple est celle de beaucoup de nervures secondaires peu importantes et de toutes les petites nervures qui forment, entre les

Digitized by Google

fortes nervures, un réseau plus ou moins serré. Ces petites nervures reçoivent un faisceau qui n'est qu'une simple ramification du faisceau de la nervure-mère (fig. 8).

§ 2. Dégradation de la structure des feuilles le long des tiges souterraines.

Vers la fin de l'été on trouve, à la base des tiges principales et des tiges d'ordre indéterminé qui en remplissent le rôle, des tiges rampantes qui rayonnent en tous sens. Une de ces tiges, longue de 6 décimètres environ, et composée d'une vingtaine de segments distincts, avait réussi, à partir du neuvième, à pénétrer dans le sol.

Sur la portion aérienne de cet axe, les feuilles formaient une série dont les termes successifs se compliquaient de plus en plus de la même manière que le long des pousses axillaires ordinaires. La nervation de la septième feuille montre, en effet, de chaque côté de la nervure médiane, *deux* nervures secondaires-médianes, *trois* nervures basilaires-latérales, *cinq* nervures secondaires-latérales et *une* nervure tertiaire importante. Le limbe, qui ne mesure que 13^{mm} de longueur et autant de largeur, compte cependant vingt-trois dents.

Au delà du septième segment, les feuilles cessent de se compliquer; elles manifestent, au contraire, une régression assez rapide. La quatorzième, développée dans le terreau, offre un limbe long seulement de 2^{mm},5 et large de 3^{mm},5. La nervation se compose, de chaque côté de la médiane, d'*une* nervure secondaire-médiane, de *deux* nervures basilaires-latérales, de *quatre* nervures secondaires-latérales et d'*une* nervure tertiaire importante; total dix-sept dents. Le pétiole est court (1^{mm},5), mais large.

Près de l'extrémité de la pousse souterraine, le limbe, plus réduit encore, ne montre que neuf dents (pl. XX, fig. 9). La nervure médiane ne *porte plus* de nervures secondaires, tandis que de chaque côté l'*unique* nervure basilaire-latérale fournit encore deux nervures secondaires et une nervure tertiaire. Le pétiole est devenu très large relativement à sa longueur. Quant

Digitized by Google

aux stipules, elles sont larges aussi et munies de trois ou quatre nervures peu ramifiées (fig. 10).

A partir du huitième segment de la tige que nous venons de considérer, la série des appendices témoigne donc une dégradation évidente et cette dégradation est le résultat de la vie souterraine. Les trois termes que nous venons d'analyser démontrent que cette dégradation se manifeste par la réduction rapide des dimensions de l'organe, par l'élargissement du pétiole qui, en même temps, devient plus court, par la réduction du nombre des dents du limbe et des nervures importantes. Le premier signe de dégradation est la réduction des dimensions, surtout en longueur : aussi voit-on que les feuilles qui constituent les premiers termes d'une série décroissante présentent un nombre de dents et de nervures très considérable relativement à la grandeur de l'organe. En les regardant, on ne peut s'empêcher de les considérer comme des organes arrêtés dans leur développement. Notons encore la prédominance que prennent les nervures latérales, tant primaires que secondaires, vis-à-vis des nervures primaire et secondaires médianes. Le limbe devient donc plus large que long, tandis que sur les tiges aériennes le limbe tend à s'allonger de plus en plus.

Lorsque la tige est née sous le sol, ses appendices se composent encore, à chaque nœud, de deux feuilles et de quatre stipules. Les feuilles sont parfois si réduites qu'elles se présentent sous la forme d'une simple écaille longue de $1^{mm},5$ seulement (pl. XX, fig. 11). Cette écaille est parcourue par trois faisceaux qui, près du sommet, montrent quelques ramifications sans importance. Les stipules, relativement moins réduites que les feuilles, montrent un seul faisceau (fig. 12).

Si, au lieu de considérer une tige aérienne qui devient plus loin souterraine, nous suivons un rhizome dont l'extrémité se redresse et se continue en une pousse aérienne, nous passerons par les mêmes termes, mais en sens inverse.

Partons de la feuille représentée par la figure 13, planche XX : cette feuille nous présente une nervure médiane et de chaque côté une nervure latérale qui produit une nervure secondaire et celle-ci une nervure tertiaire. Le limbe compte sept dents.

Digitized by Google

Au nœud suivant apparaît, de chaque côté de la médiane, une nervure secondaire-médiane qui porte à neuf le nombre des dents du limbe (fig. 14).

Un peu plus haut, une feuille, dont le limbe est beaucoup plus large que long, présente treize dents et la nervation suivante : une nervure médiane, une nervure basilaire-latérale, deux nervures secondaires-latérales; chacune d'elles portant une nervure tertiaire (fig. 15).

Ce n'est que quand la pousse est devenue aérienne que les feuilles possèdent deux, puis trois nervures basilaires-latérales de chaque côté de la médiane. Les premières feuilles aériennes conservent cependant quelques-uns de leurs caractères de dégradation. Leur limbe peu développé est arrondi, et, malgré ses faibles dimensions, montre un grand nombre de dents et souvent même de petites dents arrêtées dans leur développement (fig. 16). La nervure médiane n'a pas encore reconquis toute son importance, tandis que les trois nervures latérales portent plusieurs nervures secondaires.

Dès que la pousse s'élance résolument vers la lumière, les appendices de la tige reprennent leurs caractères normaux et commencent une série à gradation croissante.

Si, maintenant, nous examinons les caractères anatomiques des feuilles dont nous venons de considérer les caractères extérieurs, nous reconnaîtrons que les feuilles dégradées de l'Ortie présentent les mêmes modèles de structure que les feuilles normales. Ainsi, le pétiole est parcouru par trois, cinq ou sept faisceaux; le nombre et l'insertion des nervures des divers ordres offrent les mêmes variations que dans les feuilles aériennes. Un caractère distingue cependant la structure des feuilles dégradées : c'est d'abord la disparition des arcades anastomotiques au-dessus de l'insertion des nervures basilaires; c'est ensuite le peu de netteté de l'insertion de ces nervures qui semblent alors n'être que la continuation des faisceaux du pétiole.

Le parcours des faisceaux de la feuille représentée planche XX, figure 16, appartient au modèle III. En effet, la mise en rapport des faisceaux de la tige avec ceux du pétiole se fait exactement comme dans ce modèle. Le pétiole renferme les faisceaux l^{3g}, l^{2g}, l^{1g}, m, l^{1d}, l^{2d}, l^{3d} (pl. XVIII, fig. 13). A la base du limbe, la nervure médiane se montre formée par le faisceau m

Digitized by Google

et par deux petites branches fournies par les faisceaux l^1 du pétiole. La première nervure basilaire-latérale (L^1) est constituée par deux branches issues de l^1 et par une branche issue de l^2. La deuxième nervure basilaire-latérale (L^2) prend naissance entre l^2 et l^3 par le moyen de deux branches seulement. La troisième nervure latérale (L^3) paraît être une simple ramification du faisceau l^3 dilaté. Les nervures basilaires ont donc bien la même insertion que dans les feuilles aériennes. Seuls, les arcs anastomotiques font complètement défaut au-dessus de l'insertion de ces nervures.

Si nous cherchons quel est le parcours des faisceaux dans une feuille plus dégradée, par exemple, dans la feuille représentée par la figure 15, planche XX, nous trouvons que ce parcours se rattache au modèle I, caractérisé par trois faisceaux dans le pétiole et une nervure basilaire-latérale de chaque côté du limbe. Le développement du parcours (pl. XVII, fig. 14) fait voir que la nervure médiane n'est formée que par un seul faisceau qui donne naissance, par simple ramification, aux faisceaux des nervures secondaires-médianes. Il n'y a plus, à proprement parler, d'insertion de nervures basilaires-latérales : ce sont les faisceaux du pétiole qui paraissent se continuer directement dans ces nervures. Le faisceau de chacune des nervures secondaires, tertiaires, ... latérales n'est qu'une simple ramification du faisceau de la nervure-mère. Toutes les nervures de la feuille représentée par la figure 15, planche XX, ont d'ailleurs peu d'importance et leur insertion répond au modèle le plus simple (pl. XVII, fig. 8).

On peut remarquer extérieurement que dans la feuille que nous venons d'étudier (fig. 15, pl. XX), le pétiole, très court, mais très large, se confond insensiblement avec le limbe; il n'existe donc pas de limite précise entre ces deux parties de la feuille. La même indécision existe au point de vue anatomique, puisque l'insertion des nervures basilaires n'est pas caractérisée et que les arcades anastomotiques du sommet du pétiole n'existent plus. *La feuille devient donc sessile, non par suppression du support, mais par la disparition des caractères extérieurs et des caractères anatomiques qui tracent la limite entre le limbe et le pétiole.*

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

STRUCTURE D'UNE FEUILLE COMPLIQUÉE.

La feuille [1] que nous avons étudiée en détail au chapitre II possède une structure simple, puisqu'elle appartient toujours au modèle I. Nous devons maintenant étudier avec le même soin une feuille à structure compliquée. Nous en rechercherons d'abord l'organogénie, puis la composition histologique à différents niveaux et à divers âges. Quant au parcours des faisceaux, il nous est suffisamment connu.

§ 1. Organogénie d'une feuille compliquée.

Pour étudier le développement des organes appendiculaires, les organogénistes se contentent ordinairement de comparer entre elles les feuilles qui se recouvrent les unes les autres dans un bourgeon. En opérant sur un nombre suffisant de bourgeons, on finit par trouver les stades intermédiaires que ne montrent pas deux feuilles successives, prises le long d'un même axe. Mais il est une cause d'erreur qu'on peut difficilement corriger : c'est celle qui provient de ce que les feuilles comparées ne sont pas toujours réellement comparables. Ce cas est fréquent lorsque la nervation, le nombre de dents.... sont sujets à de nombreuses variations d'une feuille à une autre.

Une seconde méthode consiste à rechercher, sur un grand nombre de pieds arrivés à divers degrés de développement, une feuille dont la hauteur est rigoureusement déterminée. Cette méthode suppose que les feuilles de même hauteur sont toujours comparables, c'est-à-dire appelées à présenter les mêmes caractères à l'état adulte. Dans les cas ordinaires, cette condition n'est pas remplie, comme le témoignent suffisamment les variations si considérables que subit, par exemple, la nervation de la feuille [2]. C'est néanmoins

Digitized by Google

cette seconde méthode que j'ai dû employer pour l'étude de l'organogénie de la feuille [1] (chapitre II). Il est vrai que, grâce à sa simplicité, la structure de cette feuille était relativement peu variable.

Le meilleur moyen d'éviter les inconvénients inhérents aux deux méthodes précédentes serait évidemment l'observation d'une même feuille pendant tout le cours de son développement. Malheureusement, les instruments que nous possédons ne permettent pas une observation aussi délicate.

Les remarques qui précèdent n'ont d'autre but que de nous faire apprécier les avantages et les inconvénients des méthodes en usage et de nous prémunir contre l'abus que nous pourrions en faire en leur demandant ce qu'elles ne peuvent nous donner.

Pour étudier l'organogénie des feuilles aériennes supérieures, nous aurons recours à la première méthode exposée ci-dessus, c'est-à-dire à l'examen de feuilles de hauteurs différentes insérées le long d'une même tige. Nous prendrons le bourgeon terminal destiné à cette recherche à une hauteur telle sur la tige que les jeunes feuilles qu'il renferme appartiennent toutes au modèle III.

Les deux feuilles opposées que porte chaque segment de la tige apparaissent, près du sommet végétatif, sous la forme de deux petites éminences, bientôt accompagnées de quatre autres plus petites qui deviendront des stipules (pl. IX, fig. 2, 3 et 4). Les mamelons foliaires croissent rapidement et s'infléchissent au-dessus du sommet végétatif, tandis que les stipules dont le développement est tout aussi rapide viennent recouvrir les jeunes feuilles.

Arrivée à ce stade, chacune des feuilles du nœud ^{n} constitue une petite écaille dont le sommet arrondi montre déjà deux longs poils et les bords trois ou quatre mamelons à peine indiqués (pl. XVIII, fig. 1).

Les feuilles du nœud $^{n-1}$, c'est-à-dire du nœud immédiatement inférieur au précédent, sont naturellement plus avancées : elles offrent une longue dent terminale surmontée des deux poils déjà mentionnés et cinq mamelons latéraux nettement accusés (fig. 2 et 3). Chacun de ces mamelons est d'autant plus petit qu'il est plus rapproché de la base. Les cinq premières

Digitized by Google

dents se sont donc formées en direction basipète, c'est-à-dire de haut en bas.

Les feuilles $^{n-2}$ sont plus grandes encore, munies de cinq dents bien marquées et garnies de poils (fig. 4 et 5); elles ne nous apprennent rien de nouveau.

Au nœud $^{n-3}$, les feuilles montrent, de chaque côté, sept dents qui, à première vue, paraissent encore développées de haut en bas (fig. 6 et 7). Il se pourrait, cependant, qu'il y ait eu interposition de deux dents entre les cinq premières. Les bords inférieurs du limbe se sont repliés vers la nervure médiane, ce qui explique l'aspect que présente la feuille vue de profil.

Aux feuilles du nœud $^{n-4}$ (fig. 8 et 9), nous retrouvons sept grandes dents formées, en apparence au moins, de haut en bas. Entre ces dents apparaissent des dents plus petites qui ne tarderont pas à se développer.

En effet, les feuilles du nœud $^{n-5}$ (fig. 10) offrent de chaque côté neuf grandes dents et plusieurs dents interposées en voie de formation.

Le développement des stipules ne présente rien d'intéressant à signaler.

De cette étude organogénique de la feuille on ne peut conclure, me semble-t-il, que ce qui suit : le sommet de la feuille apparaît d'abord; la dent terminale, et avec elle la nervure médiane, se constitue la première; un certain nombre de dents latérales se forment ensuite de haut en bas avec les nervures qui correspondent à ces dents; finalement, des dents et des nervures nouvelles s'interposent à celles déjà constituées, mais leur ordre de formation ne peut être précisé.

N'abandonnons pas le bourgeon terminal sans dire un mot de la vernation des feuilles. La figure 11, planche XVIII, reproduit une coupe transversale pratiquée dans un bourgeon en végétation un peu au-dessus du sommet végétatif de la tige. Les feuilles opposées deux à deux sont recouvertes par les stipules du même nœud, comme on le voit très bien pour les feuilles et stipules $^{n-2}$. Sitôt qu'il commence à se former, le limbe des feuilles applique ses deux moitiés l'une contre l'autre, puis, à mesure qu'il se développe, il se plisse suivant chaque nervure et ramène, vers la nervure médiane, les deux bords inférieurs du limbe. Dans le dessin de la figure 11, les nombreux poils qui garnissent la surface des appendices ont été supprimés.

Digitized by Google

§ 2. Structure d'une feuille compliquée a divers ages.

Nous allons examiner, au point de vue du développement des organes appendiculaires, la série des coupes transversales successives dont nous nous sommes servi pour étudier l'organogénie anastomotique de la tige (première partie, chapitre III).

Au centre de la première coupe (pl. X, fig. 1), on remarque le sommet végétatif de la tige et deux mamelons, l'un antérieur, l'autre postérieur. Ces mamelons représentent les feuilles du nœud [14]; ils sont réunis l'un à l'autre par un bourrelet circulaire qui fait très peu saillie et correspond aux quatre stipules. Celles-ci ne tarderont pas à apparaître et à se développer rapidement.

Autour de cette partie centrale, on voit les sections transversales des feuilles et des stipules les plus proches. Ce sont, à droite et à gauche, les feuilles et les stipules du nœud [13], qui contiennent chacune un cordon de méristème primitif spécial, puis les feuilles et les stipules antérieures et postérieures du nœud [12] renfermant chacune trois cordons.

La deuxième coupe (fig. 2) a rencontré la région inférieure des appendices [13] et [12] dont nous avons vu la région supérieure dans la coupe précédente. Le centre de la section est occupé par le méristème primitif de la tige; tout autour s'étend un tissu fondamental en voie de différenciation, et dans celui-ci on remarque six cordons méristématiques symétriquement disposés en hexagone par rapport au centre de l'axe. Ces cordons, que nous avons désignés par l^{pg}, m^{g}, l^{ag}, l^{ad}, m^{d} et l^{pd} sont, peut-on dire, sortis de la tige; ils appartiennent déjà aux deux feuilles et aux quatre stipules du nœud [13]. Ces feuilles et ces stipules forment actuellement un verticille dont les parties sont encore fusionnées entre elles et avec la tige. Chacune des six pièces du verticille possède un cordon de méristème primitif spécial et ces cordons sont si semblables entre eux qu'on les distingue seulement par la position que chacun d'eux occupe par rapport aux organes voisins. Ces cordons sont cependant appelés à prendre un développement bien différent : chacun des deux cordons *m*, qu'on pourrait appeler *foliaires*, est destiné à

Digitized by Google

se ramifier et à produire le système des faisceaux d'une feuille; les quatre cordons, qu'on pourrait nommer *stipulaires,* appartiennent à autant de stipules, mais ils fournissent aussi une forte branche qui va renforcer les faisceaux de la feuille voisine. Les deux cordons l^{pg} et l^{ag} contractent donc des rapports avec le cordon m^{g}, tandis que les cordons l^{ad} et l^{pd} contractent les mêmes rapports avec le cordon m^{d}.

En généralisant, nous dirons que dans l'Ortie des rapports anatomiques s'établissent entre deux faisceaux stipulaires et un faisceau foliaire situé entre eux, mais qu'il ne s'établit pas de rapport entre deux faisceaux stipulaires voisins. Dans le Houblon, au contraire, les deux faisceaux stipulaires voisins (l^{ag} et l^{ad}, par exemple) s'unissent par une branche anastomotique semblable à celle qui unit un faisceau stipulaire à un faisceau foliaire. La figure schématique 13, planche XIX, qui est une projection horizontale d'un nœud, rend parfaitement compte de cette disposition. Les deux arcs anastomotiques tracés en pointillé n'existent que dans le Houblon qui possède, comme on sait, des stipules interpétiolaires.

Ces considérations nous conduisent à une interprétation nouvelle des feuilles et des stipules de l'Ortie. Chaque segment de la tige porterait un verticille de six appendices recevant chacun un faisceau semblable. Plus tard, ces faisceaux se comporteraient différemment et des six pièces du verticille, deux opposées, très développées, deviendraient des feuilles, tandis que les quatre autres formeraient des stipules caulinaires. Celles-ci constitueraient donc des pièces homologues des feuilles (fig. 13, pl. XIX). L'examen des figures 2 et 5, planche X, montre que deux verticilles successifs sont disposés de façon que les pièces de l'un alternent avec les pièces de l'autre.

On conçoit l'importance de cette remarque, si des recherches ultérieures permettent de la généraliser. La disposition verticillée des feuilles, si fréquente dans les plantes anciennes, se trouverait ainsi reliée à la disposition opposée et, par l'intermédiaire de celle-ci, à la disposition spiralée qui est la plus répandue chez les végétaux actuels.

Une observation qu'on peut invoquer en faveur de l'idée émise ci-dessus, c'est l'absence complète des faisceaux l (ceux que nous venons de nommer

Digitized by Google

stipulaires) chez le *Pilea trianthemoïdes,* plante qui est, en effet, dépourvue de stipules. Chez cette Urticée, les feuilles sont opposées comme dans l'Ortie, mais elles ne reçoivent qu'un seul faisceau, le faisceau *m*.

Reprenons l'examen de la coupe de la figure 2, planche X. Les feuilles et les stipules du nœud ^{12}, distinctes au niveau de la coupe précédente, sont ici fusionnées en un anneau qui se divise en une portion antérieure et une portion postérieure comprenant chacune trois cordons de méristème primitif spécial. Ces six cordons alternent régulièrement avec ceux du verticille intérieur. Au niveau de la coupe précédente, ils étaient trifurqués de façon à fournir trois branches à chaque feuille et stipule. Les feuilles et stipules du nœud ^{11} sont déjà presque entièrement séparées.

Quelques coupes plus bas (fig. 3), la section a rencontré les appendices du nœud ^{10} un peu au-dessus de leur insertion. Du côté droit, on observe la ramification des cordons stipulaires. Après cette ramification, chaque pétiole et chaque stipule renferment trois cordons, comme on le voit du côté gauche, la coupe étant un peu oblique de ce côté.

Sur les coupes suivantes, on constate la différenciation libéro-ligneuse primaire des cordons procambiaux des feuilles et des stipules. Cette différenciation se manifeste d'abord dans les cordons médians, puis successivement dans les cordons latéraux et dans l'ordre même de leur position.

Un jeune faisceau stipulaire est dessiné planche XVIII, figure 19. Deux premières trachées et trois autres éléments non encore caractérisés forment la partie ligneuse. La zone cambiale est déjà indiquée par le recloisonnement tangentiel de quelques cellules. La portion libérienne se reconnaît aisément. Ce faisceau se différencie donc de la même manière que les faisceaux monocentres de la tige.

Occupons-nous maintenant de l'histologie d'une feuille adulte, par exemple, de celle représentée à la figure 7, planche XIX. Cette feuille a été choisie parmi les plus compliquées de celles qui garnissaient une tige florifère très vigoureuse. Le parcours de ses faisceaux appartient au modèle III (pl. XVII, fig. 11); sa nervation se compose, de chaque côté de la médiane, de trois

Digitized by Google

nervures secondaires-médianes, l'inférieure donnant naissance à deux nervures tertiaires importantes; de trois nervures basilaires-latérales : la nervure L^1 produisant cinq ou six nervures secondaires, la nervure L^2 portant seulement deux et la nervure L^3 enfin trois nervures secondaires. Le limbe, assez allongé, mesure 13 centimètres de longueur sur 6,5 dans sa plus grande largeur; il compte quarante et une dents.

Une coupe transversale pratiquée vers le milieu du pétiole (pl. XVIII, fig. 13) offre un contour réniforme et fait voir sept faisceaux disposés en fer à cheval. On pourra comparer cette disposition des faisceaux dans le pétiole d'une feuille du modèle III à la disposition dans un pétiole de feuille du modèle II (pl. XVIII, fig. 12) et du modèle I (pl. XVI, fig. 13).

Le faisceau médian est le plus volumineux, les autres sont d'autant plus petits qu'ils sont plus éloignés du médian. Tous ces faisceaux sont orientés de telle façon que leur bois est tourné vers la partie centrale de la région qu'ils circonscrivent. Tous sont composés des mêmes éléments, de sorte qu'il nous suffira de faire la description de l'un d'eux, par exemple, du faisceau médian (pl. XVIII, fig. 20). Ce faisceau comprend :

1° Un important *massif ligneux* dans la constitution duquel les éléments secondaires entrent certainement pour une large part, quoiqu'il ne soit guère possible de tracer la limite entre le bois primaire et le bois secondaire. Des fibres à parois minces, et des vaisseaux, tantôt isolés, tantôt groupés en petit nombre, composent le bois;

2° *Une zone cambiale* parfaitement caractérisée;

3° *Un massif libérien postérieur*, formé de cellules grillagées et de cellules parenchymateuses dont un grand nombre renferment des mâcles arrondies d'oxalate de chaux. Quelques éléments périphériques écrasés appartiennent au liber primaire, le reste est secondaire;

4° Un groupe de fibres primitives, d'un diamètre assez faible, représente, en avant du faisceau, un *liber antérieur* non caractérisé.

Les faisceaux du pétiole sont réunis par un tissu fondamental composé d'éléments parenchymateux, pour la plupart de grand diamètre. Ce tissu est entièrement primaire. En effet, on ne voit pas ici, comme dans la tige, des zones génératrices secondaires interfasciculaires. L'accroissement diamétral

Digitized by Google

des éléments primaires a permis au tissu fondamental de prendre l'extension nécessitée par le développement des faisceaux. Ce développement est d'ailleurs très limité.

Les grandes cellules du parenchyme fondamental contiennent quelques grosses macles d'oxalate de chaux. Dans les échantillons conservés à l'alcool j'ai parfois trouvé des sphéro-cristaux d'inuline. Sous l'épiderme, les cellules sont plus petites et collenchymateuses. Cet hypoderme comprend ordinairement quatre ou cinq couches cellulaires, mais il est bien plus épais sous les saillies du pétiole. Il est interrompu, de distance en distance et principalement sous les sillons du pétiole, par des massifs de petites cellules à parois minces, arrondies et remplies de chlorophylle. Ces derniers éléments laissent entre eux de nombreux méats et lacunes.

L'épiderme se compose de petites cellules dont quelques-unes, beaucoup plus grandes, contiennent un cystolithe. Sur les parties saillantes du pétiole, certaines cellules épidermiques se modifient et se transforment en poils piquants, tandis que les poils glandulifères et les stomates se trouvent localisés au-dessus du parenchyme vert, c'est-à-dire principalement dans les sillons. Quelques poils urticants se rencontrent aussi de distance en distance; ils s'élèvent sur un support cylindrique allongé (pl. XVII, fig. 21).

Une coupe pratiquée à la base du limbe (pl. XVIII, fig. 14) nous montre la structure des sept nervures basilaires près de leur point d'insertion. La nervure médiane se compose de trois faisceaux, le médian cunéiforme, les deux latéraux très larges. La première nervure latérale (L^1) comprend trois faisceaux qui s'unissent latéralement pour se fusionner ensuite en un seul. La nervure L^2 est formée par un gros faisceau à contour réniforme; L^3 est formée par un faisceau plus petit.

Vers le milieu de sa longueur, la nervure médiane (fig. 15) ne possède plus qu'un seul faisceau fortement arqué et formé par la réunion des trois faisceaux observés sur la coupe précédente. Le parenchyme fondamental est entièrement incolore. L'hypoderme forme une couche continue, mais mince du côté postérieur, et un massif épais du côté antérieur, c'est-à-dire sous le sillon longitudinal de la nervure. Cette structure reste constante jusqu'au sommet de la nervure médiane, mais à mesure qu'on monte, les productions

Digitized by Google

secondaires du faisceau deviennent de moins en moins nombreuses, et en même temps le parenchyme fondamental réduit le nombre de ses éléments.

Les nervures basilaires-latérales et les nervures secondaires importantes possèdent la même structure que la nervure médiane à partir du point où cette nervure n'est constituée que par un seul faisceau. Les figures 16, 17 et 18 représentent les sections pratiquées vers la base, le milieu et le sommet de la nervure L^1 : le faisceau est réniforme dans la première, étalé en éventail dans la deuxième, cunéiforme dans la troisième.

Les autres nervures sont formées par un faisceau ordinairement cunéiforme; les plus petites ne font plus saillie à la surface, elles correspondent, au contraire, à un sillon creusé sur les deux faces du limbe (pl. XVIII, fig. 22).

Les nervures basilaires, ainsi que les nervures secondaires et tertiaires importantes, aboutissent à une dent, sous le sommet de laquelle elles se terminent par une glande à eau semblable à celle dont nous avons étudié la structure dans le cotylédon. Les nervures les plus délicates forment un réseau qui montre çà et là des renflements aux points où plusieurs nervures s'anastomosent, plus rarement à l'extrémité de petites ramifications (fig. 23). Ces renflements sont également des glandes à eau, mais qui ne font pas saillie à la surface. La coupe d'une de ces glandes est représentée par la figure 24 : la nervure y est réduite à quelques trachées en avant desquelles on voit un massif de très petites cellules à parois minces et dépourvues de chlorophylle. Ce massif est directement recouvert par l'épiderme antérieur (supérieur), dont les cellules sont amincies. La coupe de la figure 24 a rencontré un stomate et un poil glandulifère flétri. Vu de face, cet épiderme antérieur montre, en effet, au-dessus de chaque glande, un certain nombre de petits stomates très rapprochés les uns des autres; ces stomates font défaut partout ailleurs. L'épiderme postérieur (inférieur) est, au contraire, muni de nombreux et grands stomates, excepté le long des nervures et par conséquent au-dessus des glandes (*).

(*) On trouve également des glandes à eau aux bords des feuilles de *Begonia*, chez les Grassulacées et les Saxifragées, ainsi que dans un grand nombre de Fougères (renseignement communiqué par M. C.-E. Bertrand).

Digitized by Google

Le tissu fondamental du limbe ou mésophylle se compose d'une couche de longues cellules disposées en palissade et d'un parenchyme lacuneux formé ordinairement de quatre assises de cellules irrégulières (fig. 22).

Les cystolithes sont surtout fréquents et volumineux à la face antérieure des feuilles. Ceux de l'épiderme des cotylédons et des premières feuilles ont la forme de bâtonnets irréguliers dont le grand axe est parallèle à la surface. Ils sont représentés, suivant les trois directions de l'espace, par les figures 18, 19 et 20 de la planche XVI. Au contraire, les cystolithes des feuilles aériennes supérieures ont généralement la forme de longs cônes implantés perpendiculairement à la surface (pl. XVIII, fig. 22), et montrent, vus de face, une base arrondie (fig. 21). Cet exemple de polymorphie est intéressant à signaler, parce qu'on a reconnu à la forme des cystolithes une grande valeur au point de vue de la diagnose des espèces et des genres (*).

Les poils que porte l'épiderme sont de trois sortes :

1° Les poils *glandulifères* qu'on observe abondamment sur les feuilles dans leur première jeunesse (pl. XVII, fig. 22 à 25) et qu'on retrouve parfois flétris sur les feuilles entièrement développées;

2° Les poils *piquants* répandus partout à profusion. Les jeunes feuilles voisines du sommet végétatif montrent ces poils dans leur premier âge, alors qu'ils renferment encore un noyau et des cordons protoplasmiques (pl. XVII, fig. 16 à 20);

3° Les poils *urticants* portés ordinairement par un long support cylindrique. Une coupe longitudinale (fig. 21) démontre que le parenchyme fondamental et l'épiderme du support sont bien la continuation du parenchyme et de l'épiderme de la nervure qui portait ce poil. La différence d'aspect que présentent les deux tissus dans le support et dans la nervure provient de ce que les éléments sont coupés longitudinalement d'une part et transversalement de l'autre. Les poils urticants se rencontrent surtout le long des grosses nervures.

(*) La forme des cystolithes paraît dépendre des conditions biologiques et être en rapport avec le développement plus ou moins grand que les feuilles ont pris. Ainsi dans les feuilles délicates de plantes cultivées en appartement, j'ai trouvé, même à une grande hauteur le long des tiges principales et des tiges de deuxième ordre, des cystolithes ayant exactement la même forme que les cystolithes des cotylédons et des feuilles ordinaires.

Digitized by Google

ANNEXE A LA DEUXIÈME PARTIE.

Considérations générales sur la structure des feuilles.

Dans cette deuxième partie, j'ai cherché à faire connaître la structure des organes appendiculaires de l'Ortie et les modifications que cette structure présente suivant *le niveau*, *la hauteur*, *l'âge* et *les conditions biologiques*. Je crois avoir montré que sous ces quatre rapports la structure des feuilles et des stipules présente des variations semblables à celles des segments de la tige, que les variations de la feuille et de la tige sont toujours de même sens et jusqu'à un certain point corrélatives.

Pour le cotylédon, la feuille [1], une feuille compliquée et une feuille dégradée, les variations suivant *le niveau* ont été rigoureusement déterminées par l'étude de la composition histologique en certains points déterminés et du parcours dans toute l'étendue de l'organe.

En étudiant le parcours des faisceaux, nous avons eu surtout à rechercher le mode d'insertion des nervures basilaires, ainsi que des nervures secondaires, tertiaires..... Nous avons reconnu que cette insertion, susceptible de modifications nombreuses, se fait toujours cependant d'après un même type.

Étudiée dans une feuille compliquée, la nervure médiane nous montre à sa base :

1° Un faisceau médian qui passe directement du pétiole dans la nervure;

2° Deux faisceaux latéraux insérés sur l'arcade anastomotique formée par la terminaison des faisceaux l^{1g} et l^{1d} du pétiole (pl. XVII, fig. 2). Ces faisceaux l^{1g} et l^{1d} sont eux-mêmes des ramifications du faisceau sortant médian de la tige.

On ne peut s'empêcher de rapprocher cette disposition des faisceaux de celle qui s'observe, dans la tige, au point d'insertion de chaque feuille (pl. XVII, fig. 1). Les faisceaux l^{1g} et l^{1d} du pétiole se comportent comme les faisceaux M^g et M^d de la tige; le faisceau m du pétiole passe directement dans la nervure médiane, comme le faisceau m de la tige sort dans le pétiole; les faisceaux latéraux de la nervure médiane sont insérés sur l'arcade anastomotique du pétiole, comme les deux faisceaux qui se rendent dans le bourgeon

Digitized by Google

axillaire (faisceaux i) se trouvent insérés sur l'arcade anastomotique de la tige.

La ressemblance est donc parfaite entre l'insertion de la nervure médiane sur le pétiole, d'une part, l'insertion de la feuille et du bourgeon axillaire sur la tige, d'autre part (par insertion de la feuille, il faut entendre de la feuille seule, c'est-à-dire sans les stipules, comme, par exemple, le cotylédon et la feuille primordiale) (*). Il y a cependant une différence que voici : dans la nervure médiane, les deux faisceaux latéraux que nous venons de comparer aux deux faisceaux d'insertion d'un bourgeon axillaire forment un seul organe avec le faisceau médian, tandis que les deux faisceaux d'insertion du bourgeon axillaire de la tige (faisceaux i) se séparent pour constituer un axe distinct de l'organe qui reçoit le faisceau m, c'est-à-dire de la feuille.

Le plan de symétrie de la feuille passe par le milieu de la nervure médiane, de sorte que la région d'insertion de cette nervure est divisible en deux parties symétriques par rapport au faisceau m.

L'insertion des nervures basilaires latérales les plus volumineuses présente exactement la disposition des faisceaux que nous venons de rappeler, sauf que l'ensemble n'est plus divisible en deux parties symétriques. Cette différence s'explique d'ailleurs par le fait que les nervures basilaires latérales ne se trouvent pas, comme la médiane, sur le plan de symétrie de la feuille. L'insertion de chaque nervure basilaire latérale est comme déformée; mais, de l'autre côté de la médiane, se trouve une nervure qui présente une déformation symétrique de la première.

Dans le dispositif reproduit par la figure 3, planche XVII, les faisceaux l^{1d} et l^{2d} représentent les faisceaux M^g et M^d de la tige; le faisceau médian de la nervure L^1 reste longtemps fusionné à celui des faisceaux l, qui est le plus rapproché du plan de symétrie de la feuille, à l^1. Il se détache enfin et passe derrière l'arc anastomotique sans contracter de rapport avec lui. Les faisceaux latéraux de la nervure L^1 prennent naissance sur l'arc anastomotique qui termine les nervures l^{1d} et l^{2d}.

Les autres nervures basilaires, ainsi que toutes les nervures secondaires,

(*) Plusieurs auteurs désignent sous le nom de *feuille primordiale* la saillie cellulaire qui constitue la première ébauche de la feuille près du sommet végétatif de la tige. Dans l'Ortie cette feuille ne renferme qu'un seul cordon méristématique.

Digitized by Google

tertiaires,.... offrent le même mode d'insertion : les variations portent sur le degré d'isolement des faisceaux. D'une façon générale, les faisceaux sont d'autant moins distincts, dans la région d'insertion d'une nervure quelconque, que cette nervure est plus faible.

Dans la figure 4, le faisceau médian de la nervure nouvelle, L^2 par exemple, reste fusionné au faisceau latéral de cette nervure qui est compris entre lui et le plan de symétrie de la feuille.

Dans la figure 5, le deuxième faisceau latéral s'unit de bonne heure aux deux autres faisceaux de la nervure déjà fusionnés.

Dans la figure 6, tous les faisceaux restent indistincts, sauf celui de l'arc anastomotique. Dans la figure suivante, ce dernier faisceau n'est plus distinct. Finalement, le faisceau de la nouvelle nervure se détache comme une simple ramification de la nervure-mère (fig. 8).

Un grand nombre d'intermédiaires relient entre eux les modèles choisis comme points de repère. Ces intermédiaires nous font passer insensiblement de la disposition si bien caractérisée de la figure 2 à celle de la figure 8, qui ne l'est plus du tout.

Cette remarquable série permet, me semble-t-il, de tirer la conclusion suivante : *L'insertion des nervures, quel que soit leur ordre de génération, appartient toujours à un même type, et ce type n'est qu'une modification du parcours des faisceaux qui, dans la tige, concourent à la production d'une feuille et d'un bourgeon axillaire.*

Les considérations qui précèdent m'ont été suggérées par la seule comparaison d'un grand nombre de faits relatifs à la structure des feuilles de l'Ortie. J'ai cru, cependant, devoir les exposer ici, parce qu'il m'a semblé qu'elles pourraient peut être servir de réponse à une question relative à l'interprétation de la feuille.

Mes recherches étaient terminées et mes résultats formulés, lorsque, en parcourant la littérature au sujet des organes appendiculaires, je rencontrai, dans la *Théorie de la feuille* de M. Casimir de Candolle, le passage suivant :

« De même que la naissance de chaque feuille primordiale sur le cône » terminal du rameau est suivie de la formation de faisceaux correspondants » dans ce dernier, de même, la naissance de chaque partie d'une feuille sur

Digitized by Google

» la partie d'ordre précédent est suivie de la formation de faisceaux corres-
» pondants dans cette dernière. L'analogie de la feuille et du rameau serait
» donc établie si l'on prouvait que les faisceaux de deux parties foliaires, nées
» l'une sur l'autre, sont disposés entre eux de la même manière que ceux de
» la feuille primordiale et du rameau le sont entre eux (*). »

Je crois avoir démontré que, dans l'Ortie, « les faisceaux de deux parties foliaires nées l'une sur l'autre » (comme, par exemple, les faisceaux d'une nervure basilaire insérés sur les faisceaux du pétiole, ou bien les faisceaux d'une nervure secondaire, tertiaire,..... insérés sur les faisceaux d'une nervure primaire, secondaire,.....) sont réellement « disposés entre eux de la même manière » que *celui de la feuille primordiale* et *ceux du bourgeon axillaire* le sont par rapport aux faisceaux de la tige (**). Je serais heureux si cette observation pouvait fournir un argument en faveur de la théorie émise par le savant botaniste de Genève.

Les feuilles dégradées de l'Ortie nous ont montré la disparition des arcs anastomotiques et souvent le peu de netteté de l'insertion des nervures résultant de ce que plusieurs faisceaux restent fusionnés en une seule masse. Les faisceaux du pétiole paraissent alors passer directement dans le limbe. C'est probablement de cette manière que s'établit la transition entre les feuilles *monomères* et les feuilles *polymères* (***).

Nous ne nous sommes pas arrêté longtemps à l'examen des variations que subit la structure des feuilles suivant la *hauteur,* parce que la structure plus ou moins compliquée des organes appendiculaires se trahit, pour ainsi dire, au-dehors par les caractères de la nervation. Nous avons cependant comparé les feuilles les plus diverses au point de vue de leurs dimensions, de leur forme, du nombre de leurs dents, de leur nervation, de leur composition histologique et enfin du parcours de leurs faisceaux. Nous avons pu recon-

(*) *Théorie de la feuille,* par M. Casimir de Candolle, tiré des Archives des sciences de la Bibliothèque universelle, Genève, 1868, p. 6.

(**) Le faisceau de la feuille primordiale est le faisceau sortant médian, les faisceaux des bourgeons axillaires sont les deux faisceaux d'insertion de ce bourgeon, faisceaux que nous avons désignés par *i* dans la première partie de ce travail.

(***) *Théorie de la feuille,* p 13.

Digitized by Google

naître, avec M. Casimir de Candolle, que « chaque axe produit successivement une série de types foliaires dont la structure interne va en se compliquant de plus en plus, depuis celle des cotylédons de la jeune plante ou des préfeuilles du rameau, jusqu'aux feuilles proprement dites, dans lesquelles la complication atteint un certain maximum propre à chaque espèce (*). »

Les caractères extérieurs et anatomiques portent comme l'empreinte des *conditions biologiques* dans lesquelles la plante s'est trouvée. De la vigueur avec laquelle se produit la végétation résulte la complication plus ou moins grande de la structure primaire. Une vie souterraine amène une dégradation dont le principal caractère est le peu de division, de distinction des parties qui restent fusionnées, confondues. Le pétiole n'est plus distinct du limbe parce que ce pétiole est élargi et que les faisceaux qu'il renferme ne forment plus d'arcades anastomotiques au sommet de l'organe. L'insertion des nervures basilaires n'est plus distincte parce que les faisceaux qui concourent à cette insertion restent fusionnés en une seule masse et qu'ainsi les faisceaux du pétiole semblent passer directement dans les nervures. Les caractères extérieurs et anatomiques sont impuissants à fixer la limite entre le pétiole et le limbe, entre les faisceaux du pétiole et ceux des nervures. Il faut ajouter, à cette confusion des parties, la réduction des dimensions et la simplicité des formes, qui sont aussi des caractères propres aux organes rudimentaires.

Chose remarquable, les cotylédons présentent ces trois caractères : petite taille, contour arrondi, confusion des faisceaux du pétiole avec ceux du limbe. Cette confusion est véritablement complète lorsque les petits faisceaux qui forment les nervures basilaires latérales se détachent de l'unique faisceau du pétiole sans même lui envoyer un petit arc anastomotique (fig. 1, pl. XV, comparée à la fig. 2, pl. XX).

Les cotylédons sont donc des feuilles rudimentaires formées par l'embryon plongé au milieu des réserves alimentaires dont sa mère l'a entouré. Les appendices écailleux des rhizomes (pl. XX, fig. 11) sont également des

(*) *Anatomie comparée des feuilles chez quelques familles de Dicotylédones*, par M. Casimir de Candolle; tiré des Mémoires de la Société de physique et d'Histoire naturelle de Genève, t. XXVI, deuxième partie (1879), p. 6.

Digitized by Google

feuilles rudimentaires développées à l'abri de la lumière. Une différence existe cependant entre ces deux organes en raison précisément de leurs fonctions : les cotylédons destinés à jouer un rôle important dans la nutrition et la respiration de l'embryon, lors de la germination, possèdent un limbe très large; les appendices écailleux du rhizome qui n'ont pas d'autre fonction que de protéger le sommet végétatif de l'axe n'ont presque plus de limbe, ils sont réduits à leur pétiole. On observe la même chose dans les écailles qui forment la pérule des bourgeons de beaucoup d'arbres.

Nous avons recherché, enfin, les principales variations de la structure suivant l'*âge*, c'est-à-dire aux stades méristématique, procambial, primaire et secondaire. Nous avons étudié aussi l'organogénie d'une feuille simple (feuille [1]), puis celle d'une feuille compliquée. L'histoire du développement des organes appendiculaires reconstituée par l'organogénie et l'anatomie présente quelques points intéressants que je vais résumer.

Six mamelons disposés en verticille apparaissent autour du sommet végétatif de la tige. Un cordon de méristème primitif spécial, fourni par le méristème primitif de la tige, se rend dans chacune des pièces de ce verticille. Les six cordons méristématiques sont susceptibles de se transformer en un seul faisceau libéro-ligneux (comme dans quelques stipules qui ne renferment qu'un seul faisceau) ou bien de se fractionner en trois, cinq ou sept cordons procambiaux. La différenciation libéro-ligneuse primaire de ces cordons procambiaux se fait exactement comme dans la tige et produit des faisceaux monocentres. Pendant ce temps, les six pièces du verticille qui étaient primitivement sensiblement égales ont pris un développement différent; deux d'entre elles, plus favorisées, sont devenues des feuilles, tandis que les quatre autres ont formé des stipules caulinaires.

Le nombre de cordons procambiaux produits par le fractionnement du cordon méristématique est en raison de la puissance de végétation que les appendices possèdent au début, puissance qui dépend elle-même de la vigueur du sommet végétatif de la tige. Plus la feuille est grande et compliquée, plus nombreux ont été les fractionnements, plus distincts sont les faisceaux. Au chapitre III, nous avons caractérisé les divers modèles de structure des feuilles par le nombre des faisceaux qui parcourent le pétiole.

Digitized by Google

On voit maintenant que ce nombre exprime réellement le degré de vigueur de la feuille au début et le degré de complication auquel elle parvient. Les divers modèles de structure des segments de la tige étaient de même caractérisés par le nombre de faisceaux primaires que ces segments montraient à leur base.

Tous les faisceaux qui parcourent le pétiole forment un seul système qui offre, dans le temps et dans l'espace, de remarquables ressemblances avec l'un quelconque des quatre systèmes de la tige. Le *système foliaire,* de même que l'un des *systèmes caulinaires,* subit une série plus ou moins longue de fractionnements et de différenciations qui aboutit à l'établissement de plusieurs faisceaux réunis par un tissu fondamental. D'autre part, le système foliaire ou système des faisceaux du pétiole donne naissance à plusieurs faisceaux correspondant aux nervures basilaires; sur ces derniers apparaissent les faisceaux correspondant aux nervures secondaires et ainsi de suite..... L'insertion de tous ces faisceaux les uns sur les autres appartient au même type que l'insertion des faisceaux destinés à une feuille et à un bourgeon de la tige. Elle est seulement plus ou moins modifiée, dégradée, selon l'importance même de la nervure nouvelle. Certaines nervures, comme la nervure médiane et souvent aussi la première basilaire latérale, renferment trois faisceaux distincts. La région d'insertion de ces nervures présente une disposition de faisceaux entièrement semblable à la disposition des faisceaux qui, dans la tige, concourent à former une feuille et un bourgeon. Lorsque, au contraire, le système libéro-ligneux d'une nervure est indivis, c'est-à-dire composé d'un seul faisceau, l'insertion de ce faisceau se fait sur une masse confuse dans laquelle on ne peut plus distinguer les branches homologues de celles de la tige.

Le mamelon foliaire qu'on désigne souvent sous le nom de *feuille primordiale,* contient un seul cordon de méristème primitif spécial, c'est-à-dire un seul système de faisceaux : ce système n'est divisible en deux parties symétriques que par un seul plan. La tige, au contraire, renferme quatre systèmes disposés de manière à former un ensemble symétrique par rapport à deux plans rectangulaires.

Digitized by Google

TROISIÈME PARTIE.

LA RACINE.

GÉNÉRALITÉS.

L'œuf fécondé, l'oospore, subit une série de divisions cellulaires qui aboutit à la formation d'un embryon dont l'axe (axe hypocotylé) se termine supérieurement par un sommet végétatif (gemmule). Celui-ci doit donner naissance à la tige principale de laquelle naîtront des tiges de deuxième ordre et sur celles-ci, des tiges de troisième ordre..... Nous avons terminé l'étude de cet ensemble d'axes, ainsi que des appendices qui s'y rattachent.

A une époque plus ou moins avancée du développement de l'embryon, un autre sommet végétatif s'organise dans l'intérieur et vers le bas de l'axe hypocotylé : ce nouveau sommet est celui de la racine principale. Dans l'Ortie, comme dans beaucoup de plantes, cette racine se forme de bonne heure et dans le prolongement même de l'axe hypocotylé, de sorte que son sommet végétatif (radicule) se trouve sous le point d'attache du suspenseur. A l'époque de la maturité de la graine, cette racine est déjà très développée; au moment de la germination, elle se dégage des tissus superficiels de l'axe hypocotylé et s'enfonce dans le sol pour constituer le pivot.

Le long de cette racine principale apparaissent, en direction acropète, d'autres racines qui sont des racines de deuxième ordre; le long de celles-ci

Digitized by Google

naissent, de la même manière, des racines de troisième ordre et ainsi de suite.

Outre cette première série de racines, on observe bientôt, dans l'*Urtica dioica,* la formation de racines qui naissent avec la plus grande facilité dans les régions nodales des tiges souterraines, quelquefois même le long des entrenœuds. A tous les nœuds des tiges souterraines, ainsi que des tiges aériennes rampantes, se montrent, avec une régularité remarquable, quatre racines qui s'allongent de bonne heure. Chacune d'elles se trouve dans l'aisselle de l'une des quatre stipules. Ces racines se développent plus ou moins; ordinairement une seule persiste et prend un très grand développement. Le long de cette racine apparaissent des radicelles de la même manière que les racines de deuxième ordre ont apparu sur la racine principale.

Dans l'Ortie, nous pouvons donc distinguer les catégories de racines suivantes :

1° *La racine principale* qui s'insère de bonne heure dans la région inférieure de l'axe hypocotylé de manière à mettre son faisceau primaire polycentre en rapport avec les faisceaux primaires monocentres de la tige;

2° *Les racines de deuxième ordre* qui apparaissent de bonne heure et en ordre acropète sur la racine principale; *les racines de troisième, quatrième..... ordre,* nées sur les racines de deuxième ou de troisième ordre, comme les racines de deuxième ordre ont pris naissance sur la racine principale;

3° *Les racines nées sur les tiges aériennes ou souterraines,* notamment dans l'aisselle des stipules; une ou plusieurs d'entre elles prennent un grand développement et remplacent la racine principale lorsque celle-ci a disparu;

4° *Les racines nées sur les précédentes,* comme les racines de deuxième, troisième..... ordre, sont nées sur la racine principale.

Cette dernière catégorie diffère si peu de la deuxième que nous pourrons, sans inconvénient, réunir ces deux catégories de racines sous le titre de *racines de divers ordres nées sur d'autres racines.*

D'une façon générale, les racines de l'Ortie sont longues, grêles et cylindriques dans leur jeune âge; plus tard, leur section devient elliptique. Leur diamètre varie peu sur une très grande étendue. Le long d'une racine-mère, les radicelles forment deux séries longitudinales.

Digitized by Google

Certaines racines paraissent se diviser dichotomiquement, quelquefois même plusieurs fois de suite (pl. XXIII, fig. 10 et 11). Nous verrons plus loin ce qui produit ces apparences trompeuses.

Anatomiquement, la racine de l'Ortie est caractérisée par un type de structure remarquablement constant; à quelque ordre qu'appartienne la racine que l'on considère, celle-ci montre, en effet, dans toute son étendue, un seul faisceau primaire bicentre, entouré d'un système de tissus corticaux. Ceux-ci sont bientôt décortiqués. Les productions secondaires sont toutes intra-fasciculaires : elles se composent de deux massifs libéro-ligneux secondaires, d'abord simples et séparés l'un de l'autre par du Tf^2; plus tard, ces deux massifs se découpent en plusieurs lames libéro-ligneuses distinctes. Rarement on observe des lames libéro-ligneuses isolées.

La structure de la racine varie donc avec l'*âge* dans des limites assez grandes. Les variations de la structure suivant la *hauteur* et suivant les *conditions biologiques* sont, par contre, bien moins importantes que dans la tige. Quant aux variations suivant le *niveau,* elles n'existent pas ici. La racine étant dépourvue d'organes appendiculaires ne présente, en effet, ni nœuds, ni entrenœuds : elle n'est donc pas divisible en segments comme la tige.

Les variations de la structure de la racine suivant la hauteur et les conditions biologiques se réduisent, du moins dans l'Ortie, à des variations dans le nombre des éléments qui composent chaque tissu. *Les principales variations que nous aurons à noter seront donc des variations dans le degré de développement soit des tissus primaires, soit des tissus secondaires.*

Dans une racine quelconque, on peut distinguer utilement pour l'étude trois régions :

1° Une région d'insertion de la racine sur un organe support (axe hypocotylé, tige ou racine);

2° Une région plus ou moins étendue dans laquelle les tissus primaires sont caractérisés et dans laquelle l'élongation est terminée;

3° Une région de développement ou sommet végétatif dans lequel se fait la différenciation des tissus primaires.

Digitized by Google

La marche que nous suivrons dans l'étude de la racine sera celle-ci : nous rechercherons d'abord quelles sont les variations de la structure, à tous les âges, en un point quelconque de la racine. Nous étudierons ensuite la structure dans toute l'étendue des racines des divers ordres; nous terminerons par l'examen du sommet végétatif de la racine et la comparaison de ce sommet avec celui de la tige.

CHAPITRE PREMIER.

STRUCTURE DE LA RACINE A TOUS LES AGES, EN UN POINT QUELCONQUE.

La constance que manifeste le type de la structure des racines, soit que l'on considère ces racines dans toute leur étendue, soit qu'on les compare entre elles, nous permet de faire très simplement l'étude des variations de la structure suivant l'âge. Il nous suffira de pratiquer des coupes transversales à diverses hauteurs dans une même racine ou dans des racines différentes. Nous n'aurons à tenir compte que de la vigueur avec laquelle l'organe s'est développé.

1. *Stade procambial.*

Une coupe transversale pratiquée très près du sommet végétatif d'une racine, dans la région encore recouverte par la pilorhize (pl. XXI, fig. 1), montre de l'intérieur vers l'extérieur :

1° *Un cordon central de procambium,* composé d'une quantité de petits éléments à section transversale polygonale, sensiblement égaux entre eux. Les cellules périphériques de ce cordon sont cependant un peu plus grandes : elles constituent l'*assise périphérique* du cylindre central ou *péricambium*.

Digitized by Google

Cette zone est encore appelée *membrane rhizogène* parce que ses éléments sont susceptibles de se recloisonner et d'engendrer une nouvelle racine insérée sur la première;

2° *Une série de couches concentriques,* dans lesquelles on distingue :

a. *Un parenchyme cortical* formé de plusieurs couches de cellules dont la plus profonde est *la gaîne protectrice* ou *endoderme.* Celle-ci se reconnaît à ses éléments aplatis dans le sens du rayon et alternant avec ceux du péricambium. Les couches suivantes sont formées de cellules à section polygonale;

b. *Une assise de petites cellules* qui, après la chute de la pilorhize, produira les poils radicaux et constituera alors l'*assise pilifère.* Des considérations que je ferai valoir plus loin me portent à rattacher à l'assise pilifère *la pilorhize,* dont les éléments, au point que nous considérons, commencent déjà à s'isoler du tissu sous-jacent. Elle est ici constituée par deux ou trois rangs de cellules à parois subérisées.

2. *Formations primaires.*

En remontant le long de la racine, on observe quelques coupes après celle que nous venons d'étudier, l'exfoliation de la pilorhize et la différenciation du cordon central de procambium. Ce dernier phénomène se manifeste progressivement de la manière suivante :

On constate d'abord aux deux extrémités d'un même diamètre, l'apparition simultanée de deux petits éléments à paroi sombre. Ce sont deux vaisseaux annelés, spiro-annelés ou spiralés (pl. XXI, fig. 3 et 4); ils se montrent vers le bord du cordon procambial, mais ils sont toujours séparés de la gaîne protectrice par les cellules du péricambium. Derrière ces deux premiers vaisseaux se caractérisent successivement et de dehors en dedans, un nombre plus ou moins grand de vaisseaux dont le calibre va croissant. Ce sont des trachées à plusieurs spirules serrées ou des vaisseaux ponctués (pl. XXI, fig. 5 et 6). Les deux lames vasculaires marchent l'une vers l'autre : ordinairement elles se rencontrent au centre du faisceau et se trouvent alors dans le prolongement l'une de l'autre.

Digitized by Google

De chaque côté de la ligne formée par les deux lames ligneuses primaires, se montre un groupe de cellules grillagées à parois souvent brillantes (fig. 3 et 4). Ces cellules sont prismatiques et leurs cloisons transversales seules sont criblées (fig. 7 et 8).

Les deux massifs libériens primaires sont séparés de la gaîne protectrice par le péricambium et des massifs ligneux primaires par quelques éléments allongés dans le sens de l'axe, à parois minces et à section transversale polygonale. On peut regarder ces derniers éléments comme des cellules procambiales qui ne se sont pas différenciées, mais seulement accrues. M. C.-E. Bertrand leur donne le nom de *fibres primitives*.

La gaîne protectrice ou endoderme recouvre le faisceau : les cellules qui la constituent sont disposées sur un seul rang et sont unies entre elles par des cloisons radiales marquées d'un renflement sombre.

Les cellules du parenchyme cortical sont de grand diamètre, à section polygonale et laissent entre elles quelques petits méats. A cet âge, la disposition rayonnante des éléments se reconnaît difficilement. J'ai observé parfois la présence de cystolithes dans les cellules les plus extérieures du parenchyme cortical de jeunes racines développées aux nœuds inférieurs des tiges aériennes (pl. XXI, fig. 11).

L'assise pilifère se compose de petites cellules cylindriques qui se prolongent en tubes longs, flexueux, parfois ramifiés et connus sous le nom de poils radicaux (pl. XXI, fig. 3 et 4, et pl. XXII, fig. 11 et 12). Après avoir fonctionné pendant un certain temps comme surface absorbante, l'assise pilifère se flétrit, puis tombe et met ainsi à nu la couche périphérique du parenchyme cortical. Les cellules de cette couche appelées alors à remplir, pendant un certain temps, la fonction de surface extérieure, prennent assez bien l'aspect des cellules épidermiques en épaississant la portion superficielle de leur membrane. Cette couche est parfois désignée sous le nom de membrane épidermoïdale. La figure 3, planche XXI, représente une coupe transversale pratiquée en un point où se produit l'exfoliation de l'assise pilifère ; la partie postérieure est déjà entièrement dénudée.

Le mode de différenciation du système libéro-ligneux de la racine me

Digitized by Google

décide à me ranger de l'avis de MM. Nägeli, Russow, de Bary, Sachs et Bertrand, qui regardent la racine comme pourvue d'un seul faisceau primaire (*). Ce qui précède démontre, en effet, que le cordon procambial de la racine se différencie absolument comme un quelconque des cordons procambiaux de la tige, à part ce fait qu'il y apparaît plusieurs centres de différenciation ligneuse au lieu d'un seul. Les ressemblances que manifestent, dans leur développement, les faisceaux primaires de la tige et le faisceau primaire de la racine sont d'ailleurs clairement exposées dans les *Règles de différenciation ligneuse* et *de position libéro-ligneuse*, posées par M. C.-E. Bertrand dans sa *Théorie du faisceau*. Nous verrons plus loin que *les règles de position des zones cambiales* et *de formation des tissus secondaires des faisceaux* s'appliquent aussi bien au faisceau de la racine qu'aux faisceaux de la tige.

L'unique faisceau primaire de la racine est désigné, par les auteurs allemands, sous le terme de *radiale Bündel;* M. C.-E. Bertrand le nomme *faisceau polycentre* pour rappeler sa caractéristique principale, l'apparition simultanée de plusieurs centres de différenciation ligneuse. Les faisceaux de la tige des Phanérogames n'ont, au contraire, qu'un seul centre de différenciation ligneuse : ce sont des *faisceaux monocentres*.

Dans le cas particulier de l'Ortie, le faisceau de la racine est un *faisceau bicentre* (*ursprüngliche diarche Gefässplatte* des auteurs allemands) et la structure primaire de cette racine peut se résumer ainsi :

1° *Système libéro-ligneux :* Il est représenté par un seul faisceau bicentre dont l'axe coïncide avec l'axe de la racine elle-même. *Le bois primaire* est constitué par deux lames ligneuses placées dans la continuation l'une de l'autre; chacune d'elles est formée de vaisseaux dont le diamètre va croissant de l'extérieur vers l'intérieur du faisceau. *Le liber primaire* forme deux

(*) M. Ph. Van Tieghem, au contraire, distingue dans la racine plusieurs faisceaux, les uns uniquement ligneux, les autres uniquement libériens et disposés de façon que les premiers alternent avec les seconds. Il nomme *tissu conjonctif interne* le tissu qui isole les uns des autres ces derniers faisceaux. Dans son récent *Traité de botanique*, M. Ph. Van Tieghem désigne ce même tissu par les noms de *mœlle* et de *rayons médullaires*.

Digitized by Google

massifs disposés de part et d'autre du bois primaire et séparés de celui-ci par des fibres primitives.

Le faisceau est limité *par la membrane rhizogène ou péricambium.*

2° *Système cortical :* Il se compose de tous les tissus qui recouvrent le faisceau, c'est-à-dire :

a. Du *parenchyme cortical* qui commence par une *gaîne protectrice* parfaitement caractérisée; les couches suivantes sont formées de cellules de plus en plus grandes;

b. De l'*assise pilifère* composée de petites cellules qui se prolongent en un poil absorbant. La *pilorhize* est déjà exfoliée.

Le nombre des cellules qui constituent ces divers tissus varie notablement suivant la vigueur du sommet végétatif sous lequel ces tissus se sont organisés. Le diamètre de la section transversale des racines, à la période primaire, varie de $0^{mm},4$ à 1^{mm}. Dans les racines grêles à l'origine, telles que la racine principale et les racines qui se forment aux nœuds des tiges, le nombre des éléments vasculaires, dans la double lame primaire, n'est que de cinq ou six; le parenchyme cortical est alors formé de quatre couches de cellules seulement (pl. XXI, fig. 3, et pl. XXIII, fig. 3). Dans les racines vigoureuses dès l'origine, telles que celles qui prennent naissance sur d'autres racines, il y a jusqu'à quatorze éléments vasculaires primaires et huit assises cellulaires dans le parenchyme cortical (pl. XXI, fig. 4, et pl. XXIII, fig. 5). A la figure 4, planche XXI, on voit encore des cloisonnements tangentiels s'opérer dans l'assise cellulaire la plus profonde du parenchyme cortical et on peut s'y rendre compte de l'origine de la gaîne protectrice.

3. *Établissement de zones génératrices secondaires dans le faisceau.*

A peine les formations primaires sont-elles complètement établies que les éléments non différenciés situés entre le bois et le liber primaires se recloisonnent tangentiellement et constituent bientôt deux zones cambiales. Lorsque celles-ci sont en pleine activité, chacune d'elles se compose de six ou sept

Digitized by Google

assises de petites cellules en voie de cloisonnement. De part et d'autre, on observe des cellules qui s'accroissent et se transforment peu à peu en fibres ou en vaisseaux d'un côté; en fibres, en cellules grillagées ou en parenchyme libérien de l'autre côté. Ces deux zones cambiales donnent donc naissance à du bois secondaire contre le bois primaire et à du liber secondaire contre le liber primaire (pl. XXI, fig. 9 et 10). Celui-ci est peu à peu écrasé et lorsque la racine a pris un développement secondaire assez considérable, on ne peut plus le retrouver.

Peu après l'apparition des zones cambiales, le péricambium recloisonne tangentiellement tous ses éléments et produit un liège qui provoque la décortication du parenchyme cortical, y compris la gaîne protectrice. Les cellules extérieures du parenchyme cortical sont d'ailleurs déjà complètement flétries (pl. XXI, fig. 9). Dans son grand travail sur la *Racine*, M. Ph. Van Tieghem a montré que le procédé de décortication que je viens de décrire est fréquent chez les Dicotylées. Dans l'Ortie, la zone génératrice formée aux dépens du péricambium donne simplement naissance à quelques assises de cellules subéreuses qui constituent le revêtement superficiel de la racine après la période primaire.

Pendant que tous ces changements s'opèrent, de nouvelles zones génératrices relient entre eux les arcs cambiaux que nous avons vu apparaître entre le bois et le liber primaires. Ces nouvelles zones fonctionnent comme cambiformes : à l'époque même de leur pleine activité, elles se composent seulement de quatre ou cinq rangs de grandes cellules en voie de cloisonnement (fig. 10) (*). Elles engendrent, vers l'intérieur, des éléments prismatiques,

(*) M. de Bary (*Vergleichende anatomie*, p. 489) fait remarquer justement que dans les racines d'*Urtica*, de *Cannabis*..... la division cellulaire tangentielle est manifestement moins active dans les zones génératrices secondaires situées en face des lames vasculaires que dans les zones génératrices placées devant les massifs grillagés primaires. Il applique le nom de rayons médullaires aux tissus produits par les zones génératrices à grands éléments. On a pu remarquer que pour la tige aussi bien que pour la racine, j'ai évité de me servir de l'expression *rayon médullaire*, parce que je crois que sous ce terme on confond généralement plusieurs choses bien distinctes. Selon moi, la question des rayons médullaires réclame de nouvelles recherches.

Digitized by Google

à parois tantôt minces, tantôt sclérifiées, dont la section transversale est polygonale et primitivement presque rectangulaire; ces éléments, régulièrement disposés en séries radiales, ressemblent entièrement à ceux du Tf^2 interne des tiges. Comme eux, ils forment des zones alternativement sclérifiées et parenchymateuses, se remplissent d'amidon et laissent souvent entre eux de petits méats quadrangulaires. Vers l'extérieur, les zones cambiformes ne produisent qu'un petit nombre de cellules dont plusieurs se recloisonnent, tandis que les autres s'épaississent fortement à la façon des fibres. Ce tissu correspond au Tf^2 externe des tiges. Comme lui, il ressemble beaucoup, sur une simple coupe transversale, au liber secondaire; jamais, cependant, il ne contient de cellules grillagées (pl. XXI, fig. 10).

4. *Période secondaire.*

A partir du moment où le parenchyme cortical a été décortiqué par un liège produit sous la gaine protectrice, tous les tissus de la racine sont, ou bien les formations primaires du faisceau, ou bien des productions secondaires apparues dans ce faisceau. Dans les premiers temps de la période secondaire, la racine est donc constituée comme suit (pl. XXI, fig. 10, et pl. XXIII, fig. 4) :

1° Au centre deux lames ligneuses primaires;

2° De chaque côté un massif plus ou moins important de bois secondaire;

3° Entre ces deux massifs, un Tf^2 interne formé de cellules à parois minces et remplies d'amidon;

4° Un anneau générateur secondaire composé de deux zones cambiales correspondant aux massifs ligneux secondaires et de deux zones cambiformes correspondant au Tf^2 interne;

5° Un anneau en apparence continu, en réalité formé de deux massifs libériens et de deux massifs de Tf^2 externe respectivement opposés au bois secondaire et au Tf^2 interne;

6° Une zone subéreuse superficielle.

Digitized by Google

Le contour de la section, qui était parfaitement arrondi aux stades procambial et primaire, est devenu elliptique, le grand axe de l'ellipse étant perpendiculaire à la double lame ligneuse primaire. Au commencement de la période secondaire, le Tf^2 est abondant, tandis que les massifs libéro-ligneux secondaires ont la forme de deux lames étroites; les zones cambiales n'occupent, dans la figure 10, planche XXI, que la cinquième ou même la septième partie de la circonférence de l'anneau générateur. Plus tard, les massifs libéro-ligneux secondaires deviennent plus importants par suite de l'extension des zones cambiales qui occupent alors plus de la moitié de l'anneau générateur (pl. XXIII, fig. 4). A cette époque aussi, le cambium se transforme *fréquemment* en cambiforme, mais d'une façon *partielle* et *temporaire*. On peut constater, en effet, dans le bois secondaire, de nombreux îlots irréguliers de cellules prismatiques à parois minces, rangées en séries radiales, en un mot identiques à celles du Tf^2 interne. Ces éléments donnent au bois secondaire récent un aspect tout particulier (pl. XXIII, fig. 6). A cet âge, on observe souvent que les vaisseaux du bois secondaire ancien sont remplis de thylles.

Lorsque la racine prend plus de développement encore (ce qui n'arrive guère que dans la partie supérieure de la racine principale, ainsi que dans la région voisine de l'insertion des autres racines), les deux grands massifs libéro-ligneux secondaires (L) se divisent en un nombre de plus en plus grand de lames libéro-ligneuses.

Un bel exemple de ces formations nous est fourni par la figure 5, planche XXII, qui représente une coupe dans la région supérieure d'une racine principale très développée. Cette coupe montre dix-huit lames libéro-ligneuses secondaires qui sont les prolongements des lames libéro-ligneuses de l'axe hypocotylé, savoir : deux systèmes, l'un gauche, l'autre droit, composés de λ^p, λ^{p2}, M^{p1}, M^{a1}, λ^{a2}, λ^a; un système antérieur formé de λ^{g1}, M^g, M^d, λ^{d1}; un système postérieur ne comprenant que M^g et M^d.

Sur cette même coupe, on constate qu'il s'est formé, dans le Tf^2 interne, cinq zones d'éléments sclérifiés alternant avec autant de zones parenchymateuses exactement comme dans la tige.

Digitized by Google

D'autres fois, les lames libéro-ligneuses sont plus nombreuses, entrecoupées de Tf^2 et dérangées de leur position par suite de l'insertion de radicelles sur la racine considérée; on ne pourrait plus alors que bien difficilement leur donner les notations propres.

CHAPITRE II.

STRUCTURE DES RACINES DE DIVERS ORDRES DANS TOUTE LEUR ÉTENDUE.

Nous étudierons successivement :

1° La racine principale, c'est-à-dire celle qui est insérée dans l'axe hypocotylé;

2° Les racines nées en d'autres points de la tige;

3° Les racines de divers ordres nées sur des racines.

Pour chacune de ces catégories nous aurons à examiner la région d'insertion et la région plus ou moins longue dans laquelle les tissus primaires sont caractérisés. Vu son importance, l'étude de la région de développement (sommet végétatif) fera l'objet d'un chapitre spécial. Dans chacune des deux régions que nous considérerons ici, nous aurons à tenir compte des formations primaires et des productions secondaires.

§ 1. Racine principale.

1° *Formations primaires.*

La région dans laquelle s'opère la mise en rapport du faisceau primaire de la racine principale avec les faisceaux primaires de la tige est courte et située dans la partie inférieure du nœud cotylédonaire. Mais c'est seulement à

Digitized by Google

l'extrémité inférieure de l'axe hypocotylé que se forme la pilorhize et que se montre l'assise pilifère après une première dénudation. Dans le chapitre consacré à l'axe hypocotylé, nous avons étudié la région d'insertion de la racine principale et nous avons reconnu que l'orientation de cet organe est telle que le plan déterminé par les deux centres de différenciation ligneuse du faisceau bicentre coïncide avec le plan principal de symétrie de la tige : il nous reste à étudier la racine principale en dessous de son insertion.

A son début, la racine principale est grêle, son sommet végétatif n'a qu'un faible diamètre. En effet, les éléments ligneux primaires caractérisés sont seulement au nombre de six, le parenchyme cortical ne compte que quatre assises de cellules (*) (pl. XXI, fig. 3). Lorsque la racine principale se développe dans de bonnes conditions, elle s'allonge rapidement et son sommet végétatif devient de plus en plus vigoureux, c'est-à-dire de plus en plus large. Le bois primaire compte alors de huit à dix vaisseaux et le parenchyme cortical de cinq à sept couches cellulaires.

Les variations de la structure primaire *suivant la hauteur* se réduisent donc à des variations dans la *quantité* des éléments produits. *Elles sont corrélatives à l'accroissement du diamètre du sommet végétatif, elles dépendent donc de la vigueur avec laquelle se produit la végétation à l'époque de la différenciation des tissus primaires au point considéré.*

2° *Productions secondaires.*

Comme nous avons pu nous en convaincre par l'étude de l'axe hypocotylé, les productions secondaires de la racine principale ne sont que les prolongements des productions secondaires de la tige.

Les coupes représentées planche XXII, figures 5 à 8, ont été pratiquées de distance en distance le long d'une racine principale très développée. Toutes ces coupes montrent, de chaque côté de la lame ligneuse primaire bicentre, une lame de bois secondaire qui se continue directement avec le

(*) Ces deux indications donnent une mesure suffisante de l'importance du faisceau central d'une part, des tissus qui le recouvrent d'autre part.

Digitized by Google

bois secondaire des faisceaux *i* de l'axe hypocotylé. Ces deux premières lames s'élargissent et se divisent ensuite en un nombre de plus en plus grand de lames libéro-ligneuses secondaires : celles-ci ne sont que la continuation des lames libéro-ligneuses qui composent les systèmes latéraux (L) de l'axe hypocotylé. Les lames libéro-ligneuses M de l'axe hypocotylé se prolongent également plus ou moins loin dans la racine principale.

La première de ces coupes (fig. 5) a été étudiée au chapitre précédent : elle montre dix-huit lames libéro-ligneuses secondaires et cinq zones sclérifiées dans le Tf^2 interne.

Dans la deuxième coupe (fig. 6) pratiquée 3 centimètres plus bas, les lames libéro-ligneuses λ, λ^1, λ^{d2} qui étaient les moins développées dans la coupe précédente, n'ont pas encore apparu. Cette deuxième coupe ne compte que dix lames libéro-ligneuses et deux zones sclérifiées dans le Tf^2. Elle ressemble complètement à la partie intérieure de la première coupe.

Trois centimètres plus bas, nous trouvons l'aspect reproduit par la figure 7 : les deux massifs libéro-ligneux L commencent seulement à se diviser, l'un en deux, l'autre en quatre lames libéro-ligneuses.

Enfin, la section pratiquée 3 centimètres plus bas encore (fig. 8) montre seulement deux massifs libéro-ligneux secondaires simples.

Si, au lieu de descendre, nous remontons le long de la racine (en nous rapprochant de la base de l'organe), nous voyons que les zones cambiales, à mesure qu'elles s'élargissent, se segmentent de plus en plus et produisent des lames libéro-ligneuses distinctes dont le nombre va croissant. Dans la racine comme dans la tige, le fractionnement des zones cambiales accompagne toujours leur extension.

Ce qui précède permet d'affirmer que dans la racine principale, *les variations de la structure secondaire sont corrélatives à l'accroissement diamétral secondaire ; qu'elles dépendent de la vigueur avec laquelle se produit la végétation après l'époque de la différenciation primaire au point considéré.*

§ 2. Racines nées sur les tiges aériennes ou souterraines.

J'ai dit, dans les *Généralités sur la racine*, qu'à chaque nœud des tiges souterraines et des tiges aériennes rampantes, il naît régulièrement une racine

Digitized by Google

dans l'aisselle de chacune des quatre stipules. Étudions l'une de ces racines dans toute son étendue.

1° *Formations primaires.*

Le faisceau bicentre de cette racine est inséré sur le petit arc anastomotique qui, après la sortie des faisceaux foliaires, établit la communication entre deux systèmes de faisceaux de la tige. Son orientation est telle que le plan passant par les deux premières trachées du bicentre passe aussi par l'axe de la tige. C'est ce que montre le développement du nœud [1] d'une branche axillaire insérée à un nœud cotylédonaire (pl. XXIII, fig. 13).

Cette jeune racine est d'abord assez grêle puisque sa lame vasculaire bicentre ne compte que cinq ou six éléments (pl. XXIII, fig. 3). Mais en suivant la racine dans toute sa longueur, on reconnaît que le nombre des vaisseaux primaires s'accroît, c'est-à-dire que la vigueur augmente. Dans la figure 5, on peut compter une douzaine d'éléments ligneux primaires.

Une racine insérée à l'un des nœuds inférieurs d'une jeune pousse aérienne m'a offert, dans son étendue, des variations d'un autre ordre. Cette racine, jeune encore, mesurait 15^{mm} environ de longueur. A 3^{mm} de son insertion, toutes les formations primaires étaient parfaitement caractérisées et normales, seulement le faisceau était tricentre (pl. XXI, fig. 11). La lame ligneuse antérieure comptait sept vaisseaux; les deux lames postérieures se trouvaient plus rapprochées l'une de l'autre que de la lame antérieure : celle de gauche montrait six éléments, celle de droite, cinq seulement. Trois massifs libériens alternaient régulièrement avec les trois lames ligneuses. Les éléments situés vers le centre du faisceau étaient restés à l'état de fibres primitives.

Six millimètres plus loin, la lame antérieure comptait quatre éléments vasculaires, la lame postérieure gauche trois, et la lame postérieure droite, un seul.

Quatre millimètres plus loin encore, cette dernière lame avait disparu entièrement et les deux centres restants s'étaient placés aux extrémités d'un même diamètre.

Digitized by Google

La présence de trois centres de développement est une anomalie assez rare dans les racines de l'Ortie. Lorsqu'une racine à faisceau tricentre continue à s'accroître, il y a formation de trois massifs libéro-ligneux secondaires alternant avec les lames ligneuses primaires.

2° *Productions secondaires.*

Lorsque l'une des quatre racines formées à un nœud d'une tige s'est allongée au point de mesurer six à sept décimètres, sa section transversale a la forme d'une ellipse dont les grands côtés seraient creusés d'un large sinus peu profond. Dans les deux sillons longitudinaux correspondant à ces sinus, se montrent un très grand nombre de radicelles toutes ordinairement peu développées. Le diamètre de cette longue racine diminue très lentement d'une extrémité à l'autre. Aussi, sa structure est-elle remarquablement constante, à part seulement la région la plus voisine de l'insertion. Cette région est toujours renflée, au point même que parfois le diamètre de la racine y est égal à celui du rhizome sur lequel elle est insérée. La coupe transversale pratiquée dans cette région voisine de l'insertion présente un contour arrondi et montre un grand nombre de lames libéro-ligneuses secondaires rayonnantes ainsi que plusieurs anneaux d'éléments sclérifiés dans le $T/^2$ interne. Lames et anneaux sont ici fréquemment interrompus par du Tf^2 parenchymateux (pl. XXIII, fig. 1). D'autres fois, au contraire, les éléments sclérifiés sont plus nombreux et forment un large anneau bien complet.

Les lames libéro-ligneuses secondaires des racines nées sur les tiges ont des rapports très-intimes et très nombreux avec les lames libéro-ligneuses de l'axe-support. En effet, les deux lames libéro-ligneuses de la tige entre lesquelles la racine passe pour sortir, s'unissent l'une à l'autre par deux lames libéro-ligneuses anastomotiques l'une au-dessus, l'autre au-dessous de la racine. De l'espèce d'anneau, ainsi formé, partent les lames libéro-ligneuses qui se rendent dans la racine (pl. XXIII, fig. 14).

A une petite distance de l'insertion déjà, les nombreuses lames libéro-ligneuses de la figure 1 se groupent à droite et à gauche (fig. 2). On n'observe plus alors qu'une seule zone sclérifiée dans le Tf^2 interne.

Un décimètre plus bas (fig. 4), les éléments libéro-ligneux secondaires ne

Digitized by Google

forment plus que deux grands massifs latéraux et le contour de la section est devenu elliptique. La zone sclérifiée du Tf^2 interne a disparu.

Trois décimètres plus bas, nous trouvons la même disposition et c'est à peine si le diamètre de la section est un peu plus petit.

En résumé, l'étude d'une racine insérée au nœud d'un rhizome nous montre :

1° Le développement de plus en plus grand des formations primaires à mesure qu'on s'éloigne du point d'insertion;

2° La constance de la structure secondaire dans toute la partie dont le diamètre varie peu; le grand nombre de lames libéro-ligneuses distinctes dans la région renflée voisine de l'insertion.

Si maintenant nous comparons la racine née au nœud d'une tige avec la racine principale, nous trouvons qu'en dehors des régions d'insertion qui sont différentes, ces deux racines ont la même structure primaire, tandis que la structure secondaire est légèrement différente. En effet, à un moment suffisamment avancé de la période secondaire, la racine principale possède des lames libéro-ligneuses médianes (M); au contraire, quelque âgées que soient les racines nées sur des tiges, ces racines ne possèdent que des lames libéro-ligneuses latérales (L). La racine principale montre aussi un plus grand nombre de zones sclérifiées dans le Tf^2 interne. La figure 5, planche XXII, et la figure 4, planche XXIII, montrent les différences que je viens de signaler.

§ 3. Racines de divers ordres nées sur d'autres racines.

Nous étudierons dans ce paragraphe toutes les racines qui prennent naissance sur d'autres racines. La structure si constante de toutes ces racines nous permet de ne pas tenir compte des divers ordres auxquels elles appartiennent.

1° *Formations primaires.*

On sait que chez toutes les Phanérogames, les radicelles qui se forment de bonne heure et en ordre acropète le long d'une racine-mère, se dévelop-

Digitized by Google

pent aux dépens de plusieurs cellules de la membrane rhizogène et généralement en face de l'un des centres de différenciation ligneuse du faisceau de la racine-mère (*). Dans ce cas, les vaisseaux de la radicelle se mettent en contact avec les vaisseaux de la racine-mère par quelques trachées courtes (fig. 7 et 8, pl. XXIII). De cette position des radicelles en face des lames ligneuses primaires résulte la disposition de ces radicelles en deux séries longitudinales le long de la racine-mère. Le bicentre de la radicelle se trouve dans le même plan que celui de la racine et il lui est d'abord perpendiculaire (pl. XXIII, fig. 9). Une coupe transversale rencontrant la radicelle et la racine-mère nous montrera donc les deux bicentres dans le prolongement l'un de l'autre (fig. 12). Il y a longtemps déjà que M. Van Tieghem a reconnu la généralité de ce fait chez les Phanérogames dont les radicelles ont une structure binaire.

En suivant les formations primaires dans toute l'étendue de racines de deuxième et de troisième ordre, j'ai constaté les mêmes variations de structure que dans la racine principale et les racines nées sur les tiges, à savoir : l'accroissement de la vigueur du sommet suivi de l'augmentation du nombre des éléments dans chaque tissu primaire.

2° *Productions secondaires.*

Nous prendrons d'abord comme exemple une racine de deuxième ordre très développée qui se trouvait insérée dans la partie supérieure d'une forte racine principale.

Une coupe pratiquée à une petite distance du point d'insertion montre un contour arrondi et un assez grand nombre de lames libéro-ligneuses distinctes, rayonnantes, ainsi que plusieurs zones concentriques d'éléments sclérifiés dans le Tf^2 interne (pl. XXII, fig. 9). Les lames libéro-ligneuses de la radicelle ne sont que les ramifications des lames libéro-ligneuses de la racine-mère, comme le montre le développement de l'axe hypocotylé âgé qui est représenté à la planche XIV, figure 14 (*r*).

(*) E. de Janczewski : *Recherches sur le développement des radicelles dans les Phanérogames.* — Annales des sciences naturelles, 5me série, t. XX (1874).

Digitized by Google

Un centimètre plus bas, on observe neuf lames libéro-ligneuses qui, par leur position, rappellent les lames M^{pg1}, M^{ag1}, M^{ga}, M^{da}, λ^{da1}, M^{ad1}, M^{pd1}, M^{dp} et M^{gp} de la racine principale ou de l'axe hypocotylé (pl. XXII, fig. 10).

Deux centimètres plus loin, on ne trouve que les lames M^{p1}, M^{a1} droites et gauches; deux centimètres plus loin encore, il n'y a plus que deux massifs latéraux.

Quant aux racines de deuxième ordre, insérées sur les racines qui ont pris naissance sur les tiges, elles sont généralement trop peu développées pour montrer des lames libéro-ligneuses distinctes.

Il convient de dire ici quelques mots au sujet de certaines ramifications de racines qui, à première vue, pourraient passer pour des dichotomies. Les figures 10 et 11, planche XXIII, donneront une idée de ces sortes de ramifications qui sont fréquentes chez l'Ortie dioïque. La figure 12 de la même planche représente une coupe transversale pratiquée à la hauteur d'une de ces pseudo-dichotomies.

L'aspect de ces ramifications peut provenir de l'une des deux causes suivantes :

Dans le premier cas, qui paraît le plus fréquent, il s'est formé, non loin du sommet végétatif d'une racine quelconque, une radicelle qui a pris, grâce à des conditions favorables, un si grand développement qu'elle a bientôt rivalisé avec la racine-mère. Celle-ci a dévié alors de sa direction première au point d'insertion de la radicelle.

Dans le second cas, il s'est formé, très près du sommet d'une racine-mère et à peu près à la même hauteur, deux radicelles opposées l'une à l'autre. Ces radicelles se sont également bien développées et ont comprimé entre elles la racine-mère, dont on peut retrouver les restes dans l'angle de la bifurcation.

Digitized by Google

CHAPITRE III.

STRUCTURE DU SOMMET VÉGÉTATIF DE LA RACINE.

Nous étudierons d'abord le sommet végétatif de la racine embryonnaire, c'est-à-dire de la racine principale d'un embryon encore enfermé dans la graine. La structure du sommet végétatif d'une racine insérée à l'un des nœuds des tiges rampantes fixera ensuite notre attention. Nous comparerons, enfin, le sommet végétatif de la racine à celui de la tige.

§ 1. Sommet végétatif de la racine principale de l'embryon.

Une coupe radiale d'un embryon pris dans la graine mûre a été pratiquée dans le plan perpendiculaire à la surface des deux cotylédons (pl. XXII, fig. 1) (*). Cette coupe nous montre, en même temps que la structure du sommet végétatif de la racine principale, les rapports de cette racine avec les autres parties de l'embryon.

Dans toute la région comprise entre les niveaux *a* et *d* de la figure 1, planche XXII, l'axe hypocotylé montre :

1° Un cordon central de procambium qui, en se différenciant, doit former

(*) L'embryon représenté planche XXII, figure 1, est un embryon d'*Urtica urens* et non d'*Urtica dioica*. La structure de ces deux embryons est d'ailleurs la même, sauf que dans le premier le parenchyme cortical (gaîne protectrice comprise) compte ordinairement cinq assises cellulaires au lieu de quatre comme dans le second. Il faut donc tenir compte de cette légère différence en comparant la figure 1 de la planche XXII à la figure 1 de la planche XII. Cette dernière figure représente, en effet, une coupe transversale pratiquée vers le milieu de l'axe hypocotylé d'un embryon d'*Urtica dioica*.

Digitized by Google

un faisceau bicentre, tel que celui de la figure 2, planche XII. On reconnaît déjà, à la périphérie de ce cordon, les cellules qui doivent constituer le péricambium ou membrane rhizogène;

2° Un parenchyme cortical composé ici de cinq couches de cellules : la couche la plus intérieure deviendra la gaîne protectrice ou endoderme. On remarquera que toutes ces cellules ont la forme de petits disques empilés, hauts seulement de 7 μ (pl. XXII, fig. 2). Lors de la germination, ces cellules s'allongent énormément, deviennent des prismes hauts de 500 μ et provoquent ainsi l'élongation de l'axe hypocotylé (fig. 3) (*);

3° Un épiderme lisse qui sera toujours dépourvu de toutes productions pileuses.

Au-dessus de la région *a d*, le cordon procambial aboutit au méristème primitif de la gemmule, au-dessous duquel il se met en rapport avec les cordons procambiaux qui se rendent dans les cotylédons. Le niveau *a* passe par le nœud cotylédonaire. L'épiderme de l'axe hypocotylé se prolonge à la surface des cotylédons. Entre ceux-ci on observe l'une des feuilles de la première paire assez développée déjà et surmontée d'une glande terminale.

Au-dessous de la région *a d*, le cordon central de procambium se poursuit jusqu'au méristème primitif de la radicule, où il se termine par un petit nombre de cellules génératrices. Le parenchyme cortical se prolonge aussi, mais le nombre de ses assises cellulaires diminue de plus en plus et se réduit à deux dans le sommet végétatif. Au contraire, en approchant du sommet de la radicule, l'épiderme se divise en deux, puis trois, quatre et cinq couches qui se recouvrent les unes les autres et constituent la pilorhize. Celle-ci revêt le méristème primitif de la racine principale. Tout à l'extrémité de la radicule

(*) Les figures 2 et 3, planche XXII, ont été dessinées toutes les deux au grossissement de 200 diamètres : elles représentent les coupes longitudinales radiales de deux cellules du parenchyme cortical, l'une prise dans un axe hypocotylé encore enfermé dans la graine, l'autre dans un axe hypocotylé jeune mais dont l'élongation était terminée. Ces figures montrent d'une façon saisissante l'accroissement d'une cellule dont le diamètre a passé de 22 μ à 70 μ et la hauteur de 7 μ à 500 μ. Elles peuvent donner une idée de l'activité cellulaire, notamment de l'absorption des liquides et de l'accroissement des parois.

Digitized by Google

se trouve le point d'attache du suspenseur (*s*), qui est très court d'ailleurs dans l'Ortie.

On peut donc reconnaître, dans le sommet végétatif de la racine embryonnaire :

1° *Les cellules initiales du faisceau polycentre :* elles forment un petit groupe d'éléments de très petites dimensions (i^1 et i^2). Par leurs cloisonnements fréquemment répétés, ces éléments allongent de plus en plus le cordon procambial qui, plus tard, se différencie en un seul faisceau bicentre;

2° *Les cellules initiales du parenchyme cortical :* elles sont plus grandes que les cellules initiales précédentes et sont disposées sur deux rangs (i^3 et i^4). Le rang extérieur produit la couche extérieure du parenchyme cortical; le rang intérieur produit latéralement des cellules-filles qui se recloisonnent radialement et tangentiellement, de manière à donner naissance aux quatre couches du parenchyme cortical. La couche profonde, celle qui est appliquée contre le faisceau, formera la gaîne protectrice;

3° *Les cellules initiales de la coiffe et de l'assise pilifère* (i^5) *:* elles sont disposées en une seule couche dont les éléments se cloisonnent radialement de manière à suivre l'allongement de l'axe et tangentiellement de manière à former plusieurs couches emboîtées les unes sur les autres. Ces couches constituent la coiffe ou pilorhize. Lors de la germination, les éléments subérisés de cette coiffe ne peuvent suivre l'allongement de l'axe; ils s'exfolient et découvrent, à partir du niveau *d*, la couche profonde. Aussitôt dénudée, celle-ci allonge ses cellules en forme de poils radicaux et devient assise pilifère.

Cette structure du sommet végétatif de la radicule de l'Ortie est conforme à celle de la plupart des Angiospermes dicotylées, telle que Hanstein l'a fait connaître le premier. On y voit, en effet, que l'assise interne de la coiffe, facilement reconnaissable à son contour extérieur en forme d'escalier, se transforme en assise pilifère après l'exfoliation des couches superficielles de la pilorhize.

Digitized by Google

§ 2. Sommet végétatif d'une jeune racine née au noeud d'une tige.

La coupe représentée planche XXII, figure 4, a été pratiquée dans le sommet végétatif d'une jeune racine, longue de 15^{mm} et insérée à l'un des nœuds d'une tige rampante.

Au niveau $n\ n'$ correspondant à la coupe transversale de la figure 1, planche XXI, nous observons :

1° Un cordon central de procambium composé, à l'intérieur, de cellules allongées dans le sens de l'axe et, à la périphérie, de deux couches de cellules presque isodiamétrales. Ces dernières constitueront le péricambium;

2° Un parenchyme cortical formé de cinq couches de cellules dont la plus profonde deviendra la gaine protectrice;

3° Une assise qui deviendra pilifère après l'exfoliation de la pilorhize dont les éléments sont ici en voie de régression.

Si maintenant nous examinons, un peu plus loin, le méristème primitif de cette racine, nous y trouvons :

1° Un groupe de petites cellules isodiamétrales se cloisonnant en tous sens et donnant naissance à des éléments procambiaux. Dans ce cordon procambial se différencieront plus tard, en direction centripète, les lames ligneuses et les massifs libériens primaires séparés par des fibres primitifs. Les cellules-mères de ce cordon sont donc les *cellules initiales du faisceau* (i^1 et i^2). Il semble même qu'on puisse, à la périphérie du groupe d'initiales i^1, reconnaître les cellules i^2 comme les initiales propres de la membrane rhizogène;

2° Deux rangs de cellules exactement superposées, mais alternant avec les dernières cellules initiales du groupe précédent. Les cellules du rang extérieur ne se divisent que radialement de façon à produire la couche extérieure du parenchyme cortical. Les cellules du rang intérieur se divisent aussi radialement, mais les cellules-filles formées sur les côtés se dédoublent par des cloisons tangentielles de manière à former bientôt cinq assises cellulaires. Les six cellules disposées sur deux rangs sous les initiales du faisceau sont donc les *cellules initiales du parenchyme cortical* (i^3 et i^4);

Digitized by Google

3° Une couche de cellules qui alternent avec les cellules initiales précédentes : elles se divisent tangentiellement de façon à produire les diverses couches de la coiffe. Celle-ci est formée d'éléments disposés d'abord bien régulièrement en séries radiales et en calottes concentriques. Ces éléments se flétrissent et se désagrégent en approchant de la surface. Au sommet de la racine, l'assise calyptrogène (i^5) régénère sans cesse la pilorhize qui conserve son épaisseur; à une petite distance du sommet, au contraire, cette assise cesse de se cloisonner tangentiellement; elle ne fonctionne plus comme calyptrogène, mais se transforme en pilifère dès que la destruction progressive de la coiffe l'a mise à nu. La couche i^5 engendre donc la coiffe et devient ensuite l'assise pilifère; on peut, par conséquent, la considérer comme composée des *cellules initiales de la coiffe et de l'assise pilifère* (*).

Le sommet végétatif d'une jeune racine d'Ortie répond donc parfaitement au troisième des cinq types que M. de Janczewski a distingué dans la structure des sommets végétatifs des racines chez les Phanérogames (**). Ce type, qui est très répandu chez les plantes angiospermes dicotylées, est caractérisé par la présence de trois tissus générateurs : un tissu générateur du cordon central ou faisceau polycentre; un tissu générateur de l'écorce; un troisième enfin qui engendre la coiffe et se transforme ensuite en assise pilifère.

La comparaison des figures 1 et 4, planche XXII, peut donner une idée des variations du diamètre du sommet végétatif de la racine. Quant à la structure de ces deux sommets, elle est presque identique.

(*) C'est cette zone que M. J. Eriksson a nommée *dermo-calyptrogène*. Ce nom serait très heureux si l'on pouvait conserver à l'assise pilifère le nom d'épiderme que plusieurs auteurs lui ont donné. M. L. Olivier, dans ses *Recherches sur l'appareil tégumentaire des racines*, a montré que l'assise pilifère ne mérite, en aucune façon, le nom d'épiderme. Nous verrons bientôt qu'il n'existe, à la surface des racines, aucun tissu qu'on puisse homologuer à l'épiderme de la tige.

(**) De Janczewski : *Recherches sur l'accroissement terminal des racines dans les Phanérogames* (Annales des sciences naturelles, 5me série, t. XX).

Digitized by Google

ANNEXE AU CHAPITRE III.

Considérations générales sur la différenciation des tissus primaires de la racine comparée a celle des tissus primaires de la tige.

L'étude que nous venons de faire du méristème primitif de la racine de l'Ortie permet de reconnaître, dans ce méristème, deux groupes de cellules génératrices nettement caractérisées par la direction de leurs cloisonnements, ainsi que par les tissus permanents qu'elles produisent. Ce sont :

1° Un groupe profond, composé de quelques cellules isodiamétrales (i^1 et i^2) qui se divisent sans cesse et constituent le *méristème primitif proprement dit*. Les cellules-filles formées du côté du sommet reprennent les caractères des cellules-mères et régénèrent le méristème; les cellules-filles formées vers la base de la racine se recloisonnent surtout longitudinalement et donnent naissance à un cylindre central composé de jeunes éléments allongés dans le sens de l'axe, c'est-à-dire à un cordon de procambium. Ce cordon doit se différencier ensuite en un seul faisceau polycentre;

2° Le second groupe est composé d'éléments qui semblent aplatis radialement parce qu'ils se divisent surtout par des cloisons tangentielles à la façon des zones cambiformes. Ces éléments surmontent le méristème primitif proprement dit, et dans l'Ortie ils forment deux zones qu'on peut facilement distinguer, grâce à l'alternance que les éléments de l'une manifestent par rapport aux éléments de l'autre. La zone intérieure, composée des cellules i^3 et i^4, engendre, en direction centripète, le parenchyme cortical dont la couche interne constitue la gaine protectrice. La zone extérieure composée

Digitized by Google

des cellules i^5 produit, en direction centripète, également, les couches concentriques de la pilorhize dont la plus profonde se transforme en assise pilifère, après l'exfoliation des couches superficielles.

L'étude de la différenciation des tissus, dans le sommet végétatif de la racine de l'Ortie, justifie donc la nomenclature et le groupement adoptés dans les chapitres précédents pour les formations primaires de cette racine. En effet, les tissus primaires de la racine forment deux systèmes distincts :

1° *Le système libéro-ligneux,* représenté par un faisceau polycentre dont l'axe coïncide avec l'axe de l'organe tout entier. Dans le sommet végétatif, on voit que ce faisceau dérive du méristème primitif proprement dit (i^1 et i^2);

2° *Le système cortical* qui entoure le faisceau central. Ce système dérive des cellules génératrices à cloisonnement tangentiel qui, dans le sommet végétatif, se trouvent au-dessous du méristème primitif proprement dit (i^3, i^4, i^5). Les tissus corticaux de la racine de l'Ortie sont le parenchyme cortical centripète, d'une part, l'assise pilifère et la coiffe, d'autre part. *Ces tissus n'ont pas la valeur morphologique du tissu fondamental primaire de la tige ; aucun d'eux ne constitue un véritable épiderme.* Leur mode de formation est tout différent. Pour le prouver, il nous suffira de rappeler quelle est l'origine de chacun des tissus qui recouvrent le faisceau de la racine.

Le parenchyme cortical de l'Ortie dérive des initiales i^3 et i^4; il est produit par une série de cloisonnements tangentiels qui marchent de dehors en dedans : sa croissance est donc centripète (*). C'est ce que montrent parfaitement les figures 1 et 4 de la planche XXII. L'assise extérieure (c^1) du parenchyme cortical est déjà distincte au sommet même où elle est représentée par les initiales i^4, qui sont évidemment en rapport génétique avec les initiales i^3. En s'éloignant du sommet, on voit les initiales i^3 se diviser tangentiellement; des deux couches ainsi produites, l'intérieure se divise encore tangentiellement et ainsi de suite. Les couches c^2, c^3, c^4... apparaissent donc successivement et toujours de plus en plus vers l'intérieur. Suivant la vigueur

(*) La zone que plusieurs auteurs nomment *parenchyme cortical centrifuge* n'existe pas chez l'Ortie.

Digitized by Google

du sommet végétatif, le nombre de ces couches est plus ou moins considérable : dans la figure 1, planche XXI, et les figures 1 et 4, planche XXII, ce nombre est de cinq ; dans la figure 4, planche XXI, il est de six ou sept. Toujours la dernière couche, celle qui est en contact avec le cordon procambial, se transforme en gaine protectrice.

Une coupe transversale pratiquée très près du sommet du cône végétatif d'une racine (pl. XXI, fig. 2) confirme le mode de formation indiqué par les coupes radiales. On voit, en effet, le parenchyme cortical constitué de cinq couches de cellules disposées en séries radiales d'une régularité parfaite. La couche profonde qui s'est cloisonnée la dernière n'a pas encore pris les caractères de la gaine protectrice. Les couches suivantes sont formées d'éléments d'autant plus larges qu'on les considère plus près de la périphérie. Plus tard, la disposition en séries radiales régulières disparaît par suite du développement de certaines cloisons primitivement très réduites.

Dans la même figure 2, on voit le parenchyme cortical recouvert par une assise qui deviendra pilifère et que l'on reconnaît facilement parce que ses éléments ne peuvent se ramener aux séries radiales des couches précédentes. Cette assise est entourée elle-même par les éléments de la coiffe qui ont déjà, au niveau de la coupe, perdu la disposition radiale si manifeste sous le sommet végétatif de la coupe figure 4, planche XXII. Cette même coupe radiale montre, d'ailleurs, comment les cellules parfaitement sériées au sommet deviennent alternantes près des bords de la coiffe.

L'assise pilifère et la coiffe dérivent, par cloisonnement tangentiel, d'une même zone d'initiales i^5. Dans l'Ortie, comme dans beaucoup d'Angiospermes dicotylées, l'assise pilifère n'est que la couche la plus profonde de la pilorhize. Cette couche, mise à nu par l'exfoliation des couches superficielles, fonctionne pendant quelque temps comme surface absorbante, puis tombe à son tour.

Résumons maintenant la structure du sommet végétatif de la *tige* de l'Ortie. Nous avons constaté que ce sommet se compose d'un groupe de cellules qui se cloisonnent en tous sens et constituent *le méristème primitif proprement dit*. Il est difficile de reconnaître dans ce groupe des cellules

Digitized by Google

initiales correspondant aux divers tissus de la tige. Par contre, l'étude attentive des coupes transversales successives pratiquées dans cette région nous a démontré que le méristème primitif subit une série plus ou moins longue de fractionnements et de différenciations, d'où résulte l'apparition de deux systèmes de tissus permanents : *le système libéro-ligneux et le système fondamental.*

Le méristème primitif proprement dit de la tige est recouvert d'un *dermatogène,* c'est-à-dire d'une seule couche de cellules qui ne se divisent que par des cloisons perpendiculaires à la surface et qui prennent plus tard les caractères des cellules épidermiques. Le dermatogène est donc composé des initiales du *système épidermique.*

Il nous sera facile maintenant de comparer le sommet végétatif de la racine à celui de la tige et de tirer, de cette comparaison, des conséquences qui me paraissent de nature à bien faire apprécier les principales différences anatomiques qui existent entre ces deux sortes d'axes.

Le méristème primitif proprement dit de la racine se réduit à quelques cellules (i^1, i^2) situées *profondément,* c'est-à-dire à l'abri de tissus déjà différenciés (coiffe). Quelle que soit la vigueur de la végétation, ce méristème primitif ne se fractionne jamais comme celui de la tige : il ne produit qu'*un seul cordon de procambium* qui se différencie ultérieurement en *un seul faisceau polycentre.* Pour une même plante, le diamètre du sommet végétatif de la racine varie d'ailleurs dans des limites assez étroites.

Le méristème primitif proprement dit de la racine est surmonté d'un nombre plus ou moins grand de *cellules génératrices qui se cloisonnent surtout tangentiellement.* Ces cellules génératrices donnent naissance à des tissus de revêtement qui, dans le cas de leur plus grande complication, sont *le parenchyme cortical centripète, le parenchyme cortical centrifuge et la coiffe.* La gaîne protectrice, la membrane épidermoïdale, l'assise pilifère...., ne sont que des couches appartenant à l'un de ces trois tissus (*).

(*) L'assise pilifère se rattache à la pilorhize chez les Dicotylées, tandis qu'elle fait partie du parenchyme cortical chez les Monocotylées (Ch. FLAHAULT).

Digitized by Google

Très généralement, les tissus corticaux de la racine subissent une série d'exfoliations. La surface de la racine se renouvelle donc plusieurs fois : d'abord protectrice (coiffe), elle devient absorbante (assise pilifère) pour redevenir protectrice (membrane épidermoïdale). Finalement, les tissus corticaux primaires sont décortiqués par un liège que produit ordinairement le péricambium.

Le méristème primitif proprement dit de la tige, au contraire, se compose d'un plus grand nombre de cellules et il est *presque superficiel.* Ce méristème primitif proprement dit subit une série de fractionnements qui aboutit à l'établissement de *plusieurs cordons procambiaux.* Ces cordons sont d'autant plus nombreux et plus distincts que la végétation se produit avec plus de vigueur. Pour une même plante, le diamètre du sommet végétatif de la tige est d'ailleurs susceptible de grandes variations.

Chacun des cordons procambiaux se transforme en un *faisceau monocentre.* L'espace compris entre les faisceaux est occupé par *le tissu fondamental* dont les éléments dérivent du méristème primitif proprement dit, au même titre que les éléments du faisceau.

Le revêtement du méristème primitif est réduit ici à une seule couche de cellules qui constituent *le dermatogène.* En se divisant par des cloisons toujours perpendiculaires à la surface, les éléments de ce dermatogène produisent *l'épiderme* qui n'existe pas à la surface de la racine.

La surface de la tige ne varie pas pendant la période primaire; elle persiste même parfois pendant toute la période secondaire. C'est seulement lorsque l'accroissement diamétral secondaire est considérable que l'épiderme est décortiqué et souvent en même temps que le tissu fondamental primaire externe.

De grandes différences se manifestent donc entre la structure primaire de la tige et celle de la racine dès le sommet végétatif de ces deux sortes d'axes. Chercher à homologuer *tous* les tissus primaires de la racine à ceux de la tige, c'est méconnaître les caractères distinctifs les plus essentiels des tissus, ceux fournis par *l'origine* même de ces tissus.

Digitized by Google

On observe, il est vrai, dans la tige et dans la racine des tissus qui présentent un aspect presque identique; je citerai : le tissu fondamental interne et interfasciculaire de la tige et le tissu composé des fibres primitives interposées aux massifs ligneux et libériens du faisceau de la racine; le tissu fondamental externe de la tige et le parenchyme cortical de la racine; l'épiderme de la tige et la membrane épidermoïdale de la racine..... Les tissus que je viens d'énumérer sont *analogues,* c'est-à-dire que leur fonction est à peu près la même dans la tige et dans la racine. C'est pour cette raison que leur *aspect* est semblable. Leur origine, c'est-à-dire leur mode de formation étudié dans le sommet végétatif, prouve qu'ils ne sont pas *homologues;* en d'autres termes, qu'ils n'ont pas la même valeur morphologique (*).

Dans cette exposition de la structure des sommets végétatifs de l'Ortie, j'ai tâché de tenir compte des résultats acquis par mes devanciers. Il ne faut pas oublier, en effet, que dans la série végétale, la structure des sommets végétatifs de la tige et de la racine est sujette à de nombreuses variations. Pour ne parler que des végétaux pourvus de plusieurs cellules génératrices et non d'une seule cellule terminale, on sait, depuis les beaux travaux de MM. Nägeli, Hofmeister, Hanstein, Reinke, Russow, Strasbürger, Sachs, de Janczewski, Holle, Treub, Eriksson, Flahault, Schwendener...., que le nombre des zones de cellules initiales varie considérablement; en d'autres termes, que la spécialisation des cellules-mères est poussée plus ou moins loin dans le sommet végétatif. Il m'a paru que *toutes ces zones pouvaient se ramener à deux groupes : les unes formant le méristème primitif proprement dit, lequel donne naissance aux faisceaux et au tissu fondamental de la tige, ou bien à l'unique faisceau de la racine; les autres constituant des zones de recouvrement, telles que le dermatogène qui produit l'épiderme de la tige, telles encore que les couches de cellules à cloisonnement tangentiel qui engendrent les tissus corticaux de la racine.* Dans quelques cas spéciaux, ces deux grands

(*) Dans sa *Théorie du faisceau,* M. C.-E. Bertrand a appelé l'attention des anatomistes sur cette importante distinction. Les zoologistes, de leur côté, se gardent bien de confondre les organes *analogues* et les organes *homologues.*

Digitized by Google

groupes sont confondus en un seul formé des initiales communes à tous les tissus primaires de l'axe.

Les considérations qui précèdent nous permettent de résumer la structure primaire de la tige et de la racine par le tableau suivant :

	SOMMET VÉGÉTATIF.	TISSUS PERMANENTS.
TIGE.	Dermatogène.	1° *Système épidermique* formé par l'épiderme et ses dépendances tels que poils, glandes, etc.
		2° *Système libéro-ligneux* toujours représenté par plusieurs faisceaux monocentres composés chacun de bois et de liber. Ces faisceaux sont groupés en systèmes nettement définis par leur origine et par leur rôle.
	Méristème primitif proprement dit.	3° *Système fondamental* dans lequel on peut distinguer topographiquement une région externe, des régions interfasciculaires et une région interne. Il se caractérise souvent en plusieurs fois et on peut dès lors reconnaître dans le tissu fondamental des portions intersystématiques et des portions intrasystématiques. Des différenciations plus ou moins importantes se manifestent dans ce système et produisent des tissus tels que l'hypoderme, la couche herbacée, la gaîne ou les massifs mécaniques, etc.
RACINE.	Cellules génératrices dont les cloisonnements sont surtout tangentiels.	1° *Système cortical* composé (lors de sa plus grande complication) d'une pilorhize, d'un parenchyme cortical centrifuge et d'un parenchyme cortical centripète. L'assise pilifère, la membrane épidermoïdale, la gaîne protectrice ne sont que des assises spéciales se rattachant à l'un de ces trois tissus.
	Méristème primitif proprement dit.	2° *Système libéro-ligneux* toujours représenté par un seul faisceau polycentre formé de bois et de liber ainsi que d'éléments peu déférenciés, tels que les fibres primitives et le péricambium.

Digitized by Google

RÉSUMÉ & CONCLUSIONS.

Il ne sera pas inutile, en terminant cette longue étude des organes végétatifs de l'Ortie, de résumer brièvement les principaux résultats auxquels nous sommes arrivés, et de montrer leur application à l'anatomie comparée.

PREMIÈRE PARTIE.

LA TIGE.

Nous avons commencé par l'étude complète, dans le temps et dans l'espace, du segment [1] de la tige principale, segment dont la structure est, en effet, la plus simple. A ce premier terme nous avons ensuite comparé les segments suivants, qui composent les tiges aériennes et souterraines de divers ordres; celles-ci ont été prises dans différentes conditions biologiques. Un segment choisi à une assez grande hauteur a été étudié en détail et à tous les âges : sa structure compliquée a été comparée à la structure simple du segment [1]. Nous avons terminé par l'étude complète d'un segment tout spécial comprenant la partie supérieure de l'axe hypocotylé et le nœud cotylédonaire. Cette région nous a montré de quelle façon se fait la mise en rapport des éléments de la racine principale avec ceux de la tige.

Pour chaque segment étudié d'une manière complète, nous avons d'abord recherché quelles sont, à un même niveau, les variations de la structure suivant l'*âge;* nous avons ensuite étudié la structure dans toute l'*étendue* de ce segment et dans diverses *conditions biologiques*.

Toute tige, de quelque ordre qu'elle soit, constitue *un tout, une individualité morphologique* composée d'une région d'insertion et d'un nombre

Digitized by Google

indéfini de segments superposés. Ceux-ci sont comme autant d'*unités* d'un ordre inférieur.

Outre les faisceaux cotylédonaires, l'axe hypocotylé renferme deux faisceaux qui se trifurquent et s'anastomosent par leurs branches latérales de manière à constituer les quatre faisceaux de la tige principale. La région d'insertion des tiges axillaires possède une organisation semblable, mais est dépourvue des appendices qui correspondraient aux cotylédons. Les faisceaux de la tige sont disposés symétriquement par rapport à deux plans : l'un de ces plans passe par les deux faisceaux d'insertion et peut s'appeler *plan d'insertion;* l'autre est perpendiculaire au premier et constitue un *plan principal de symétrie.*

Chaque segment porte, en son milieu, un nœud auquel sont insérés deux feuilles opposées, quatre stipules caulinaires et deux bourgeons axillaires. Il a été reconnu que la structure varie aux divers niveaux d'un segment et que l'organisation des divers segments varie suivant leur âge, leur hauteur sur la tige, ainsi que suivant les conditions biologiques. Rappelons ces principales variations.

1° *Suivant le niveau.*

Chaque segment renferme *six faisceaux sortants,* savoir : *deux faisceaux foliaires ou médians* (*m*) qui se rendent respectivement dans l'une des feuilles et *quatre faisceaux stipulaires ou latéraux* (*l*) qui se ramifient en pénétrant dans les stipules. Une ramification de chacun de ces faisceaux se dirige vers la feuille et s'anastomose avec l'une des branches latérales de la trifurcation des faisceaux médians.

Chaque segment renferme, en outre, *des faisceaux réparateurs,* savoir : quatre faisceaux M qui, par leurs anastomoses et leurs ramifications, doivent constituer les deux systèmes L du segment suivant; deux faisceaux L et souvent quatre faisceaux λ qui, par leurs anastomoses et leurs ramifications, doivent constituer les deux systèmes M du segment suivant. Quatre petits arcs anastomotiques réunissent les faisceaux M aux faisceaux λ, un peu au-dessus du niveau de la sortie. Les bourgeons axillaires enfin reçoivent chacun

Digitized by Google

deux faisceaux insérés dans l'arcade anastomotique formée par les deux faisceaux M au-dessus de la sortie de *m*.

Les divers faisceaux que renferme un segment ont été désignés par des notations qui indiquent le rôle et la position de chacun d'eux. Quel que soit leur nombre, ces faisceaux forment toujours quatre groupes que nous avons appelés *systèmes*. Le groupement des faisceaux en systèmes a été justifié par l'histoire du développement de la tige.

2° *Suivant la hauteur.*

Arrivés à un même âge, par exemple à la période primaire, les divers segments qui composent une tige quelconque ne sont pas identiques. Quoique appartenant tous à un *même type,* ils manifestent des différences très notables qui portent principalement sur le nombre et le parcours des faisceaux. En suivant, de bas en haut, une série de segments consécutifs, on constate, en effet, que la ramification des faisceaux réparateurs devient de plus en plus précoce, c'est-à-dire qu'elle s'opère à un niveau de plus en plus inférieur dans les divers segments. Le trajet des faisceaux, comme branches distinctes, s'allonge donc; leur parcours se modifie dans l'étendue du segment en même temps que leur nombre augmente aux divers niveaux.

Sous le nom de *modèle,* nous avons décrit les principales formes du parcours des massifs libéro-ligneuses primaires et secondaires. Ces modèles constituent de simples points de repère dans la longue série des variations. Ils peuvent aisément se caractériser par le nombre des faisceaux ou des lames libéro-ligneuses secondaires à un niveau déterminé, par exemple, à la base du segment.

Un grand nombre de tiges de divers ordres ont été étudiées à divers degrés de développement. Des tableaux synoptiques résumant la structure de ces tiges nous ont démontré l'augmentation du nombre des faisceaux et la complication graduelle de leur parcours dans une série de segments superposés.

L'augmentation du nombre des faisceaux primaires que l'on constate, en s'élevant dans une tige quelconque, est corrélative à l'accroissement diamétral du sommet végétatif. Les variations du parcours ne sont qu'une consé-

Digitized by Google

quence des variations du nombre des massifs parcourants. La largeur du sommet végétatif peut servir de mesure à la vigueur de la végétation. Les variations de la structure suivant la hauteur sont donc le résultat des variations de la vigueur de la végétation. Celle-ci peut être comparée à un *mouvement accéléré* dont la trace est conservée par la structure primaire.

Faible au début, la végétation de chaque pousse nouvelle augmente graduellement de vigueur jusqu'à ce qu'une cause extérieure vienne mettre un terme à sa croissance. Si longues que fussent les tiges d'Ortie étudiées, nous n'avons, en effet, pu trouver l'indication d'une série de segments à structure décroissante succédant à la série croissante. Ce fait semble indiquer que dans des conditions favorables, les tiges de l'*Urtica dioica* pourraient prendre un très grand développement et peut-être même devenir arborescentes. Les types ligneux ne sont d'ailleurs pas rares dans la famille des Urticées.

3° *Suivant les conditions biologiques.*

Les conditions de vie influent beaucoup sur la vigueur de la végétation. Aussi voyons-nous que les variations de la structure suivant la hauteur sont d'autant plus rapides et plus étendues que les plantes se sont développées dans des conditions plus favorables. Nous avons comparé la végétation à un mouvement accéléré; nous ajouterons que l'*accélération* produite par la végétation est un coefficient variable dont la valeur dépend du milieu dans lequel le phénomène se produit.

On peut remarquer que la structure de l'axe hypocotylé, de même que celle du segment [1] de la tige principale, se laisse peu influencer par les conditions dans lesquelles se fait la germination. L'organisation de ces deux régions est déjà, en effet, ébauchée dans l'embryon.

Les conditions de vie ont également une influence directe sur la composition des tissus, comme, par exemple, sur le diamètre des vaisseaux, l'épaississement des fibres ligneuses et libériennes, la sclérification des éléments du $T/^2$ interne, la quantité des éléments libéro-ligneux secondaires par rapport au $T/^2$, etc.

Digitized by Google

4° *Suivant l'âge.*

Le sommet végétatif de la tige se compose d'un *méristème primitif proprement dit* recouvert par un *dermatogène*. Au sein du méristème primitif se manifeste une première différenciation : celle d'un tissu fondamental de première formation qui circonscrit quatre cordons méristématiques. Ces quatre cordons correspondent aux quatre systèmes de faisceaux. Dans les segments étroits, chacun des quatre cordons méristématiques se transforme en un seul cordon procambial. Dans les segments larges, les cordons méristématiques subissent, au contraire, une série plus ou moins longue de fractionnements. Dans ce dernier cas, il y a formation d'un nombre variable de cordons procambiaux isolés par du tissu fondamental de deuxième et parfois de troisième formation. La différenciation libéro-ligneuse se manifeste successivement dans les divers cordons procambiaux qui se transforment en autant de faisceaux primaires monocentres. Dans ceux-ci se montre de bonne heure une zone génératrice secondaire. Peu de temps après, des zones génératrices apparaissent également dans le tissu fondamental interfasciculaire.

Le méristème primitif de la tige donne donc naissance à deux systèmes de tissus primaires : le *système libéro-ligneux*, toujours représenté par plusieurs faisceaux, le *système fondamental* qui isole ces faisceaux. Le dermatogène produit le *système épidermique*, c'est-à-dire l'épiderme et ses dépendances.

Nous avons reconnu que les zones génératrices secondaires ne fonctionnent pas toutes de la même manière. Suivant la fréquence des cloisonnements cellulaires, ainsi que d'après le mode de différenciation des éléments produits, il y a lieu de distinguer des zones *cambiales* et des zones *cambiformes*.

La zone génératrice secondaire, formée de bonne heure dans chaque faisceau, est généralement un cambium qui produit du bois secondaire contre le bois primaire et du liber secondaire contre le liber primaire. Les zones interfasciculaires sont primitivement toutes cambiformes, c'est-à-dire qu'elles engendrent du $T/^2$ interne et externe. Le premier de ces deux tissus se compose d'éléments prismatiques, les uns parenchymateux, les autres

Digitized by Google

fortement sclérifiés; ces deux sortes d'éléments sont disposés par bandes concentriques, parfois irrégulièrement interrompues (*).

Tôt ou tard le fonctionnement des zones génératrices secondaires se modifie. Les zones cambiales se transforment en cambiformes d'une manière totale ou partielle, temporaire ou définitive. Les productions libéro-ligneuses des faisceaux se découpent en un nombre de plus en plus grand de *lames libéro-ligneuses* séparées par des *lames rayonnantes* de Tf^2. Du remplacement de certaines portions des zones cambiformes par de petits arcs cambiaux résulte la formation de lames libéro-ligneuses secondaires *isolées* dans le Tf^2. Ces lames isolées occupent la place de certains faisceaux primaires (λ) qui ne se montrent que plus haut dans la tige. C'est ce fonctionnement variable des zones génératrices secondaires qui donne aux tissus de l'Ortie un aspect tout particulier et une disposition en apparence anomale.

La composition si singulière des faisceaux sortants dont le bois et le liber primaires sont ordinairement séparés par du Tf^2, s'explique par la présence d'une zone cambiforme dans ces faisceaux. Lorsque les faisceaux sortants se rendent dans des feuilles très développées, ils renferment, au contraire, une

(*) M. S. Fugairon a étudié le développement des tissus *sous* le sommet végétatif d'*une tige* d'Ortie. Il a trouvé que ce développement présente « une ressemblance remarquable » avec le développement de l'*axe hypocotylé* du Ricin décrit par M. J. Sachs dans son *Traité de botanique*. En réalité, M. S. Fugairon n'a observé que le développement des productions secondaires et la ressemblance remarquable dont il parle se réduit à ce fait que, dans le Ricin comme dans l'Ortie, il se forme des zones génératrices secondaires entre les faisceaux. Or, cette ressemblance on la retrouve entre presque toutes les Dicotylées dont la tige présente un accroissement secondaire. A raison de cette similitude et de quelques autres caractères peu importants, M. S. Fugairon se croit autorisé à rapprocher la famille des Urticées de celle des Euphorbiacées.

« Une certaine analogie » que le même auteur signale entre l'Ortie et les Pipéracées à double système ligneux n'est pas plus heureuse. Pour qui a compris le fonctionnement des zones cambiformes, il ne peut être question du moindre rapprochement à faire entre les *massifs* LIGNEUX *primaires des faisceaux* SORTANTS *de l'Ortie* et les *faisceaux* LIBÉRO-LIGNEUX RÉPARATEURS qui occupent la région centrale des tiges de beaucoup de Pipéracées.

J'ai cru devoir faire ces observations parce que, comme M. S. Fugairon, je suis persuadé que l'*Anatomie* est appelée à rendre d'utiles services à la *Systématique*, mais c'est à la condition que la structure de chaque type soit parfaitement interprétée et qu'on fasse un choix judicieux des caractères.

Digitized by Google

zone cambiale et des productions libéro-ligneuses secondaires parfaitement caractérisées.

Le nombre des lames libéro-ligneuses augmente rapidement avec l'âge. Cette augmentation est corrélative à l'accroissement diamétral du segment pendant la période secondaire. Quel qu'en soit le nombre, il est toujours possible, par une étude attentive, de rattacher les lames libéro-ligneuses aux quatre systèmes des faisceaux primaires. Les premiers massifs libéro-ligneux secondaires ont le même parcours que les faisceaux primaires, mais à mesure que le nombre des lames augmente, leur parcours se modifie et réalise des modèles de plus en plus compliqués. Ceux-ci appartiennent toujours au même type que les parcours des faisceaux primaires; seulement les lames libéro-ligneuses qui correspondraient aux faisceaux sortants ne se caractérisent ordinairement pas.

Les lames libéro-ligneuses sont séparées les unes des autres par des lames rayonnantes de $T/^2$. Ces dernières rappellent, par leur disposition, les grands rayons médullaires qui, dans la Clématite et d'autres plantes, ont une longueur au moins égale à un entrenœud. Dans ces longues lames parenchymateuses, on observe des bandes radiales étroites et de faible hauteur, formées, comme les petits rayons médullaires de beaucoup de nos arbres, par des cellules allongées dans le sens du rayon.

En étudiant, dans toute leur étendue et de bas en haut, des tiges de divers ordres, nous avons trouvé fixée, par l'état des formations primaires, l'histoire du développement de ces tiges : leur *ontogénie,* peut-on dire. D'autre part, l'histoire du développement d'un segment à structure compliquée nous a révélé que ce segment passe, pendant la période qui précède la différenciation des tissus primaires, par une série d'états qui sont permanents dans les segments situés plus bas le long de la même tige. C'est ainsi que nous avons été amené à dire que l'*organogénie de la tige répète son ontogénie.* En effet, les variations du parcours des faisceaux suivant la hauteur et les conditions biologiques sont de même ordre que les variations du parcours des cordons méristématiques et procambiaux, des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires dans un même segment.

Digitized by Google

L'étude de la distribution des massifs libéro-ligneux à tous les âges a été singulièrement facilitée par la notion des *systèmes de faisceaux primaires et de lames libéro-ligneuses secondaires*. Un système semblable résulte du fractionnement progressif et de la différenciation d'un seul cordon méristématique. Il se compose de toutes les branches issues les unes des autres par ramification. Cette ramification des faisceaux se fait d'autant plus vite que la végétation est plus vigoureuse. Ainsi s'explique le remplacement d'un faisceau monocentre à une seule trachée première par un faisceau monocentre à plusieurs trachées premières et finalement par plusieurs faisceaux monocentres. L'apparition de lames libéro-ligneuses secondaires n'est même que le prélude de la division des faisceaux, comme le démontre le tableau de la planche XI. Ce tableau résume *les variations, dans le temps et dans l'espace, d'un faisceau quelconque*.

Considéré dans l'ensemble de la tige, chacun des quatre systèmes fonctionne successivement comme médian et comme latéral. En se superposant, les divers segments d'une tige s'orientent donc de manière que le plan médian d'un segment quelconque est perpendiculaire au plan médian du segment précédent. De là résulte la disposition opposée-décussée des feuilles.

Toute tige d'Ortie est constituée par quatre systèmes homologues. Pour connaître d'une manière complète l'organisation de la tige, il suffit donc de connaître l'histoire du développement et le parcours d'un quelconque de ces systèmes. Fondée sur l'organogénie, la notion des systèmes de faisceaux paraît appelée à devenir utile à l'anatomie comparée.

DEUXIÈME PARTIE.

LA FEUILLE.

Nous avons fait d'abord l'étude complète, dans le temps et dans l'espace, de la structure des cotylédons, ainsi que des feuilles [1] de la tige principale. A ces feuilles [1], dont la structure est la plus simple, nous avons ensuite com-

Digitized by Google

paré les feuilles suivantes qui garnissent les axes de divers ordres. Nous avons distingué une série à complication croissante le long des tiges aériennes et une série dégradée le long des rhizomes. Nous avons, enfin, examiné en détail, à tous les âges et dans toute son étendue, une feuille choisie parmi les plus compliquées.

Pour chaque feuille étudiée d'une manière complète, nous avons recherché son organogénie, ses caractères extérieurs à l'état adulte, le parcours des faisceaux dans toute l'étendue, la composition histologique à divers niveaux et à divers âges, et enfin l'influence des conditions biologiques.

Nous avons reconnu que la structure des organes appendiculaires varie suivant les mêmes facteurs que la structure des segments : de plus, les variations de la feuille et de la tige sont toujours de même sens et jusqu'à un certain point corrélatives. Nous nous bornerons à rappeler les principales modifications de la structure :

1° *Suivant le niveau.*

La feuille primordiale ne reçoit qu'un seul faisceau : le faisceau sortant médian de la tige. Chaque stipule reçoit un faisceau sortant latéral. Au moment de sortir, les faisceaux médians se trifurquent et leurs branches latérales s'anastomosent avec une ramification fournie par chacun des faisceaux latéraux ou faisceaux stipulaires. Trois faisceaux pénètrent donc dans chaque pétiole.

L'insertion des nervures des divers ordres est susceptible de grandes variations en rapport avec l'importance de ces nervures. Néanmoins, cette insertion se fait toujours d'après un même *type*. Celui-ci n'est qu'une modification du parcours des faisceaux qui, dans la tige, concourent à la production d'une feuille primordiale et d'un bourgeon axillaire. Ce fait est intéressant au point de vue de la théorie de la feuille.

La feuille ne possède qu'un seul plan de symétrie qui passe par le faisceau médian et par l'axe de la tige.

Les cotylédons et les feuilles [1] de la tige principale nous ont offert un organe embryonnaire nouveau : une glande terminale. Les cotylédons possè-

Digitized by Google

dent également une glande à eau à l'extrémité de leur nervure médiane. Toutes les feuilles possèdent des organes semblables à l'extrémité des nervures les plus importantes, ainsi que sur le réseau anastomotique formé par les nervures les plus délicates.

2° *Suivant la hauteur.*

A mesure qu'on s'élève le long d'une tige, on reconnait que les caractères anatomiques des appendices se compliquent en même temps que leurs caractères extérieurs. Le nombre de faisceaux distincts augmente en raison de la puissance de végétation que les appendices possèdent au début, puissance qui dépend elle-même de la vigueur du sommet végétatif de la tige. Aussi, voyons-nous les appendices se compliquer en même temps que la structure des segments.

Des ramifications qui se produisent à la base du pétiole portent de trois à cinq et même à sept le nombre des faisceaux pétiolaires. Quel que soit leur nombre, ces faisceaux ne constituent qu'un seul système. Trois modèles principaux ont été reconnus dans les feuilles. Ces modèles appartiennent tous à un même type et peuvent se caractériser par le nombre de faisceaux qui parcourent le pétiole.

Le nœud cotylédonaire ne porte pas de stipules : les faisceaux sortants médians existent seuls et ne se ramifient que pour donner naissance aux nervures. Au point de vue des caractères anatomiques, aussi bien que des caractères extérieurs, les cotylédons sont des feuilles rudimentaires.

3° *Suivant les conditions biologiques.*

Les conditions de vie ont une influence plus marquée sur la structure des feuilles que sur celle de la tige; il faut cependant excepter les cotylédons dont l'organisation est déjà ébauchée dans la graine. Les variations suivant

Digitized by Google

les conditions biologiques sont de même ordre que les variations suivant la hauteur. L'un des caractères de la dégradation des feuilles le long des rhizomes est le peu d'isolement, de distinction des parties qui restent fusionnées, confondues.

4° *Suivant l'âge.*

L'organogénie a montré que les appendices apparaissent sous forme de six mamelons disposés en verticille autour de l'axe. Chacune des pièces de ce verticille reçoit un cordon méristématique. De même que chacun des cordons méristématiques caulinaires, le cordon méristématique foliaire est susceptible de se transformer en un seul faisceau ou de subir une série de fractionnements et de différenciations qui aboutit à la formation d'un système de faisceaux monocentres. Ceux-ci montrent de bonne heure une zone cambiale. Les productions libéro-ligneuses secondaires forment un massif continu qui ne se divise jamais en lames libéro-ligneuses comme dans la tige. Il ne se forme jamais non plus de zones génératrices secondaires dans le tissu fondamental.

Les tissus de la feuille, comme ceux de la tige, appartiennent à l'un des trois systèmes suivants : *système libéro-ligneux, système fondamental et système épidermique.*

L'organisation des six mamelons qui était sensiblement la même pour tous au début se diversifie : deux appendices, plus favorisés, se transforment en feuilles, tandis que les quatre autres, homologues des précédents, deviennent des stipules. Des quatre systèmes de faisceau que renferme un segment quelconque de la tige, les deux médians fournissent donc un faisceau à chaque feuille, tandis que les deux latéraux fournissent un faisceau à chaque stipule. Ces quatre systèmes sont disposés symétriquement par rapport à deux plans rectangulaires; l'unique système de faisceaux de la feuille ne présente qu'un seul plan de symétrie.

Digitized by Google

TROISIÈME PARTIE.

LA RACINE.

La structure de la racine a été étudiée d'abord à tous les âges en un point quelconque. Elle a été ensuite examinée dans toute l'étendue des racines de divers ordres. Le sommet végétatif a fait l'objet de recherches spéciales et son organisation a été comparée à celle du sommet végétatif de la tige.

La racine n'étant point divisible en segments ne présente pas de variations suivant le niveau. Les variations suivant les conditions biologiques sont peu importantes, de sorte que nous ne rappellerons ici que les variations suivant l'âge et l'étendue.

1° *Suivant l'âge.*

Le sommet végétatif de la racine embryonnaire, aussi bien que celui d'une racine quelconque en voie de développement, se compose d'un *méristème primitif proprement dit,* recouvert par un nombre plus ou moins grand de *cellules génératrices* dont les cloisonnements sont surtout *tangentiels.* Le méristème primitif proprement dit est réduit à quelques cellules et ne subit jamais de fractionnement; il produit un seul cordon procambial qui se transforme en un seul faisceau primaire polycentre. L'axe de ce faisceau coïncide avec l'axe de l'organe tout entier. Le *système libéro-ligneux* est donc indivis, le *système fondamental* n'existe pas. L'absence de dermatogène entraine également l'absence de *système épidermique.*

Les cellules génératrices à cloisonnement tangentiel donnent naissance à la coiffe, au parenchyme cortical centrifuge et au parenchyme cortical centripète. Dans leur ensemble, ces tissus constituent le *système cortical* qui recouvre le faisceau.

Les tissus primaires de la racine de l'Ortie comprennent un faisceau bicentre, un parenchyme cortical centripète qui commence par la gaine

Digitized by Google

protectrice, et une pilorhize dont l'assise la plus profonde devient pilifère. Les tissus secondaires sont tous intrafasciculaires. Ils se composent de massifs libéro-ligneux disposés souvent en lames rayonnantes et d'un Tf^2 abondamment développé.

2° *Suivant l'étendue.*

A mesure qu'il s'éloigne de la base, le sommet végétatif de la racine s'élargit graduellement, mais cet accroissement de vigueur est très limité. Les variations de la structure suivant la hauteur se réduisent à une augmentation du nombre des éléments qui composent chacun des tissus primaires.

Le présent travail a fait connaître, j'espère, en même temps que la structure d'un type dicotylé intéressant à plusieurs points de vue, l'amplitude des variations que la structure d'une plante peut subir dans le temps et dans l'espace. Il me reste à indiquer, par un exemple, les conséquences qui résultent, pour l'anatomie comparée, de l'existence de ces variations.

M. S. Fugairon a étudié anatomiquement la tige dans un grand nombre de genres et d'espèces d'Urticées. Pour chaque espèce, il s'est borné, malheureusement, à l'examen de quelques points complètement indéterminés; la structure des régions nodales a été entièrement négligée. M. S. Fugairon a cherché cependant à distinguer, par des caractères anatomiques, un certain nombre de genres et d'espèces. Pour faciliter cette distinction, il a établi des clefs dichotomiques. Je ne puis m'occuper ici que du tableau qui contient la diagnose de huit espèces appartenant au genre *Urtica*. J'ai le regret de devoir dire qu'aucune des particularités signalées dans ce tableau ne me paraît constituer un caractère spécifique *absolu, attendu que toutes ces particularités se retrouvent dans le seul Urtica dioica à certains âges et en certains points.*

Les particularités indiquées comme caractéristiques de diverses espèces d'Ortie sont :

1° *Le nombre déterminé ou variable des faisceaux ligneux; leur disposition symétrique ou l'absence de cette disposition.* Le nombre des massifs ligneux

Digitized by Google

n'est jamais constant. Le nombre des faisceaux primaires varie, dans une même tige, suivant la hauteur du segment considéré et suivant le niveau dans un même segment; il varie aussi d'une tige à une autre suivant les conditions biologiques. Le nombre des lames libéro-ligneuses secondaires se modifie non seulement suivant la hauteur, le niveau et les conditions biologiques, mais il augmente encore avec l'âge en un point quelconque.

La symétrie existe toujours par rapport à deux plans rectangulaires, mais elle peut être dissimulée par le développement plus ou moins irrégulier des lames libéro-ligneuses secondaires;

2° *La présence ou l'absence de faisceaux ligneux intramédullaires.* Ce que l'auteur nomme faisceaux ligneux intramédullaires n'est que la partie ligneuse primaire des faisceaux sortants. Ordinairement les productions libéro-ligneuses secondaires de ces faisceaux sont remplacées par du tissu fondamental secondaire et les trachées paraissent alors isolées dans la moelle. Dans les segments vigoureux situés à une hauteur assez grande, les faisceaux sortants montrent, au contraire, du bois et du liber secondaires parfaitement caractérisés. Dans ce cas, M. S. Fugairon dit qu'il n'y a pas de faisceaux ligneux intramédullaires.

Toute la différence se réduit donc au mode de fonctionnement des zones génératrices secondaires comprises dans les faisceaux sortants. Ces zones génératrices fonctionnent tantôt comme cambiforme et tantôt comme cambium, selon la hauteur du segment considéré et suivant les conditions de vie de la plante;

3° *La présence ou l'absence des faisceaux complémentaires* (faisceaux λ). Suivant l'âge et la hauteur des segments, ces faisceaux peuvent faire complètement défaut, ou bien être représentés par une lame libéro-ligneuse secondaire ou même par un faisceau primaire qui se développe ensuite normalement;

4° *La position des grands et des petits faisceaux par rapport aux côtés et aux angles d'un hexagone.* Dans le tout jeune âge, les plus grands faisceaux sont les faisceaux sortants, plus tard ce sont les faisceaux réparateurs. La forme de la section dépend du nombre et de l'importance relative des faisceaux : elle se modifie donc suivant les quatre facteurs que nous avons

Digitized by Google

distingués et surtout suivant l'âge. Il arrive même qu'à certain moment le contour de la section est tel qu'on peut indifféremment faire coïncider les angles de l'hexagone soit avec les grands, soit avec les petits faisceaux;

5° *La présence ou l'absence de zones de parenchyme intraligneux.* La présence de parenchyme (Tf^2 interne) dans le bois secondaire est le résultat de la transformation totale ou partielle de l'arc cambial en cambiforme. Celui-ci reprend plus tard les caractères du cambium pour se transformer de nouveau en cambiforme et ainsi de suite. Ces modifications de l'activité des zones génératrices sont sous la dépendance des conditions de vie;

6° *L'épaisseur de la couche collenchymateuse de l'hypoderme, le diamètre des fibres corticales, des fibres ligneuses et des vaisseaux.* Ces caractères varient également suivant la hauteur du segment et les conditions biologiques.

Les caractères auxquels M. S. Fugairon a eu recours pour distinguer les diverses espèces d'Ortie varient trop pour qu'on puisse s'en servir *d'une manière absolue,* c'est-à-dire sans l'indication des circonstances de temps et de lieu. D'ailleurs, en anatomie comparée, comme en phytographie, il faut *choisir* les caractères spécifiques; mais, pour choisir en connaissance de cause, il est nécessaire de connaître d'abord quelles sont les variations, leurs lois et leur amplitude. Lorsqu'on aura étudié la structure d'un certain nombre de types d'une manière complète dans le temps et dans l'espace, on ne sera plus exposé à considérer comme caractéristiques certaines dispositions qui dépendent de l'âge, du niveau ou de la hauteur du point que l'on considère.

Puisque la structure varie suivant *l'âge, le niveau, la hauteur* et *les conditions biologiques,* il est indispensable de préciser ces quatre facteurs lorsqu'on décrit la structure en un point quelconque. Négliger cette précaution, c'est s'exposer à comparer des points qui ne sont pas réellement comparables. Il ne peut résulter d'une étude semblable que des conclusions erronées.

Je crois donc que, dans l'état actuel de la science, l'anatomie comparée des végétaux exige la connaissance de la structure dans toute l'étendue et à tous les âges de la plante.

Digitized by Google

EXPLICATION DES PLANCHES.

Toutes les figures qui accompagnent ce mémoire ont été dessinées à la chambre claire et pour la plupart à un très fort grossissement. Les dessins ainsi obtenus ont ensuite été réduits par la photographie. Le grossissement réel est indiqué à côté de chaque figure.

Abréviations.

ass. p.	Assise pilifère.
ax. h.	Axe hypocotylé.
B^1.	Bois primaire.
B^2.	Bois secondaire.
Cb.	Cambium.
Cbf.	Cambiforme.
Cf.	Coiffe ou pilorhize.
C. gr.	Cellule grillagée
Cot.	Cotylédon.
Cy.	Cystolithe.
ép.	Épiderme.
fe.	Feuille.
f. b.	Fibre ligneuse.
f. l.	Fibre libérienne.
f. pr.	Fibre primitive.
gl. e.	Glande à eau.
gl. t.	Glande terminale.
Gp.	Gaîne protectrice.
L^1.	Liber primaire.
L^2.	Liber secondaire.
Lg.	Liège.
m. pr.	Méristème primitif.
m. rh.	Membrane rhizogène.
n.	Nœud.
ox.	Oxalate de chaux (mâcle d').
pcb.	Procambium.
p. cort.	Parenchyme cortical.
p. gl.	Poil glandulifère.
p. p.	Poil piquant.
p. ur.	Poil urticant.
r.	Racine.
s.	Suspenseur.
st.	Stipule.
t.	Trachée.
t^1,	Première trachée (centre de différenciation ligneuse).
Tf^1.	Tissu fondamental primaire.
Tf^2.	Tissu fondamental secondaire. En exposant : e = externe. i = interne.
tg.	Tige.
v.	Vaisseau.

Digitized by Google

Notation des faisceaux de la tige :

M. Faisceau réparateur du système médian.

m. Faisceau sortant médian ou faisceau foliaire.

L. Faisceau réparateur du système latéral.

l. Faisceau sortant latéral ou faisceau stipulaire.

λ. Sorte de faisceau réparateur du système latéral.

i. Faisceau d'insertion.

c. Faisceau cotylédonaire.

En exposant : *m*. = médian.
d. = droit.
g. = gauche.
a. = antérieur.
p. = postérieur.

Les exposants numériques indiquent le numéro du segment dans lequel le faisceau considéré remplit son rôle.

Notation des faisceaux du pétiole :

m Faisceau médian du pétiole; il forme la continuation du faisceau sortant médian de la tige.

l^{1d} et l^{1g}. Faisceaux latéraux droit et gauche les plus voisins du faisceau *m*.

l^{2d} et l^{2g}. Faisceaux latéraux droit et gauche plus éloignés de *m* que l^{1d} et l^{1g}.

l^{3d} et l^{3g}, Etc.

Notation des nervures basilaires :

M. Nervure médiane.

L^{1d} et L^{1g}. Nervures basilaires-latérales les plus voisines de M.

L^{2d} et L^{2g}. Nervures basilaires-latérales plus éloignées de M que L^{1d} et L^{1g}.

L^{3d} et L^{3g}, Etc.

Digitized by Google

PLANCHES I à XXIII.

Digitized by Google

PREMIÈRE PARTIE.

LA TIGE.

Planche I.

Base du segment[1] de la tige principale. — Structure à tous les âges.

Fig. 1. Section transversale d'ensemble au stade méristématique.

2. La même section à un fort grossissement montrant le dermatogène et le méristème primitif avec l'indication de deux cordons procambiaux.

3. Section transversale au stade procambial : dans chacun des faisceaux M une première trachée déjà différenciée constitue le *centre de la différenciation ligneuse du faisceau.*

4. Section transversale d'ensemble au moment de la différenciation libéro-ligneuse primaire.

5. Un faisceau M de la coupe précédente grossi davantage. On y remarque l'apparition précoce d'une zone génératrice secondaire (cambium) intrafasciculaire.

6. Une jeune plante d'*Urtica dioica* âgée d'une quinzaine de jours et provenant d'un semis fait dans un terrain riche et humide. *n* indique le niveau auquel a été pratiquée la coupe suivante (fig. 7 et 8).

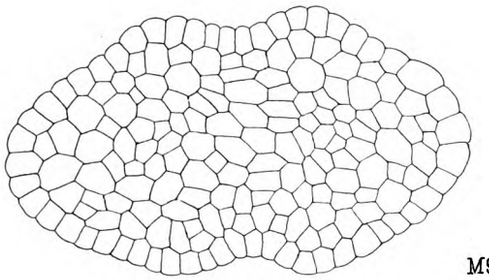
7. Section transversale d'ensemble au moment de l'établissement de la zone génératrice secondaire (cambiforme) interfasciculaire.

8. Un faisceau M de la coupe précédente grossi davantage.

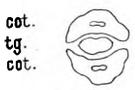
9. Une jeune plante d'*Urtica dioica* provenant d'une graine ayant germé spontanément au pied d'une haie morte dans un sol sec. Cette plante est certainement beaucoup plus âgée que celle de la figure 6. *n* indique le niveau auquel a été pratiquée la coupe suivante (fig. 10).

10. Un des faisceaux M au niveau *n* de la plante précédente. Ce faisceau, arrivé exactement au même degré de développement que celui de la figure 8, en diffère cependant notablement par le diamètre et le mode d'épaississement des éléments qui le composent.

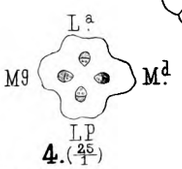
Digitized by Google



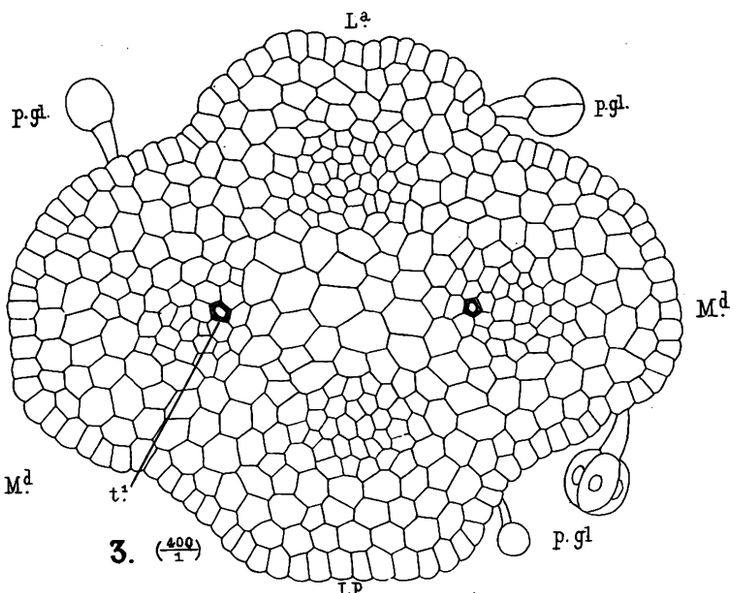
2. $(\frac{350}{1})$



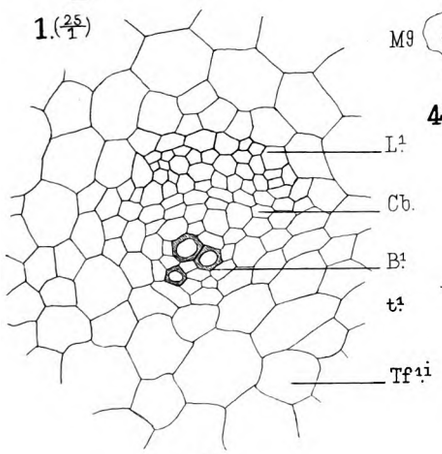
1. $(\frac{25}{1})$



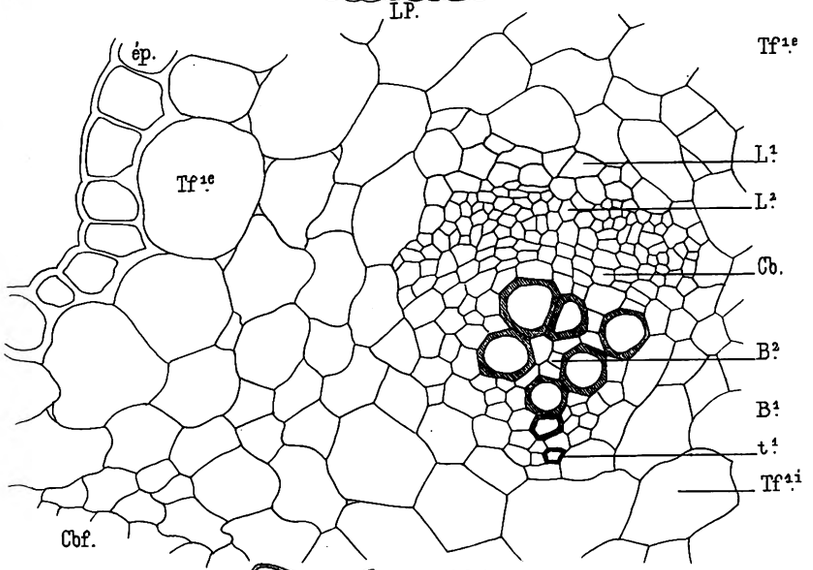
4. $(\frac{25}{1})$



3. $(\frac{400}{1})$

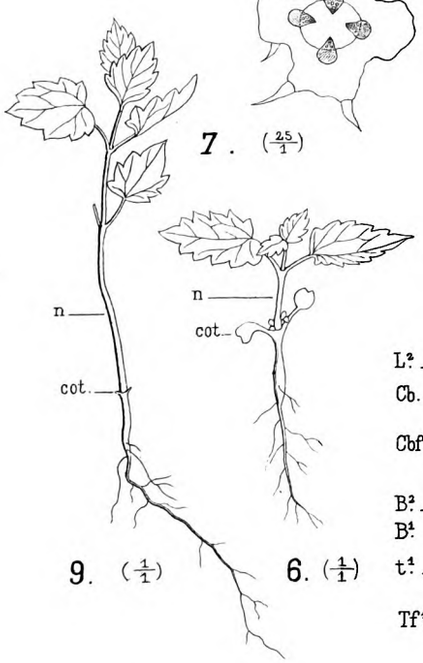


5. $(\frac{350}{1})$



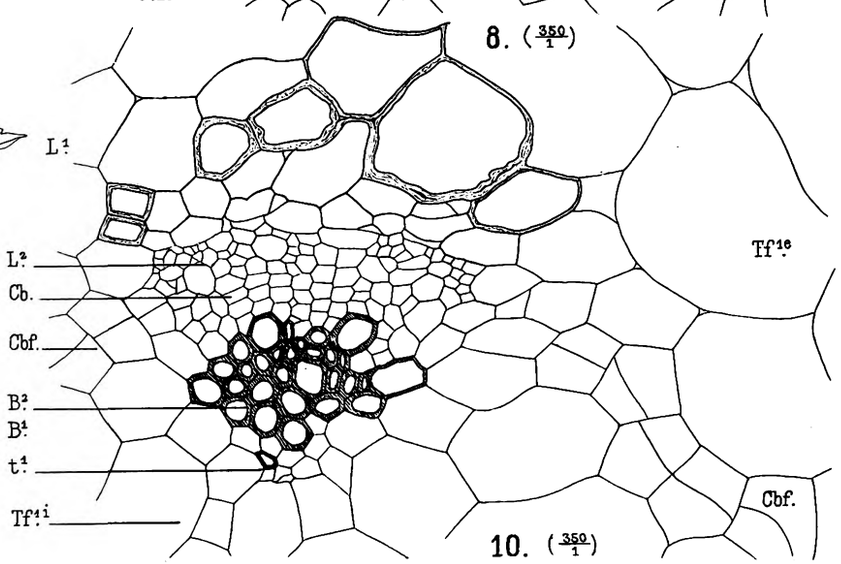
8. $(\frac{350}{1})$

7. $(\frac{25}{1})$



9. $(\frac{1}{1})$

6. $(\frac{1}{1})$



10. $(\frac{350}{1})$

A. Gravis, ad nat. del

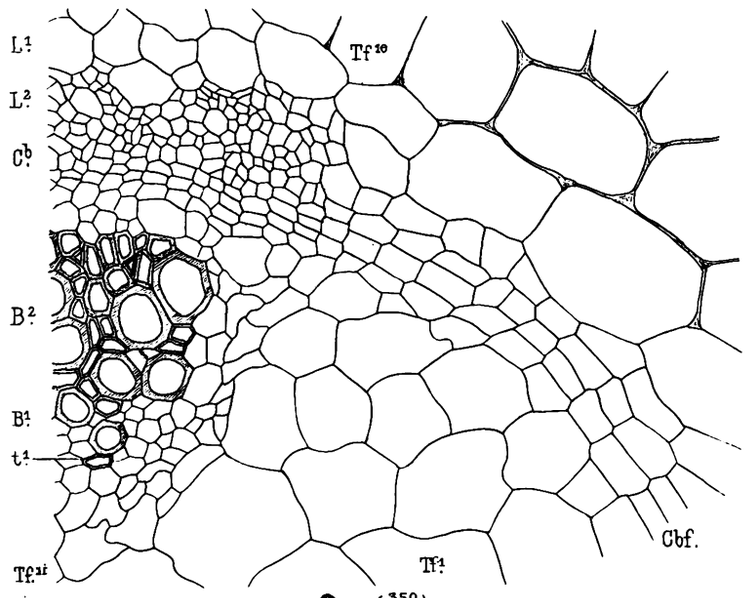
G. Severeyns, lith. Bruxelles

BASE DU SEGMENT[1] DE LA TIGE PRINCIPALE.
STRUCTURE A TOUS LES ÂGES.

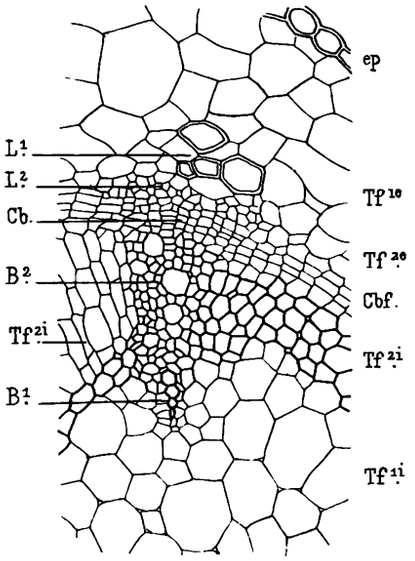
Digitized by Google

Digitized by Google

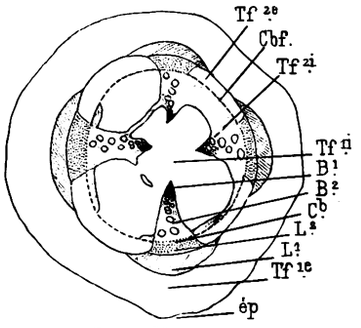
Digitized by Google



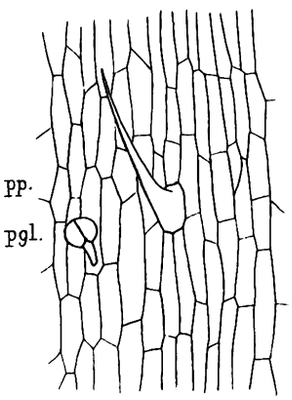
2. $(\frac{350}{1})$



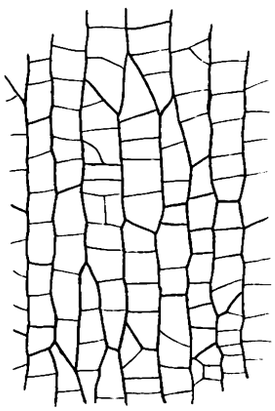
4. $(\frac{110}{1})$



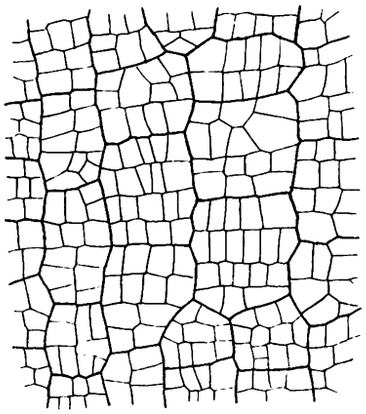
3. $(\frac{30}{1})$



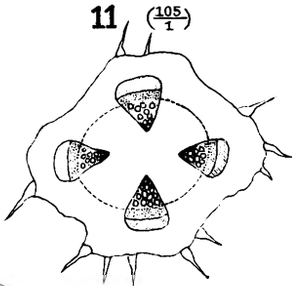
10. $(\frac{105}{1})$



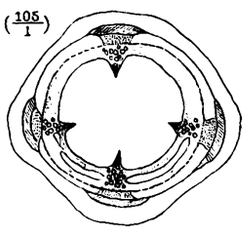
11. $(\frac{105}{1})$



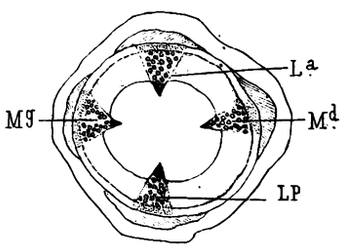
12. $(\frac{105}{1})$



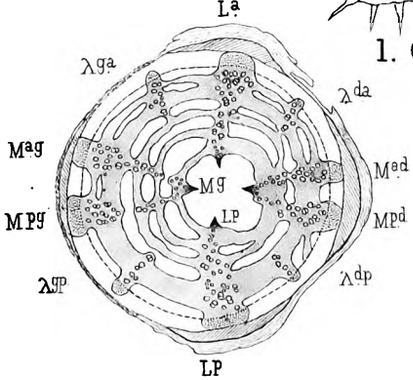
1. $(\frac{25}{1})$



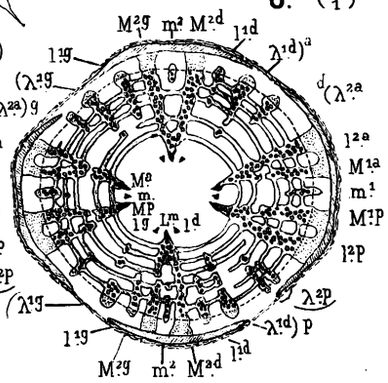
6. $(\frac{15}{1})$



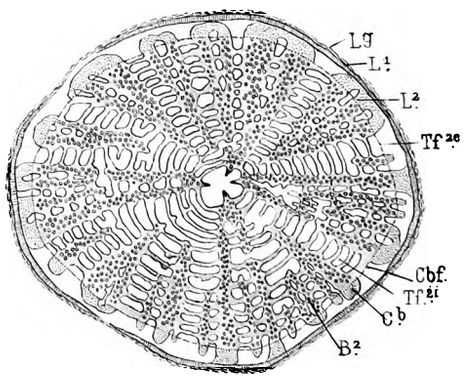
5. $(\frac{15}{1})$



7. $(\frac{15}{1})$



8. $(\frac{6}{1})$



9. $(\frac{6}{1})$

A Gravis, ad nat del

G. Severeyns, lith Bruxelles

BASE DU SEGMENT DE LA TIGE PRINCIPALE.
STRUCTURE A TOUS LES ÂGES.

Digitized by Google

Planche II.

Base du segment [1] *de la tige principale. — Structure à tous les âges* (suite).

Fig. 1. Section transversale d'ensemble peu après l'établissement de la zone génératrice secondaire interfasciculaire.

2. Un faisceau M de la coupe précédente grossi davantage.

3. Section transversale d'ensemble à la période secondaire ancienne.

4. Faisceau M^a de la coupe précédente. Les zones cambiale et cambiforme sont en pleine activité.

5, 6. Sections transversales d'ensemble à la base du segment [1] de tiges principales ayant six ou sept entrenœuds distincts. On remarquera la distribution variable des zones sclérenchymateuses et parenchymateuses qui composent le $T/^2$ interne.

7. Section transversale d'ensemble à la base du segment [1] d'une tige ayant dix entrenœuds distincts.

8. Section transversale d'ensemble à la base du segment [1] d'une tige principale ayant dix-sept entrenœuds distincts.

9. Section transversale d'ensemble à la base du segment [1] d'une tige principale plus développée encore.

10, 11, 12. Épiderme de l'entrenœud [1] d'une tige principale à trois âges différents.

Digitized by Google

Planche III.

Base du segment 1 de la tige principale. — Histologie.

Fig. 1. Portion d'une coupe transversale montrant les productions primaires et secondaires du faisceau.

2. Coupe radiale passant par le milieu d'un faisceau.

3. Suite de la coupe précédente.

4. Coupe tangentielle passant par le liber secondaire.

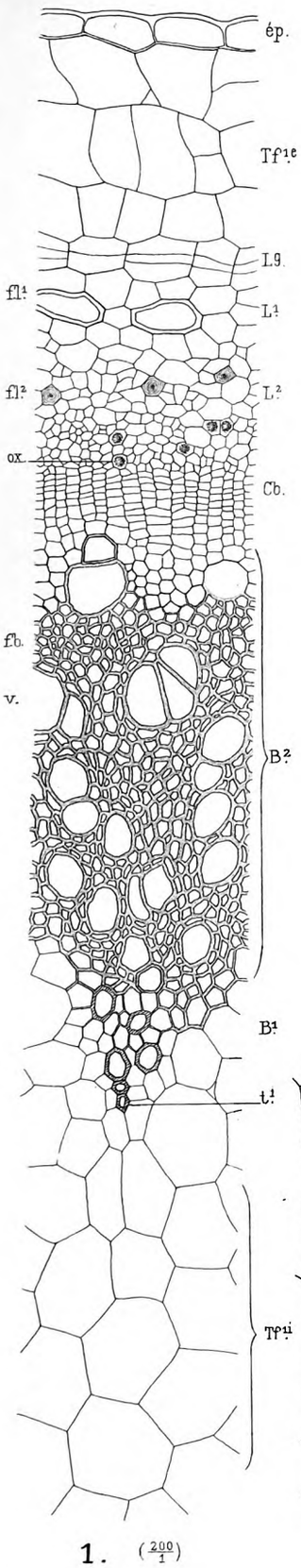
5. Coupe tangentielle passant par le cambium.

6. Coupe tangentielle passant par le bois secondaire.

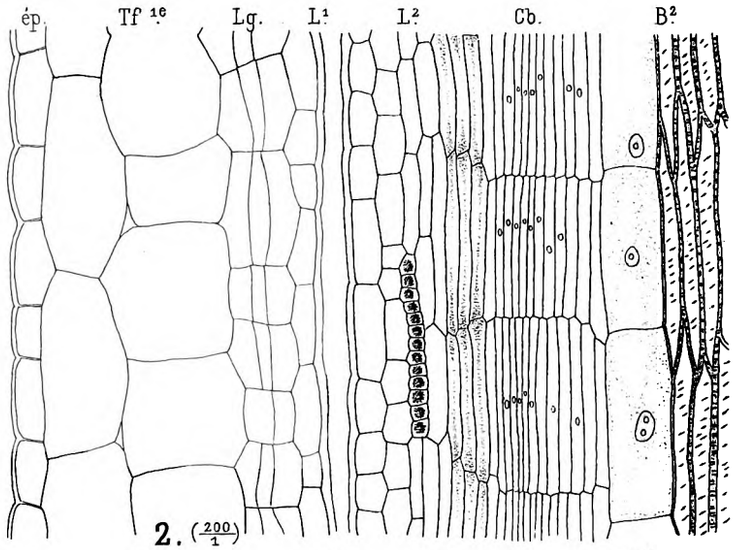
7. Région moyenne d'une fibre libérienne primaire.

8. Extrémité de la même.

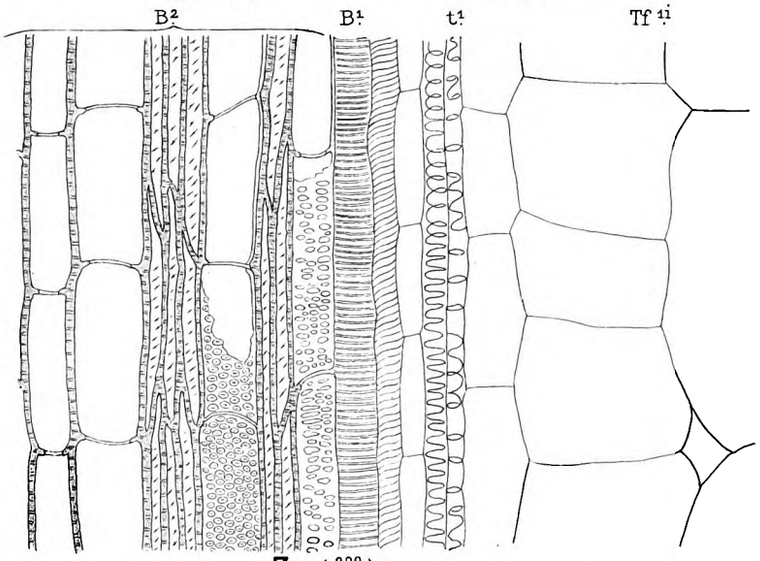
Digitized by Google



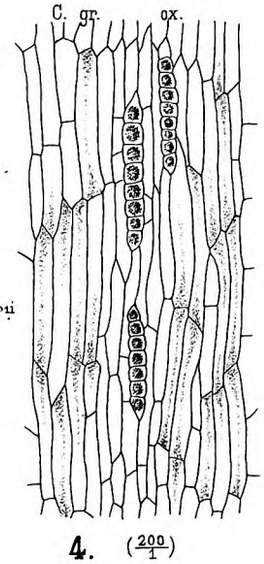
1. $(\frac{200}{1})$



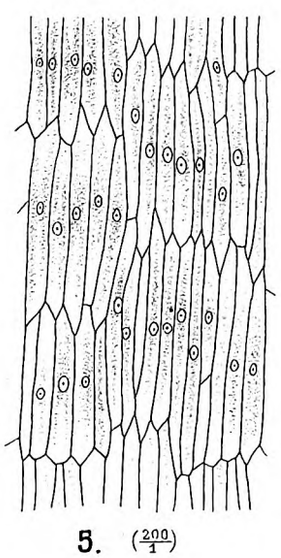
2. $(\frac{200}{1})$



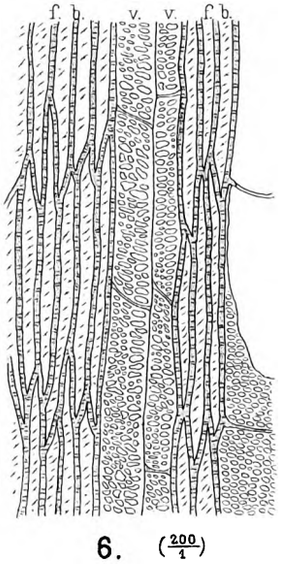
3. $(\frac{200}{1})$



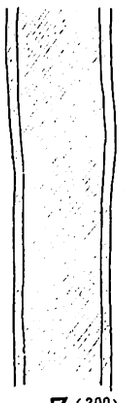
4. $(\frac{200}{1})$



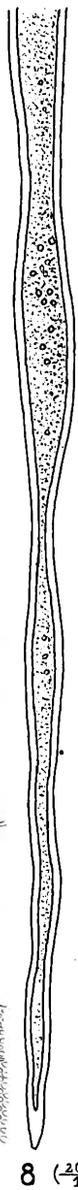
5. $(\frac{200}{1})$



6. $(\frac{200}{1})$



7. $(\frac{200}{1})$



8 $(\frac{200}{1})$

A Gravis, ad nat del

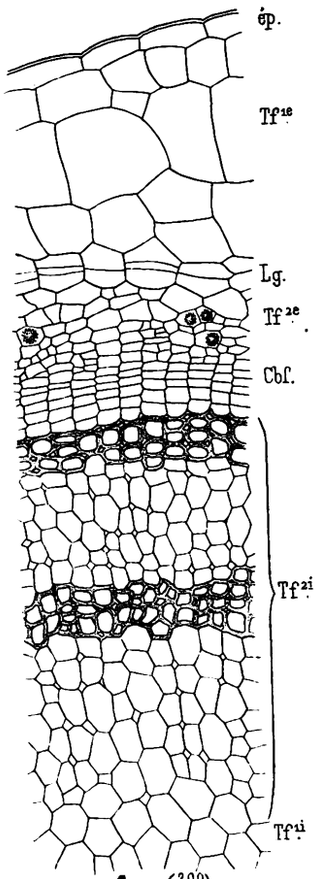
G Severeyns, lith. Bruxelles.

BASE DU SEGMENT[1] DE LA TIGE PRINCIPALE.
HISTOLOGIE.

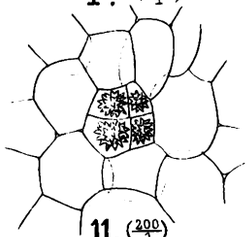
Digitized by Google

Digitized by Google

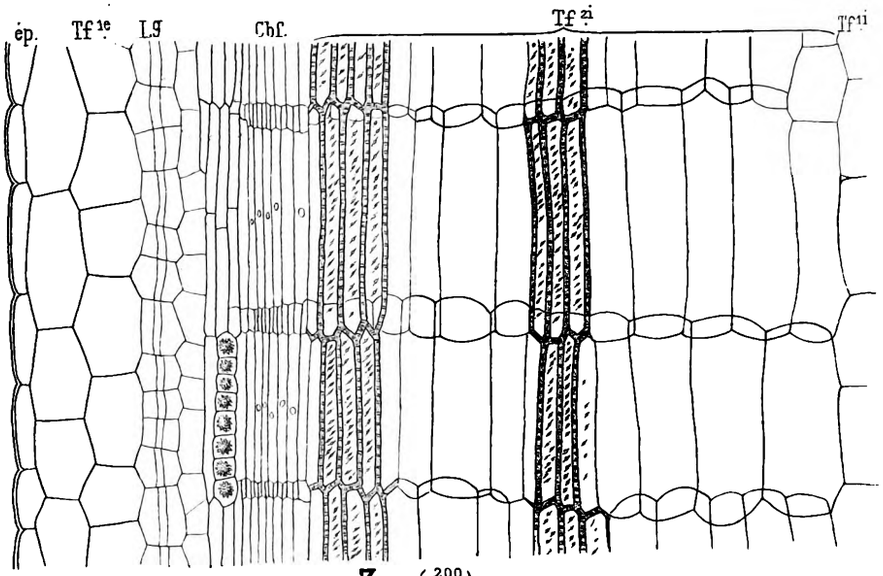
Digitized by Google



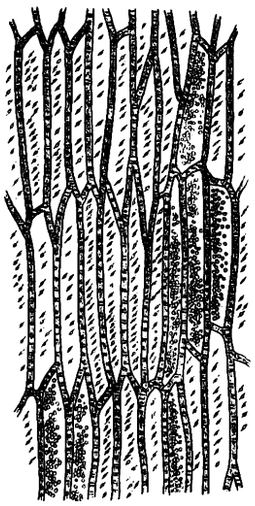
1. $(\frac{200}{1})$



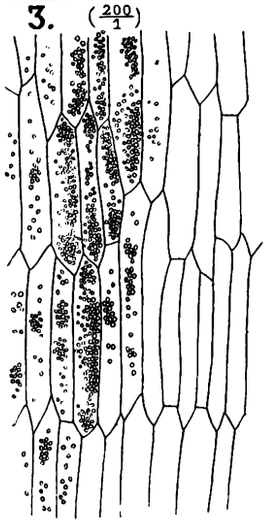
11. $(\frac{200}{1})$



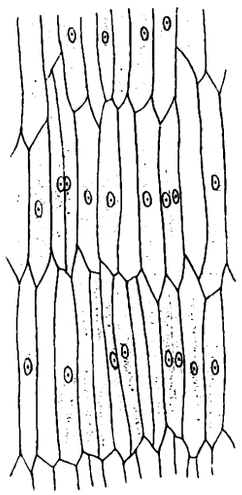
3. $(\frac{200}{1})$



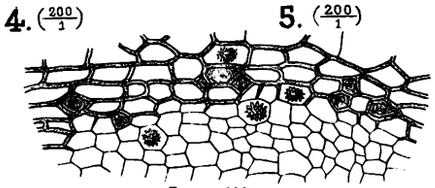
4. $(\frac{200}{1})$



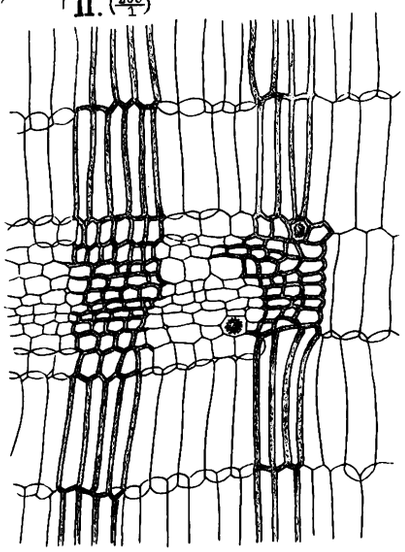
5. $(\frac{200}{1})$



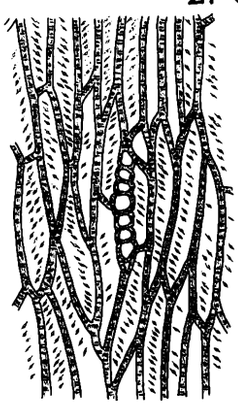
6. $(\frac{200}{1})$



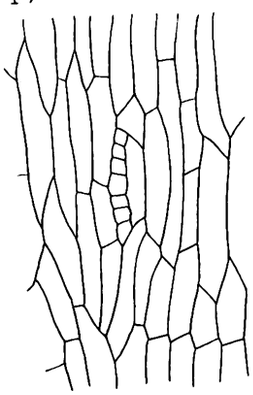
2. $(\frac{500}{1})$



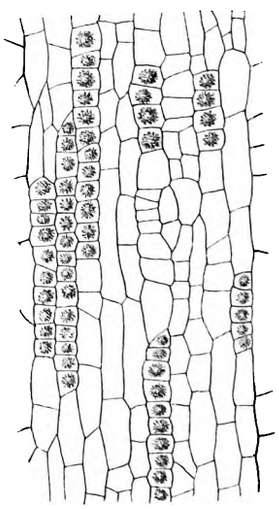
8. $(\frac{150}{1})$



9. $(\frac{150}{1})$



10. $(\frac{150}{1})$



7. $(\frac{200}{1})$

A Gravis, ad nat del.

G. Severeyns, lith. Bruxelles

BASE DU SEGMENT[1] DE LA TIGE PRINCIPALE.

HISTOLOGIE.

Digitized by Google

Planche IV.

Base du segment 1 de la tige principale. — Histologie (suite).

Fig. 1. Portion d'une coupe transversale montrant les formations primaires et secondaires du tissu fondamental.

2. Portion d'une coupe transversale du $T/^2$ externe montrant de petites fibres très épaissies dont la plupart alternent avec les séries cellulaires radiales.

3. Coupe radiale passant entre deux faisceaux.

4. Coupe tangentielle passant par une zone sclérenchymateuse du $T/^2$ interne Dans cette figure, de même que dans la précédente, les grains d'amidon qui remplissent les cellules n'ont été représentés que dans quelques-unes d'entre elles.

5. Coupe tangentielle passant par une zone parenchymateuse du même $T/^2$ interne.

6. Coupe tangentielle passant par le cambiforme.

7. Coupe tangentielle passant par le $T/^2$ externe.

8. Coupe radiale à travers le $T/^2$ interfasciculaire montrant une lame formée de petits éléments allongés radialement (rayon médullaire secondaire des auteurs). Le centre de la tige se trouve du côté droit de la figure.

9, 10. Coupes tangentielles dans le $T/^2$ interne rencontrant une lame semblable. La première coupe passe par une zone sclérenchymateuse, la seconde par une zone parenchymateuse du $T/^2$ interne.

11. Portion du tissu fondamental primaire interne (coupe transversale) montrant une cellule recloisonnée qui contient quatre mâcles d'oxalate de chaux.

Digitized by Google

Planche V.

Segment 1 de la tige principale. — Parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires à différents âges.

Fig. 1. Parcours des faisceaux primaires dans le segment 1 d'une tige principale n'ayant qu'un seul entrenœud distinct. (La base de ce segment est représentée par la figure 4, pl. I.)

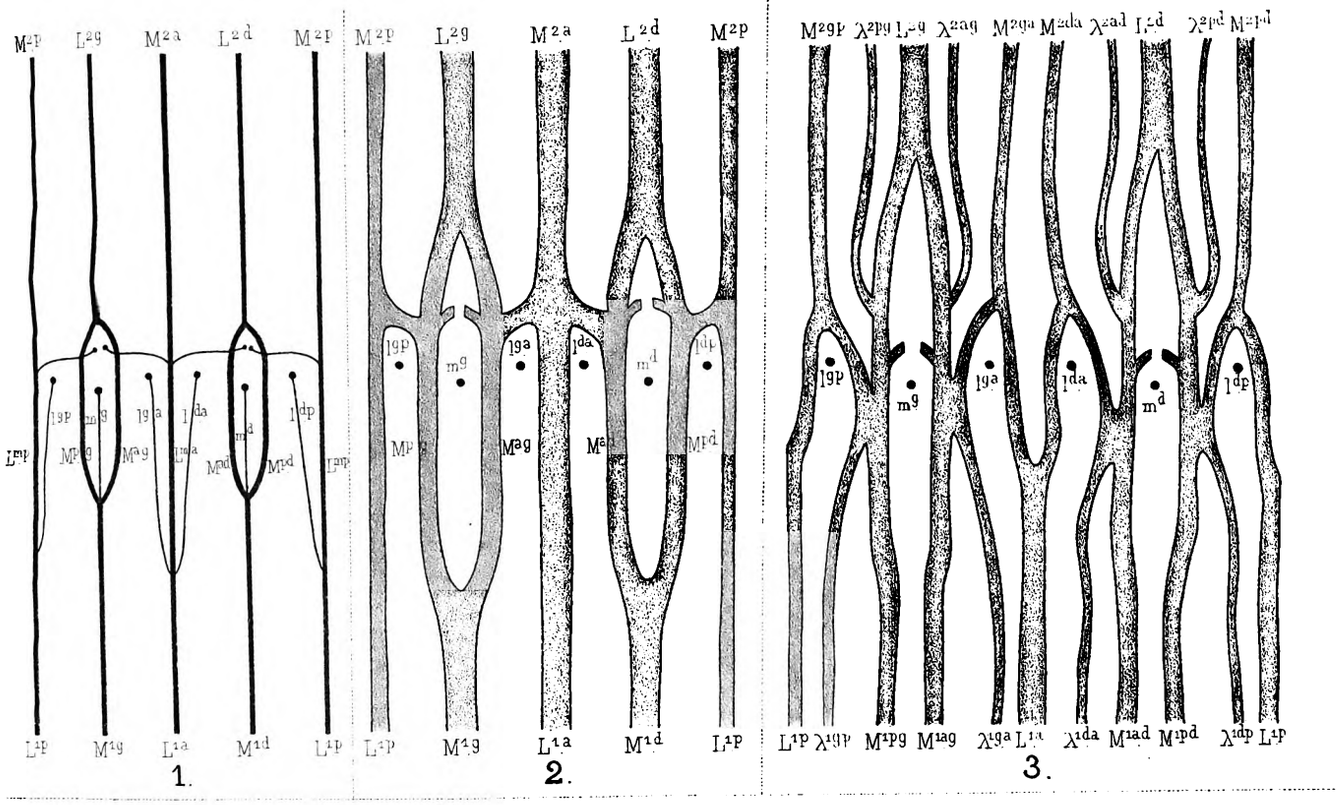
2. Parcours des productions secondaires anciennes dans le segment 1 d'une tige principale ayant quatre entrenœuds distincts. (La base de ce segment est représentée par la figure 3, pl. II.)

3. Parcours des productions secondaires récentes dans le segment 1 d'une tige principale ayant dix entrenœuds distincts. (La base de ce segment est représentée par la figure 7, pl. II.)

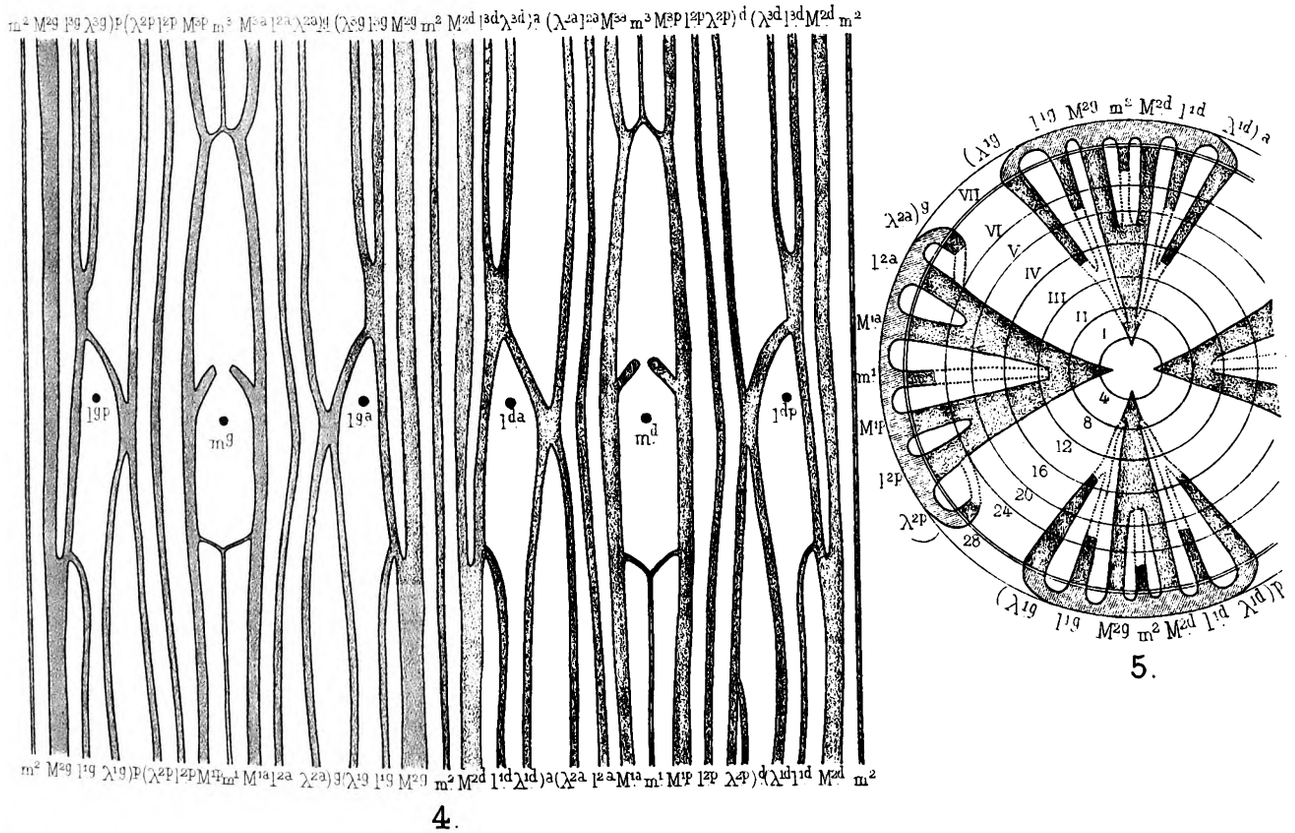
4. Parcours des productions secondaires les plus récentes dans le segment 1 d'une tige principale ayant dix-sept entrenœuds distincts. (La base de ce segment est représentée par la figure 8, pl. II.)

5. Dessin schématique représentant la structure à la base du segment 1 de la tige principale de dix-sept entrenœuds distincts (pl. II, fig. 8). Il montre les relations existant entre les faisceaux primaires, les lames libéro-ligneuses secondaires et les lames rayonnantes de T/2 (rayons médullaires secondaires des auteurs).

Digitized by Google



1. 2. 3.



4.

5.

A. Gravis, ad nat. del

SECMENT DE LA TIGE PRINCIPALE.

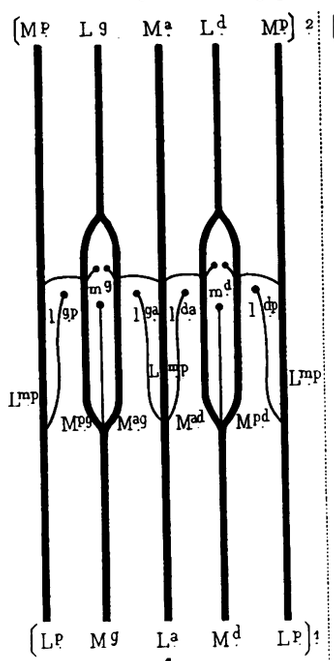
G. Severeyns, lith. Bruxelles

PARCOURS DES FAISCEAUX PRIMAIRES ET DES LAMES LIBERO-LIGNEUSES SECONDAIRES.

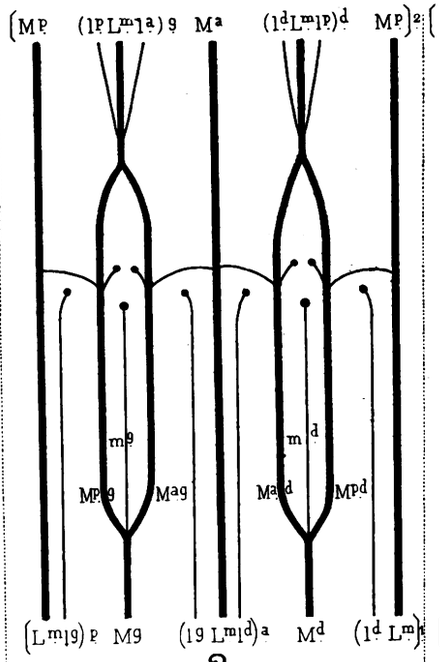
Digitized by Google

Digitized by Google

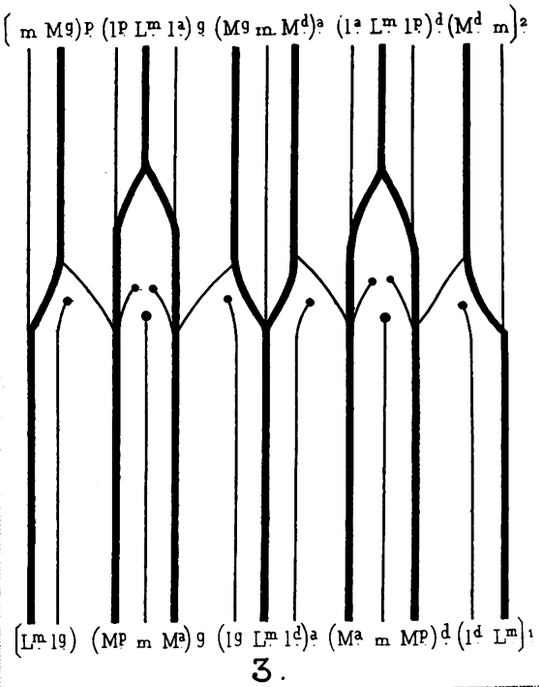
Digitized by Google



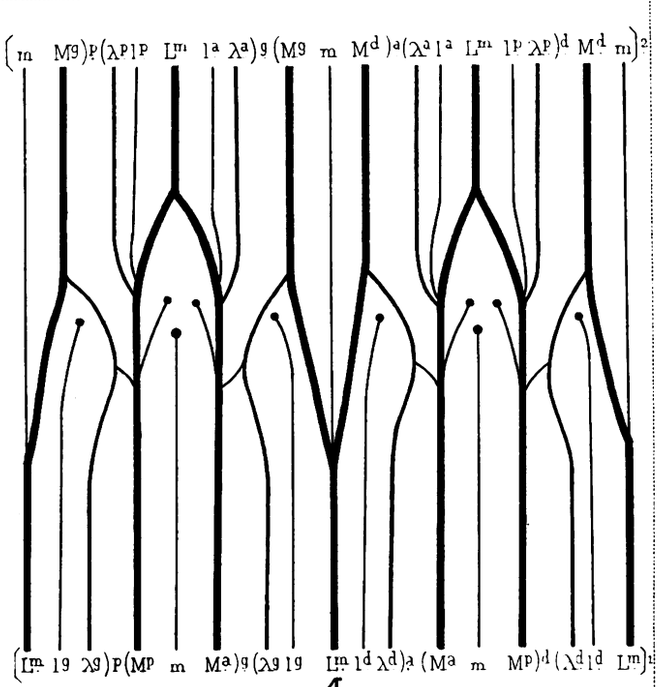
1.



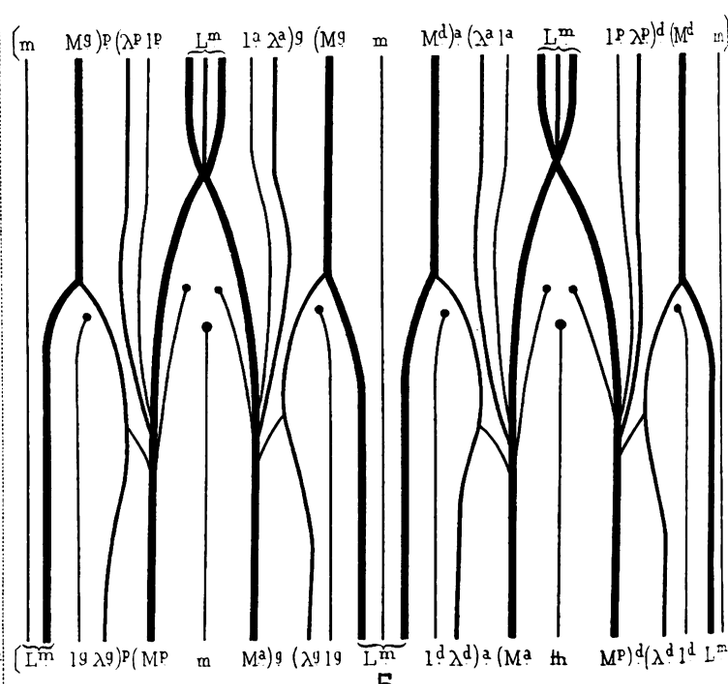
2.



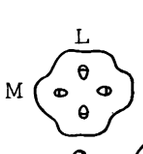
3.



4.

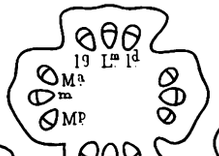


5.

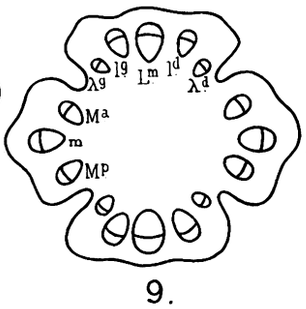


6.

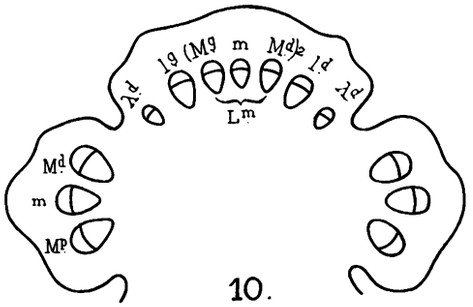
7.



8.



9.



10.

A Gravis, ad nat del

C. Severeyns, lith. Brux.

MODÈLES DE PARCOURS.

Digitized by Google

Planche VI.

Modèles de parcours.

Fig. 1. Modèle I.

2. Modèle II.

3. Modèle III.

4. Modèle IV.

5. Modèle V.

6. Base d'un segment du modèle I.

7. Base d'un segment du modèle II.

8. Base d'un segment du modèle III.

9. Base d'un segment du modèle IV.

10. Base d'un segment du modèle V.

Ces cinq dernières figures représentent, au grossissement uniforme de $\frac{10}{1}$, des coupes pratiquées à la base de segments tous arrivés au même degré de développement, au moment de l'apparition des zones génératrices secondaires interfasciculaires.

Digitized by Google

Planche VII.

La tige dans toute son étendue.

Fig. 1. Développement du parcours des faisceaux primaires dans l'axe hypocotylé et dans les segments consécutifs d'une tige principale ayant six entrenœuds distincts. Les régions internodales ont été supprimées, le trajet des faisceaux étant rectiligne dans ces régions.

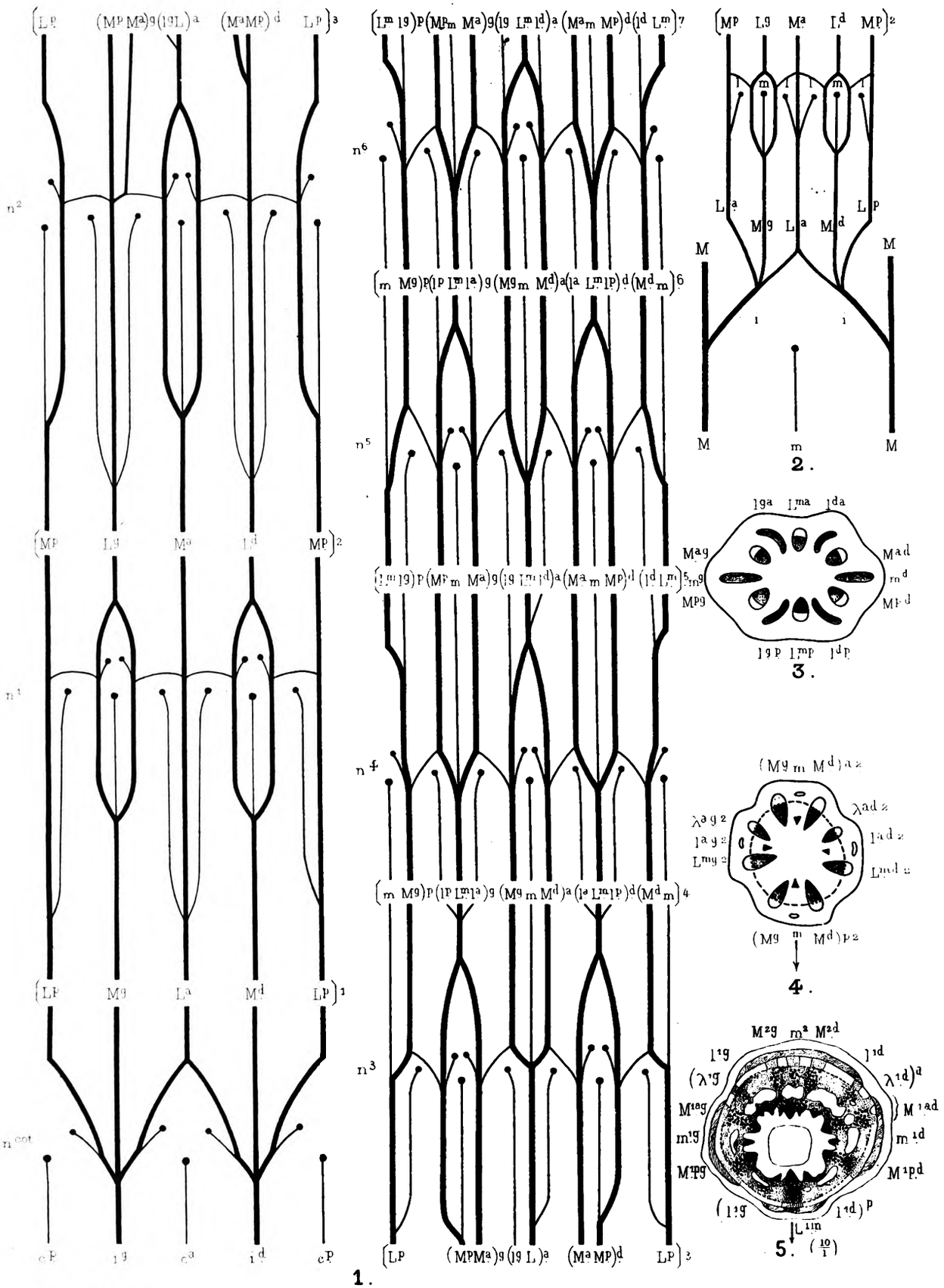
2. Parcours des faisceaux dans la région d'insertion et le segment[1] d'une tige axillaire.

3. Section transversale d'un segment[1] d'une jeune tige principale au niveau de la sortie des faisceaux *m* et *l*.

4. Section transversale à la base du segment[2] d'une branche axillaire insérée au nœud cotylédonaire de l'*Urtica pilulifera*. Cette section offre une symétrie altérée par suite du grand développement pris par le côté antérieur.

5. Section transversale à la base du segment[1] d'une branche axillaire de l'*Urtica dioica*. On remarquera le grand développement du côté antérieur. Dans cette figure comme dans la précédente la flèche indique le centre (*c*) de la tige sur laquelle se trouvait insérée la branche axillaire considérée.

Digitized by Google



A. Gravis, ad nat. del

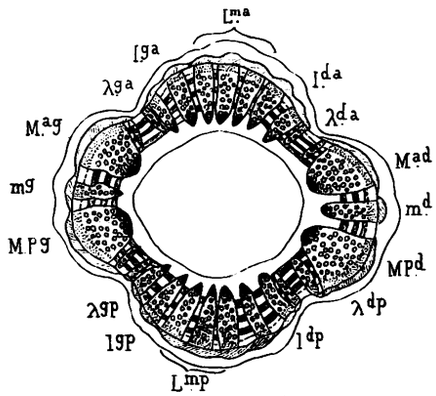
C. Severeyns lith. Bruxelles

LA TIGE DANS TOUTE SON ETENDUE.

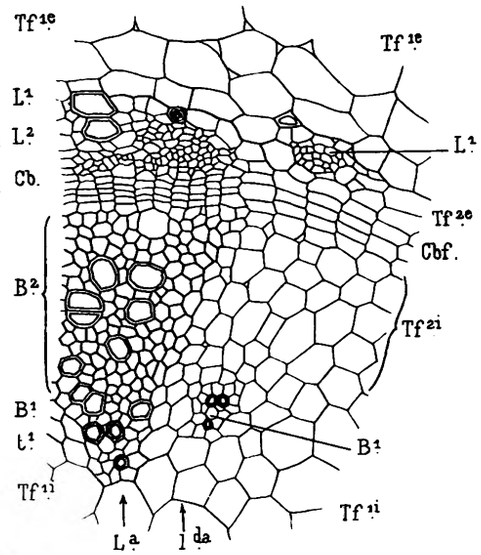
Digitized by Google

Digitized by Google

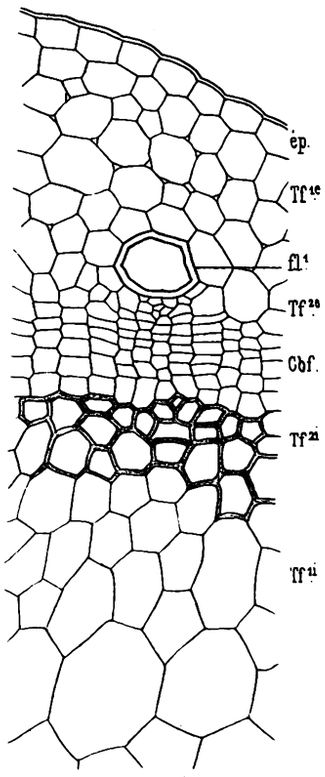
Digitized by Google



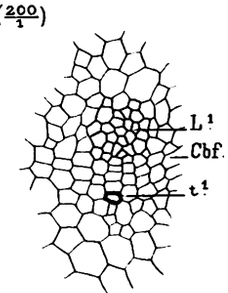
6. $(\frac{6}{1})$



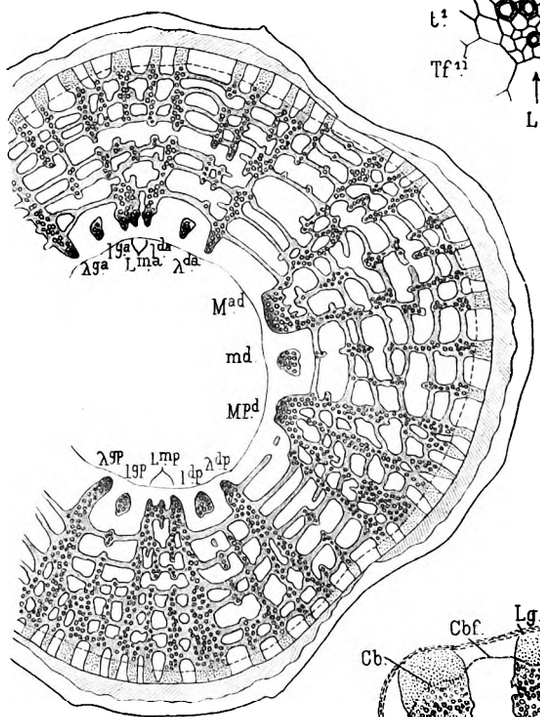
1. $(\frac{200}{1})$



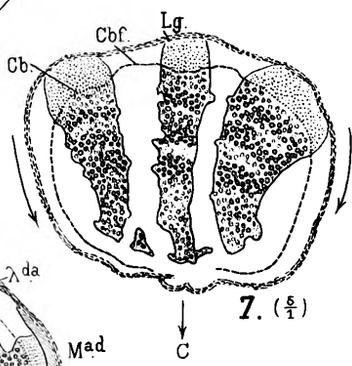
2. $(\frac{140}{1})$



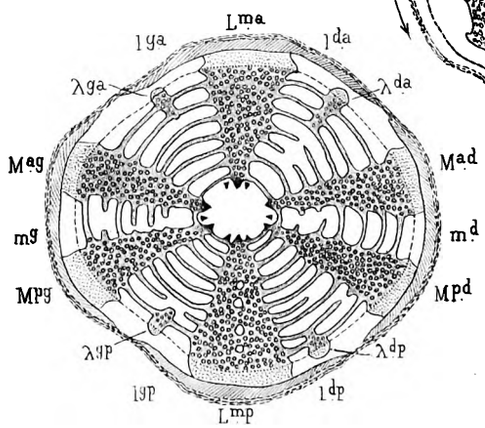
3. $(\frac{265}{1})$



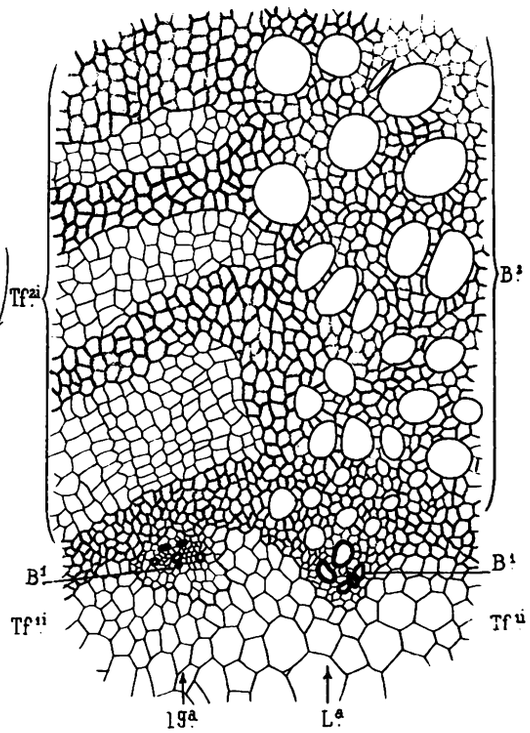
5. $(\frac{6}{1})$



7. $(\frac{6}{1})$



4. $(\frac{6}{1})$



8. $(\frac{150}{1})$

A Gravis, ad nat del

G. Severeyns, lith Bruxelles

LA TIGE DANS TOUTE SON ÉTENDUE.

Digitized by Google

Planche VIII.

La tige dans toute son étendue (suite).

Fig. 1. Portion d'une coupe transversale pratiquée dans le segment ^{1} d'une tige principale assez jeune et à un niveau un peu inférieur à celui de la sortie des faisceaux *m* et *l*. On remarquera que les productions libéro-ligneuses secondaires du faisceau L^{a} sont normalement développées, tandis que celles du faisceau l^{da} sont remplacées par du $T/^{2}$. Le bois et le liber primaires de ce dernier faisceau sont donc maintenant séparés l'un de l'autre par une zone cambiforme et par les tissus secondaires que cette zone a engendrés ($T/^{2}$ interne et externe).

2. Portion d'une coupe transversale pratiquée dans le segment ^{7} d'une tige principale assez jeune. On y voit une fibre libérienne primaire isolée, occupant la place du faisceau λ^{da}.

3. Un faisceau λ dans un segment plus élevé que le précédent. Le bois primaire n'est représenté que par une seule trachée.

4, 5, 6. Coupes transversales pratiquées à des niveaux correspondants, mais à des hauteurs différentes le long d'une vigoureuse tige d'ordre ^{n}. Cette tige comptait trente-sept entrenœuds distincts, les sept premiers segments étant souterrains. La première de ces coupes a été pratiquée à la base du segment ^{1} de cette tige, c'est-à-dire dans la portion souterraine de l'axe. La seconde a été faite à la base du segment ^{15} qui était celui dont les productions secondaires étaient le plus développées; ce segment ne portait pas d'inflorescences. La dernière enfin constitue la base du segment ^{27}, lequel appartenait à la région de l'axe qui était garnie d'inflorescences.

7. Section transversale d'ensemble d'un fragment de rhizome cicatrisé. Ce fragment ne contenait que trois lames libéro-ligneuses secondaires.

8. Portion prise vers l'intérieur de la coupe transversale du rhizome représentée par la figure 4 ci-dessus. Le faisceau l^{sa} est réduit à ses éléments primaires tandis que le faisceau L^{a} est normalement développé.

Digitized by Google

Planche IX.

Segment large. — Développement.

Fig. 1. Jeune pousse d'ordre ^{n} au moment où son sommet apparait à la surface du sol. On remarquera la forme en massue de la tige et la disposition verticillée des appendices (feuilles et stipules caulinaires).

2. Sommet végétatif de la pousse précédente vu de profil.

3. Ce même sommet, vu par en haut, à un fort grossissement.

4. Section radiale d'un sommet végétatif semblable. — On y voit le dermatogène, le méristème primitif, l'ébauche des cordons procambiaux et le tissu fondamental interne en voie de différenciation. — Ce dernier tissu contient déjà de l'air dans ses méats.

5. Portion centrale de la coupe 2, planche X, montrant le méristème primitif en coupe transversale.

6. Cordon méristématique antérieur de la coupe 3, planche X. Aux dépens de ce cordon méristématique se forment trois cordons procambiaux qui correspondent aux faisceaux M^{g}, m, M^{d}; le médian offre une première trachée différenciée. Le tissu fondamental primaire intersystématique ou de première formaion ($Tf^{1'}$) contient déjà de l'air dans ses méats et circonscrit de toutes parts le cordon méristématique en voie de fragmentation. Le tissu fondamental primaire intrasystématique ou de deuxième formation ($Tf^{1''}$) commence seulement à se caractériser.

7. Section transversale des faisceaux M et m peu après l'établissement des zones génératrices secondaires. Celles-ci fonctionnent comme cambium dans le faisceau M et comme cambiforme dans le tissu fondamental ainsi que dans le faisceau m.

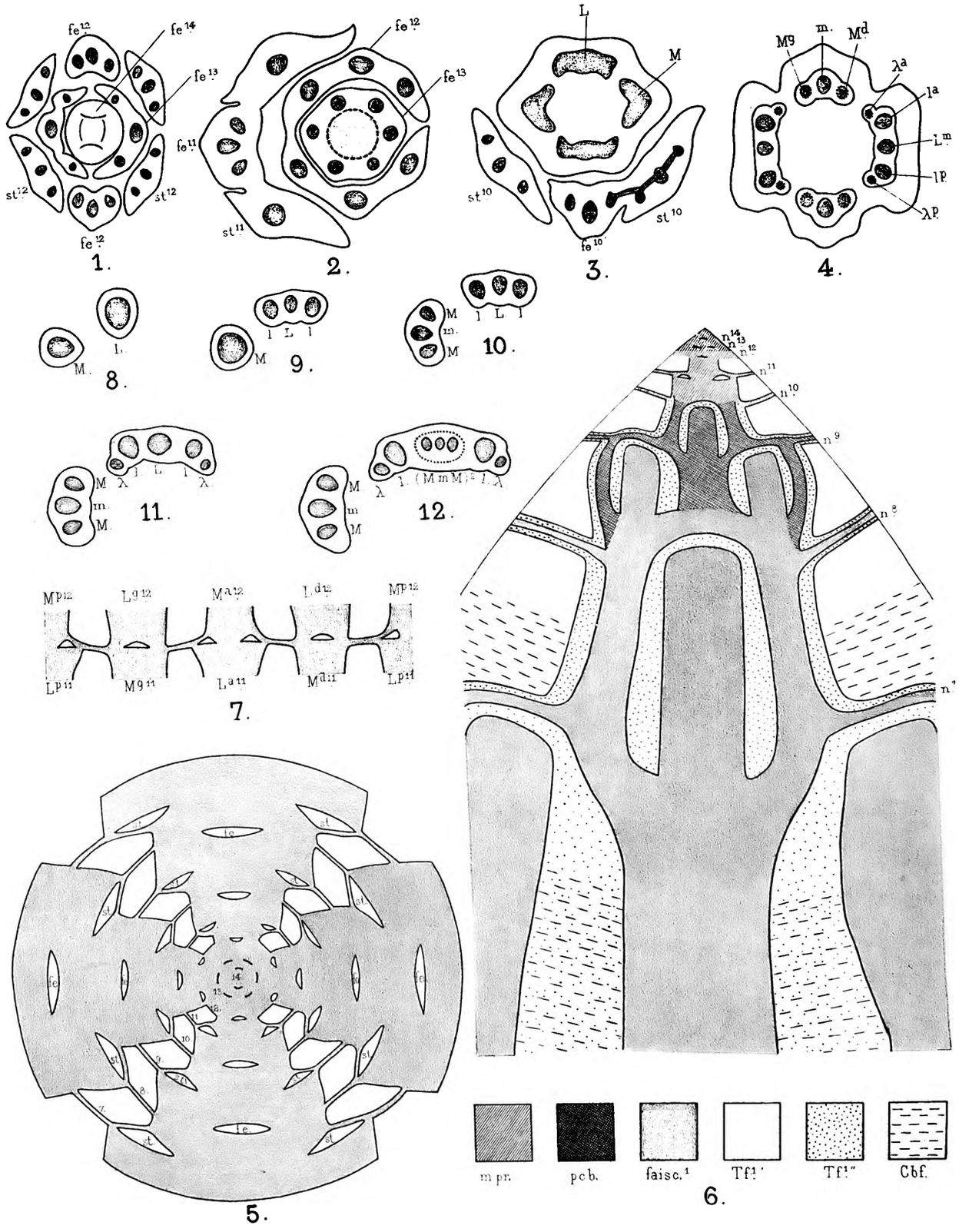
8. Section transversale des mêmes faisceaux M et m un peu plus tard. Le Tf^{2} se compose maintenant d'une zone sclérenchymateuse et d'une zone parenchymateuse.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



A. Gravis, ad nat. del.

C. Severeyns, lith. Bruxelles

SEGMENT LARGE. - DEVELOPPEMENT.

Digitized by Google

Planche X.

Segment large. — Développement (suite).

Fig. 1 à 4 Coupes transversales pratiquées à divers niveaux dans le sommet végétatif de la pousse représentée planche IX, figure 1.

1. Coupe qui a enlevé le point végétatif.

2. Coupe pratiquée immédiatement au-dessous de la précédente.

3. Coupe passant par la base du segment ^{11}.

4. Coupe passant par la base du segment ^{10}.

5. Projection sur un plan horizontal des huit segments que renferme le cône végétatif étudié. Les quatre systèmes de faisceaux représentés par la teinte ombrée convergent vers le centre et se confondent dans le méristème primitif. On remarquera aussi la disposition des appendices en verticilles alternants.

6. Un des quatre systèmes de la figure précédente montrant les fractionnements et les différenciations qui s'opèrent successivement dans ce système.

7. Développement du parcours des quatre cordons méristématiques que contient le segment ^{11} dont la base est représentée par la figure 3 de cette planche.— Le parcours de ces cordons méristématiques appartient au modèle I alors que le parcours des faisceaux primaires qui devaient se former dans le même segment aurait été du modèle IV.

8 à 12. Figures schématiques montrant comment s'opère le fractionnement d'un cordon méristématique médian et d'un cordon méristématique latéral dans un segment de chacun des cinq premiers modèles.

Digitized by Google

Planche XI.

Variations dans le temps et dans l'espace de la structure d'un faisceau quelconque.

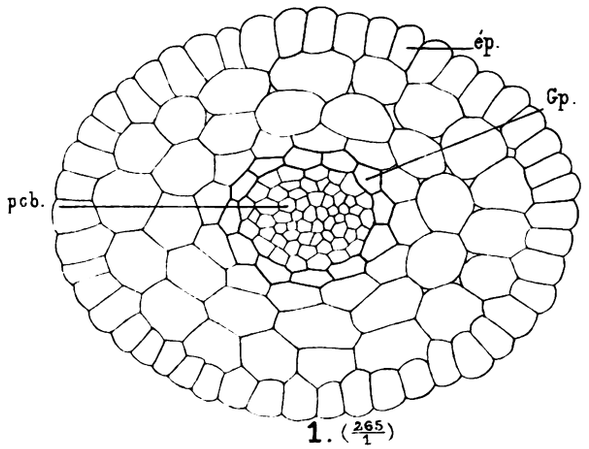
(Pour l'explication de ce tableau voir pages 112 à 115.)

Digitized by Google

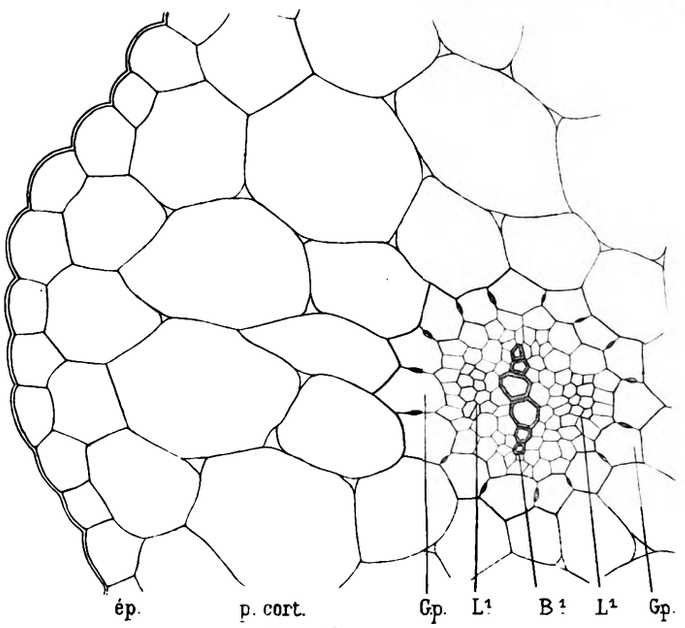
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

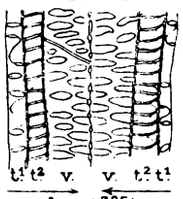


1. $(\frac{265}{1})$

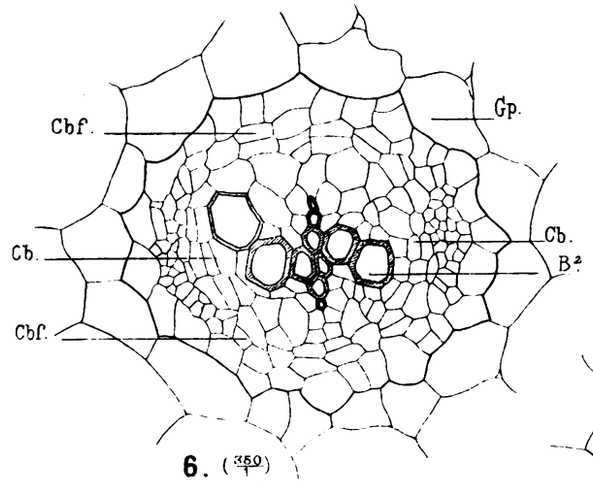


2. $(\frac{265}{1})$

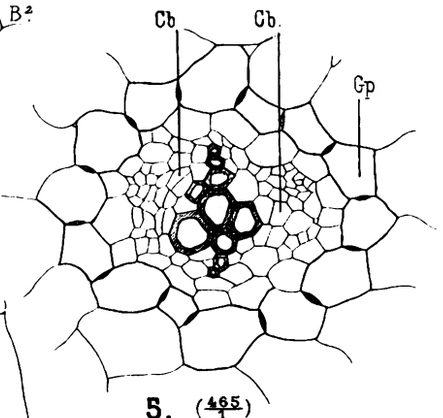
3. $(\frac{385}{1})$



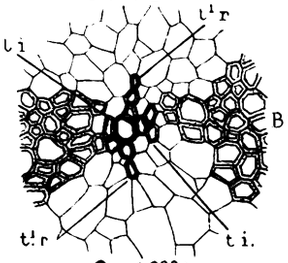
4. $(\frac{385}{1})$



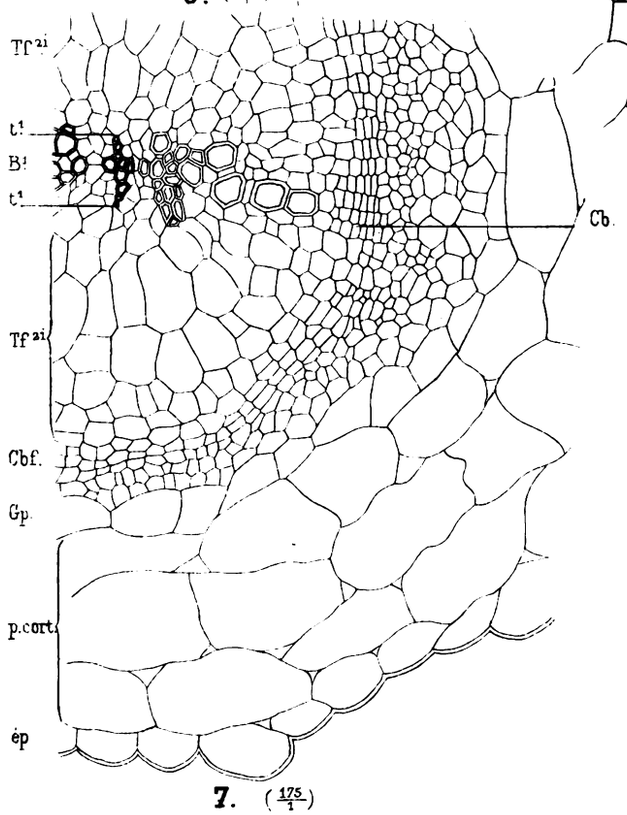
6. $(\frac{350}{1})$



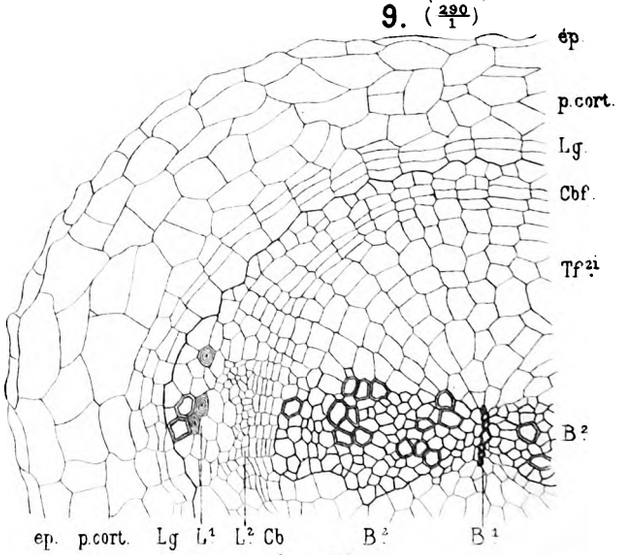
5. $(\frac{465}{1})$



9. $(\frac{290}{1})$



7. $(\frac{175}{1})$



8. $(\frac{140}{1})$

A. Gravis, ad nat. del.

C. Severeyns, lith. Bruxelles

AXE HYPOCOTYLE.
STRUCTURE A TOUS LES ÂGES.

Digitized by Google

Planche XII.

Axe hypocotylé. — Structure à tous les âges.

Fig. 1. Coupe transversale vers le milieu d'un axe hypocotylé au stade procambial. Cette coupe provient d'un embryon pris dans une graine mûre.

2. Coupe transversale pratiquée vers le milieu de l'axe hypocotylé de la figure 4, planche XIII. Formations primaires.

3. Lame vasculaire bicentre du faisceau central de la coupe précédente.

4. La même vue sur une coupe radiale. Les flèches indiquent les directions suivant lesquelles la différenciation ligneuse s'est produite.

5. Apparition des deux zones cambiales.

6. Établissement de deux arcs cambiformes réunissant les deux zones cambiales apparues d'abord.

7. Fonctionnement des zones génératrices secondaires (cambium et cambiforme).

8. Période secondaire ancienne. Apparition du liège qui doit décortiquer le parenchyme cortical.

9. Portion centrale d'une coupe transversale pratiquée près du nœud cotylédonaire. On y voit les trachées (*t. i.*) des faisceaux *i* en contact avec celles du faisceau bicentre.

Digitized by Google

Planche XIII.

Axe hypocotylé. — Structure à tous les âges (suite).

Fig. 1, 2, 3. Graines d'*Urtica dioica* en germination.

4. Jeune plantule.

5. Extrémité inférieure d'un axe hypocotylé au moment où sort la racine principale.

6. Axe hypocotylé tubérisé.

7. Lame vasculaire bicentre vue sur une coupe radiale à un niveau peu inférieur au nœud cotylédonaire.

8. Coupe transversale vers le milieu d'un axe hypocotylé tubérisé tel que celui représenté figure 6. Le parenchyme cortical est décortiqué.

9. Portion centrale de la coupe précédente grossie davantage et montrant la lame vasculaire primaire bicentre.

10. Portion prise vers la périphérie de la même coupe montrant une lame libéro-ligneuse secondaire environnée de $T f^2$.

11, 12, 13, 14. Coupes transversales pratiquées vers le milieu d'axes hypocotylés de plus en plus développés.

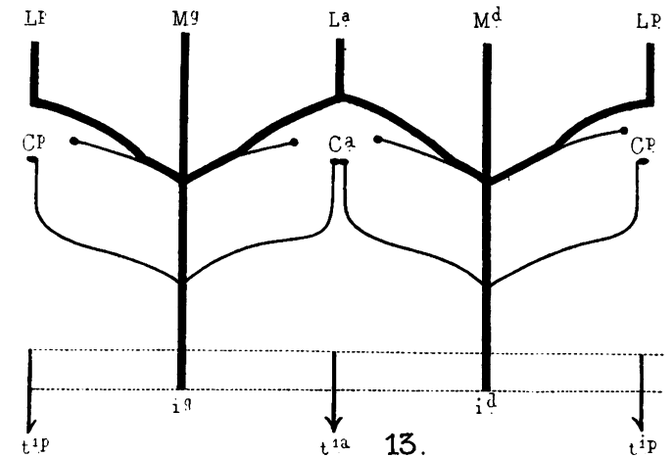
15. Portion centrale d'une coupe transversale pratiquée dans le même axe hypocotylé que celui de la figure 12, mais à un niveau supérieur. On y constate la présence des deux faisceaux *i*.

Digitized by Google

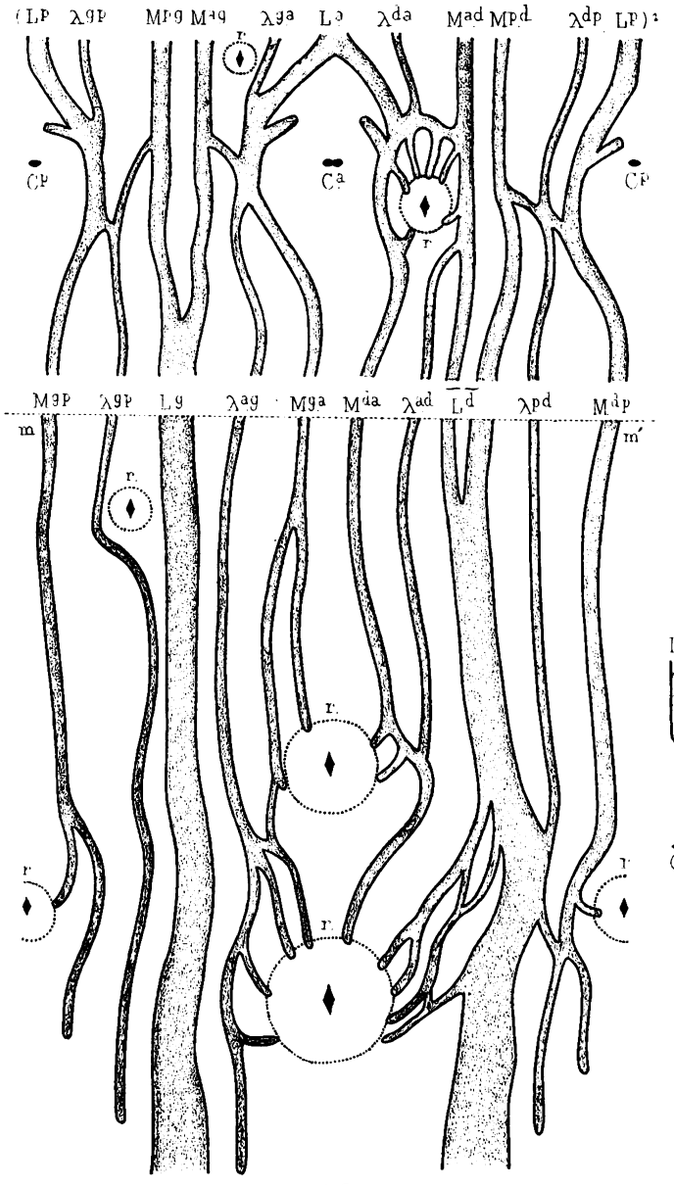
Digitized by Google

Digitized by Google

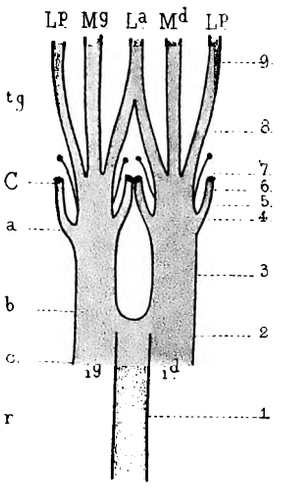
Digitized by Google



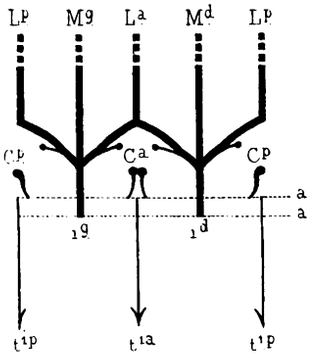
13.



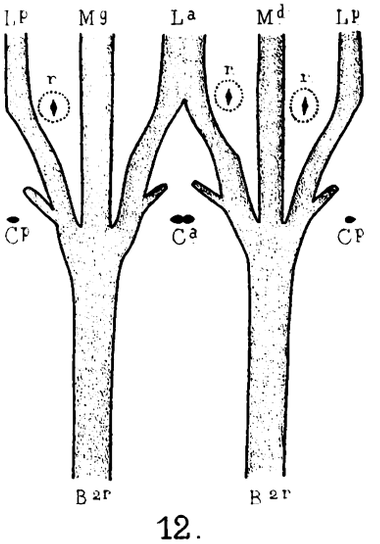
14.



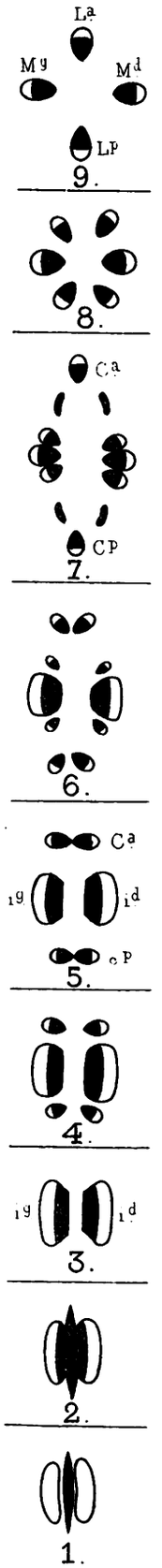
10.



11.



12.



A Gravis. ad nat del

AXE HYPOCOTYLE

PARCOURS DES FAISCEAUX PRIMAIRES ET DES LAMES LIBERO-LIGNEUSES SECONDAIRES.

C. Severeyns lith Bruxelles

Digitized by Google

Planche XIV.

Axe hypocotylé. — Parcours des faisceaux primaires et des lames libéro-ligneuses secondaires.

Fig. 1 à 9. Dessins schématiques représentant une série de coupes transversales pratiquées à divers niveaux dans un axe hypocotylé. Ces dessins montrent de quelle façon s'opère la mise en rapport des faisceaux monocentres de la tige avec le faisceau bicentre de la racine.

10. Développement des faisceaux rencontrés par les coupes transversales précédentes. Les niveaux numérotés à droite de la figure correspondent à ces coupes. La mise en rapport des deux faisceaux *i* de l'axe hypocotylé avec le faisceau bicentre de la racine s'opère dans la région comprise entre les niveaux *b* et *c*.

11. Parcours des faisceaux primaires dans l'axe hypocotylé dont la figure 2, planche XII, représente la structure vers le milieu. Les flèches t^{1a} et t^{1p} représentent les deux premières trachées du faisceau bicentre de la racine. La mise en rapport des deux faisceaux *i* avec le faisceau de la racine s'opère dans la région *a a'*.

12. Parcours des lames libéro-ligneuses secondaires anciennes dans l'axe hypocotylé dont la figure 8, planche XII, représente la section transversale vers le milieu. B^2 *r* désigne les deux massifs libéro-ligneux secondaires de la racine.

13. Parcours des faisceaux primaires dans l'axe hypocotylé dont la figure 12, planche XIII, représente la section transversale vers le milieu. Les flèches t^{1a} et t^{1p} ont la même signification que dans la figure 11. *a a'* indique la région de mise en rapport des faisceaux *i* de l'axe hypocotylé avec le faisceau bicentre de la racine.

14. Parcours des lames libéro-ligneuses secondaires les plus récentes du même axe hypocotylé. On y remarque l'insertion de plusieurs racines (*r*). Le niveau *m m'* passe par le milieu de l'axe hypocotylé et correspond à la coupe représentée par la figure 12, planche XIII.

Digitized by Google

DEUXIÈME PARTIE.

LA FEUILLE.

Planche XV.

Structure d'un cotylédon.

Fig. 1. Nervation d'un cotylédon.

2. Glande terminale du même à un fort grossissement.

3. Section transversale d'ensemble vers le milieu du pétiole. La flèche indique la position du centre de l'axe (*c*) dont dépend l'appendice considéré.

4. Section transversale d'ensemble à la base du limbe.

5. Portion centrale de la coupe figure 3, amplifiée davantage. On y remarque l'orientation particulière des deux faisceaux.

6. Partie ligneuse des deux faisceaux cotylédonaires au niveau de leur sortie de l'axe hypocotylé. Les flèches indiquent dans quelle direction s'est opérée la différenciation ligneuse dans chacun de ces faisceaux.

7, 8, 9. Coupes transversales pratiquées en différents points du limbe d'un cotylédon. Les cellules du mésophylle de la figure 8 contiennent de gros grains de chlorophylle et des granules calcaires libres généralement plus petits. Dans la figure 9 ces granules ont été représentés seuls.

10. Coupe transversale du limbe d'un cotylédon passant par la glande à eau qui termine la nervure médiane de ce cotylédon. On y remarque un stomate ordinaire à la face postérieure et un stomate beaucoup plus petit au-dessus de la glande du côté antérieur.

11. Épiderme postérieur (inférieur) montrant quelques grands stomates. Ceux-ci font défaut dans la région qui correspond à la glande à eau.

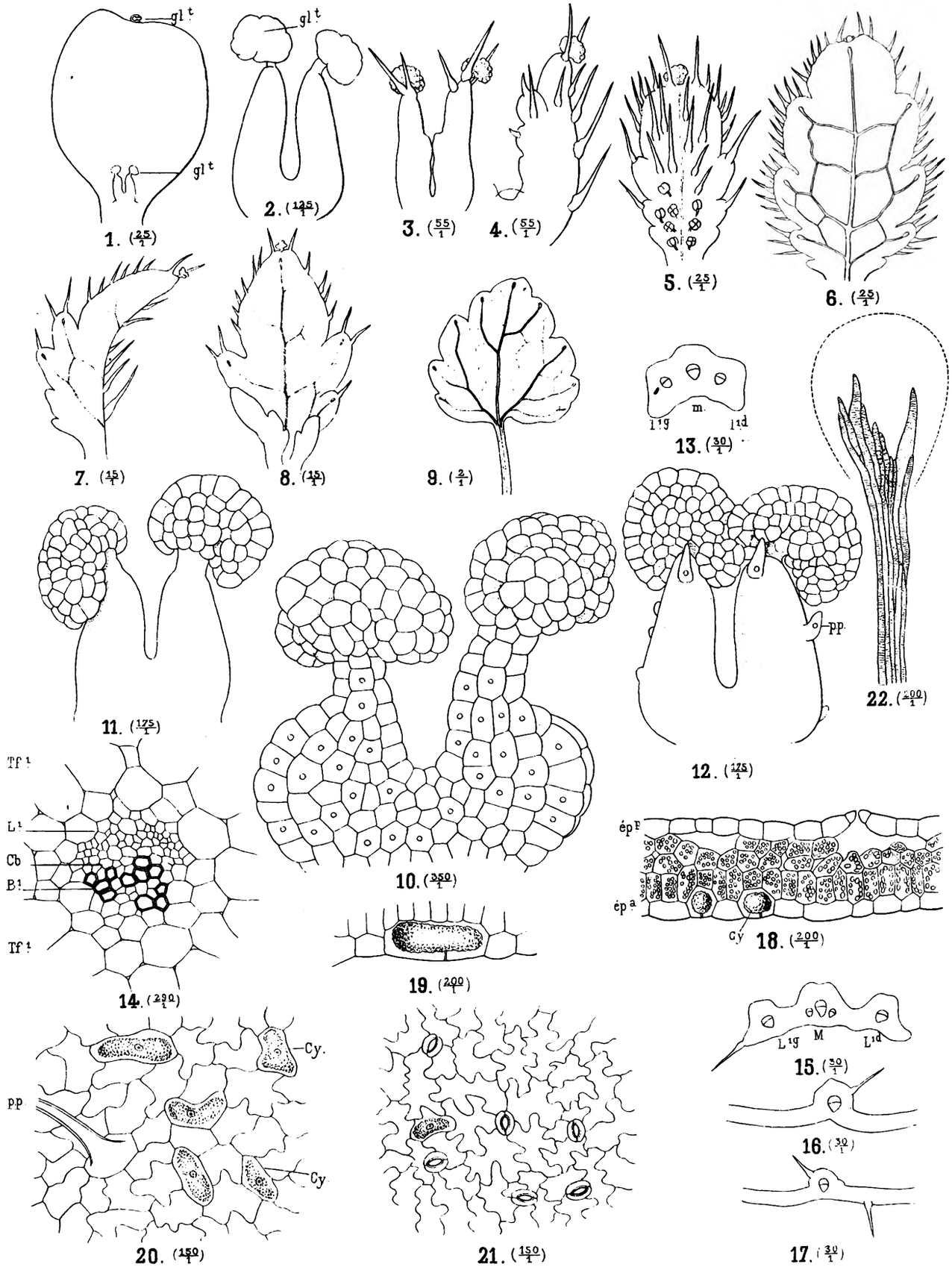
12. Épiderme antérieur (supérieur). On y remarque une douzaine de petits stomates sur le renflement qui correspond à la glande à eau. On observe aussi la glande terminale flétrie.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



A Gravis, ad nat del

J. Severeyns lith Bruxelles

STRUCTURE D'UNE FEUILLE ! DE LA TIGE PRINCIPALE

Digitized by Google

Planche XVI.

Structure d'une feuille [1] de la tige principale.

Fig. 1. Un cotylédon pris dans une graine mûre avec les feuilles de la première paire. On remarquera la glande qui termine chacun de ces appendices.

2. Les feuilles de la préparation précédente grossies davantage.

3 à 8. Feuilles [1] de la tige principale en voie de développement. Elles proviennent de plantes en germination de plus en plus âgées. On y constate la formation basipète des dents et des nervures.

9. Feuille [1] de la tige principale adulte choisie parmi les plus régulières et les plus normales.

10. Feuilles de la première paire prises dans une graine mûre et montrant, à un fort grossissement, les glandes terminales portées par un support.

11 et 12. Feuilles de la première paire au début de la germination. Certaines cellules épidermiques commencent à s'allonger pour former des poils piquants.

13. Section transversale d'ensemble pratiquée vers le milieu du pétiole de la feuille représentée figure 9 ci-dessus.

14. Le faisceau médian de la coupe précédente grossi davantage.

15. Section transversale d'ensemble pratiquée à la base du limbe de la feuille figure 9.

16. Section transversale pratiquée vers le milieu de la nervure médiane de la même feuille.

17. Section transversale pratiquée vers le milieu d'une nervure basilaire latérale.

18. Coupe transversale pratiquée dans le limbe. Cette coupe a rencontré un stomate et deux cystolithes vus de côté et par leur petit bout.

19. Portion d'une coupe transversale du limbe montrant un cystolithe vu de côté et en long.

20. Épiderme antérieur (supérieur) de la même feuille. Les cystolithes sont vus de face.

21. Épiderme postérieur (inférieur). Les stomates sont abondants et les cystolithes rares.

22. Terminaison d'une nervure dans une glande à eau.

Digitized by Google

Planche XVII.

Parcours des faisceaux.

Fig. 1. Parcours des faisceaux de la tige qui concourent à la formation d'une feuille primordiale et d'un rameau inséré à l'aisselle de cette feuille. Ces faisceaux sont ceux qui composent un système M.

2. Insertion d'une nervure médiane.

3 à 8. Insertion des nervures basilaires latérales et des nervures secondaires, tertiaires, etc.

9. Parcours des faisceaux dans une feuille du modèle I.

10. Parcours des faisceaux dans une feuille du modèle II.

11. Parcours des faisceaux dans une feuille du modèle III.

12. Parcours des faisceaux dans la feuille 1 d'une tige principale. Cette feuille est représentée par la figure 9, planche XVI, et la figure 2, planche XIX.

13. Parcours des faisceaux dans la feuille de la planche XX, figure 16.

14. Parcours des faisceaux dans la feuille de la planche XX, figure 15.

Productions épidermiques.

15. Poil urticant dans lequel se manifestent des courants protoplasmiques.

16, 18 et 19. Poils piquants en voie de développement et renfermant encore un noyau ainsi que des cordons protoplasmiques.

17. Bord d'une jeune stipule garni de poils piquants et glandulifères.

20. Un poil piquant complètement développé.

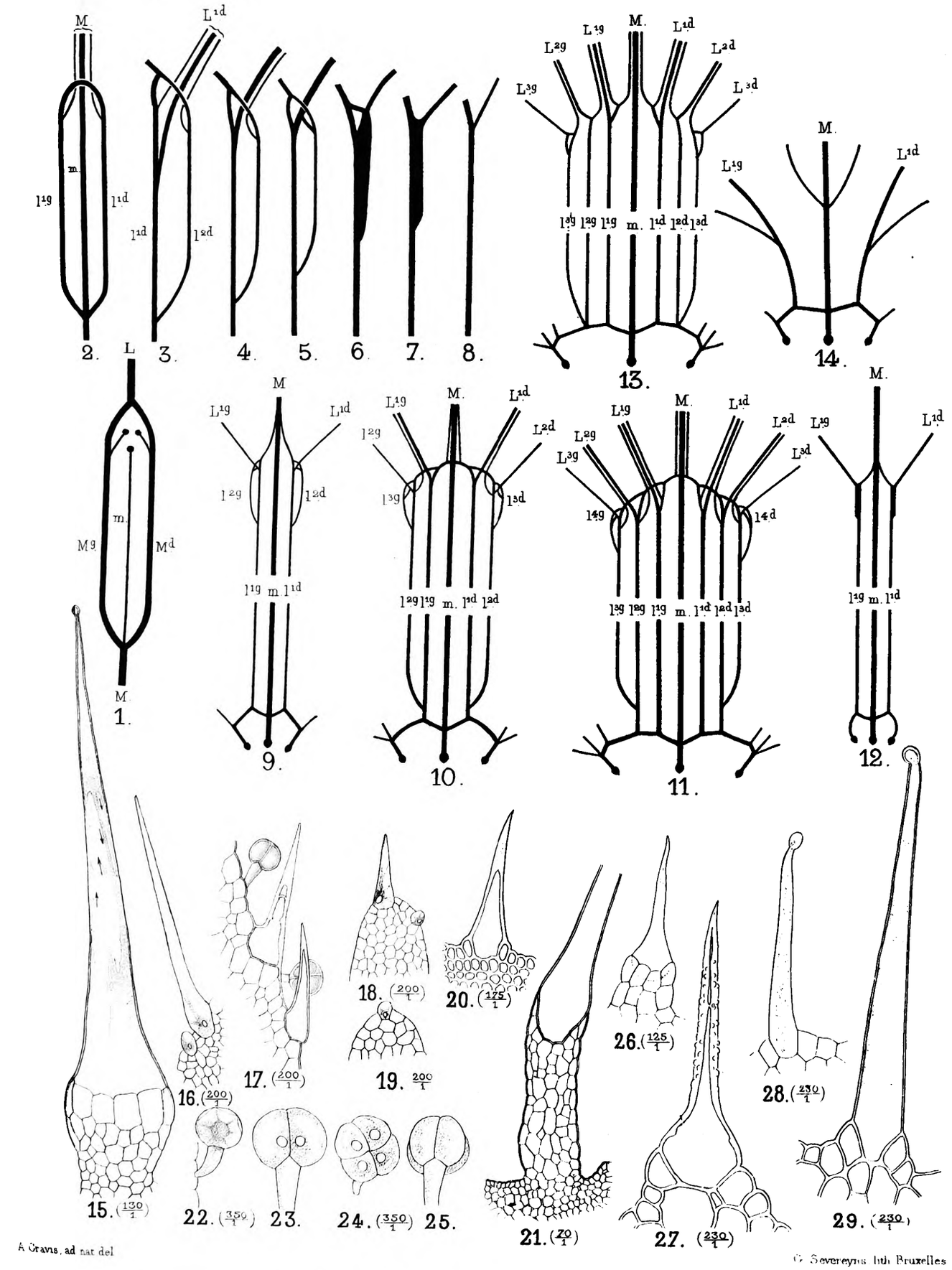
21. Un poil urticant coupé longitudinalement.

22. Poil glandulifère très jeune.

23, 24 et 25. Poils glandulifères adultes.

26 à 29. Formes anormales de poils provenant de l'entrenœud 1 d'une jeune tige principale.

Digitized by Google



A. Gravis, ad nat. del.

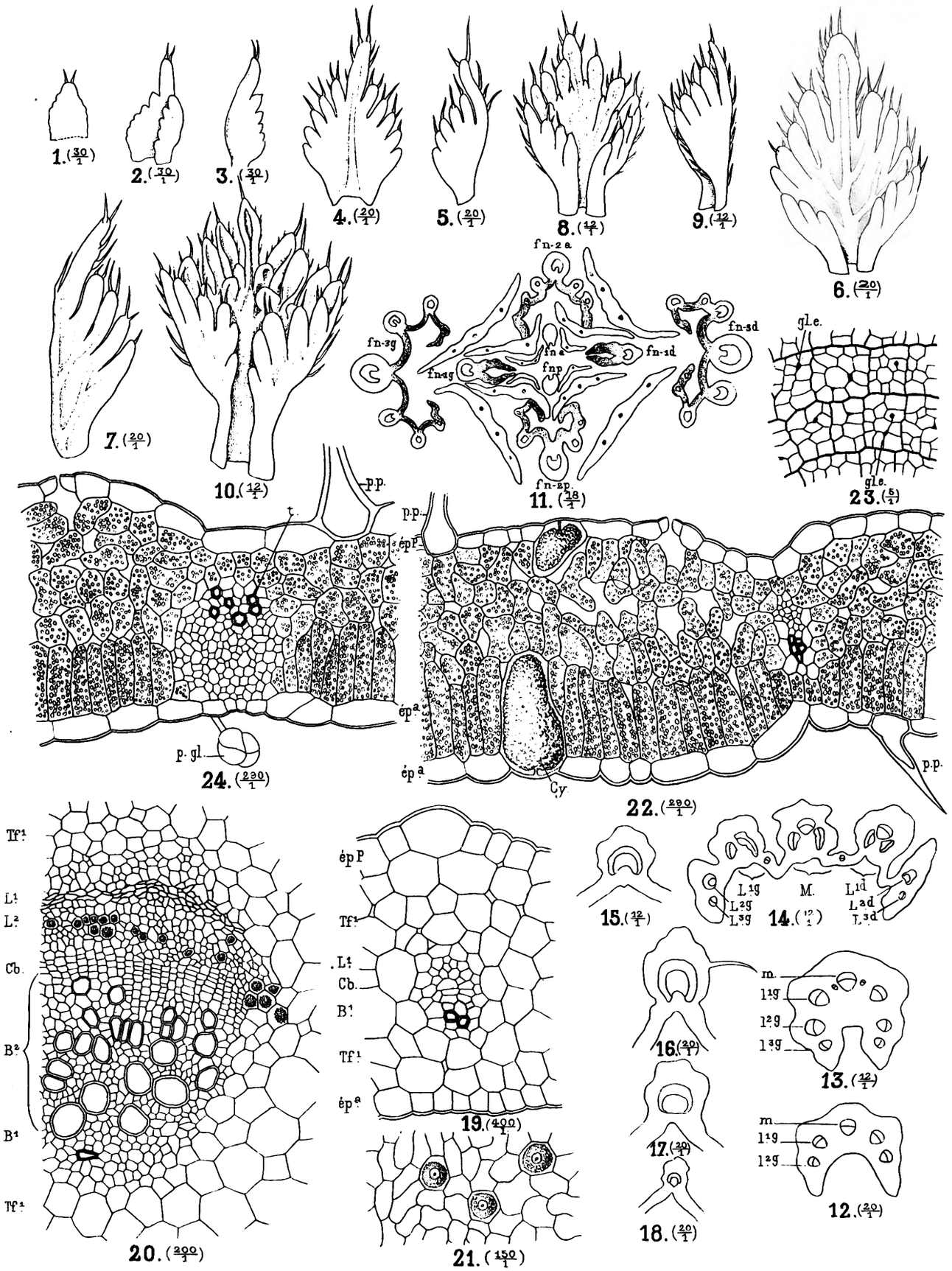
C. Severeyns, lith. Bruxelles

PARCOURS DES FAISCEAUX ET PRODUCTIONS EPIDERMIQUES DES FEUILLES.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



A. Cravis, ad nat. del.

G. Severeyns, lith. Bruxelles

STRUCTURE D'UNE FEUILLE COMPLIQUÉE.

Digitized by Google

Planche XVIII.

Structure d'une feuille compliquée.

Fig. 1 à 10. Feuilles en voie de développement prises dans un bourgeon terminal au moment où ce bourgeon ne renfermait que des feuilles du modèle III.

1. Une des feuilles du segment ^{n}.
2 et 3. Feuille du segment $^{n-1}$.
4 et 5. Feuille du segment $^{n-2}$, vue de face et de profil.
6 et 7. Feuille du segment $^{n-3}$.
8 et 9. Feuille du segment $^{n-4}$.
10. Feuille du segment $^{n-5}$.

Les deux premières feuilles sont reproduites au grossissement de 30 diamètres; les deux suivantes au grossissement de 20, et les deux dernières, au grossissement de 12 diamètres.

11. Section transversale d'un bourgeon terminal montrant le mode de vernation. Les nombreux poils qui garnissaient les appendices ont été supprimés.
12. Section transversale d'ensemble pratiquée vers le milieu du pétiole d'une feuille du modèle II.
13. Section transversale pratiquée vers le milieu du pétiole d'une feuille du modèle III (feuille de la figure 7, planche XIX).
14. Section transversale pratiquée à la base du limbe de la même feuille.
15. Section transversale pratiquée vers le milieu de la nervure médiane.
16, 17 et 18. Sections transversales pratiquées vers la base, le milieu et le sommet de la nervure basilaire latérale L^{1}.
19. Un faisceau de stipule montrant l'indication d'une zone cambiale.
20. Faisceau médian de la coupe 13 grossi davantage.
21. Fragment d'épiderme antérieur (supérieur) de la feuille représentée planche XIX, figure 7. On y voit trois cystolithes de face.
22. Coupe transversale d'une portion du limbe de la même feuille avec deux cystolithes vus de profil.
23. Portion du réseau formé par les plus petites nervures de la même feuille (vue par la face antérieure). Des glandes à eau s'observent au point de terminaison et plus souvent au point d'anastomose de ces petites nervures.
24. Coupe transversale du limbe rencontrant une glande à eau de la figure précédente.

Digitized by Google

Planche XIX.

Nervation.

Fig. 1. Jeune plante d'*Urtica dioica* ayant germé très lentement dans des conditions défavorables. Les feuilles de la première paire sont dépourvues de dents et ressemblent beaucoup aux cotylédons.

2. Feuille[1] de la tige principale choisie parmi les plus normales (grandeur naturelle). Cette même feuille est amplifiée deux fois à la planche XVI, figure 9.

3. Feuille[1] d'une tige principale assez faible grossie trois fois.

4. Préfeuille d'une tige axillaire insérée au nœud[1] d'une tige principale.

5. Préfeuille d'une tige axillaire insérée à un nœud beaucoup plus élevé.

6. Feuille d'une tige d'ordre[n] encore dépourvue d'inflorescences et ayant crû spontanément au bord d'un fossé herbeux.

7. Feuille d'une tige d'ordre[n] mesurant $2^{m},25$ de haut. Cette feuille provient de la région moyenne de cet axe et était insérée sur un segment qui portait des inflorescences.

8. Feuille prise vers le sommet d'une tige d'ordre[n] moins grande que la précédente.

9. Une feuille insérée à l'un des segments inférieurs d'une tige principale développée spontanément au pied d'une haie morte.

10. Une des stipules du segment[2] d'une tige principale.

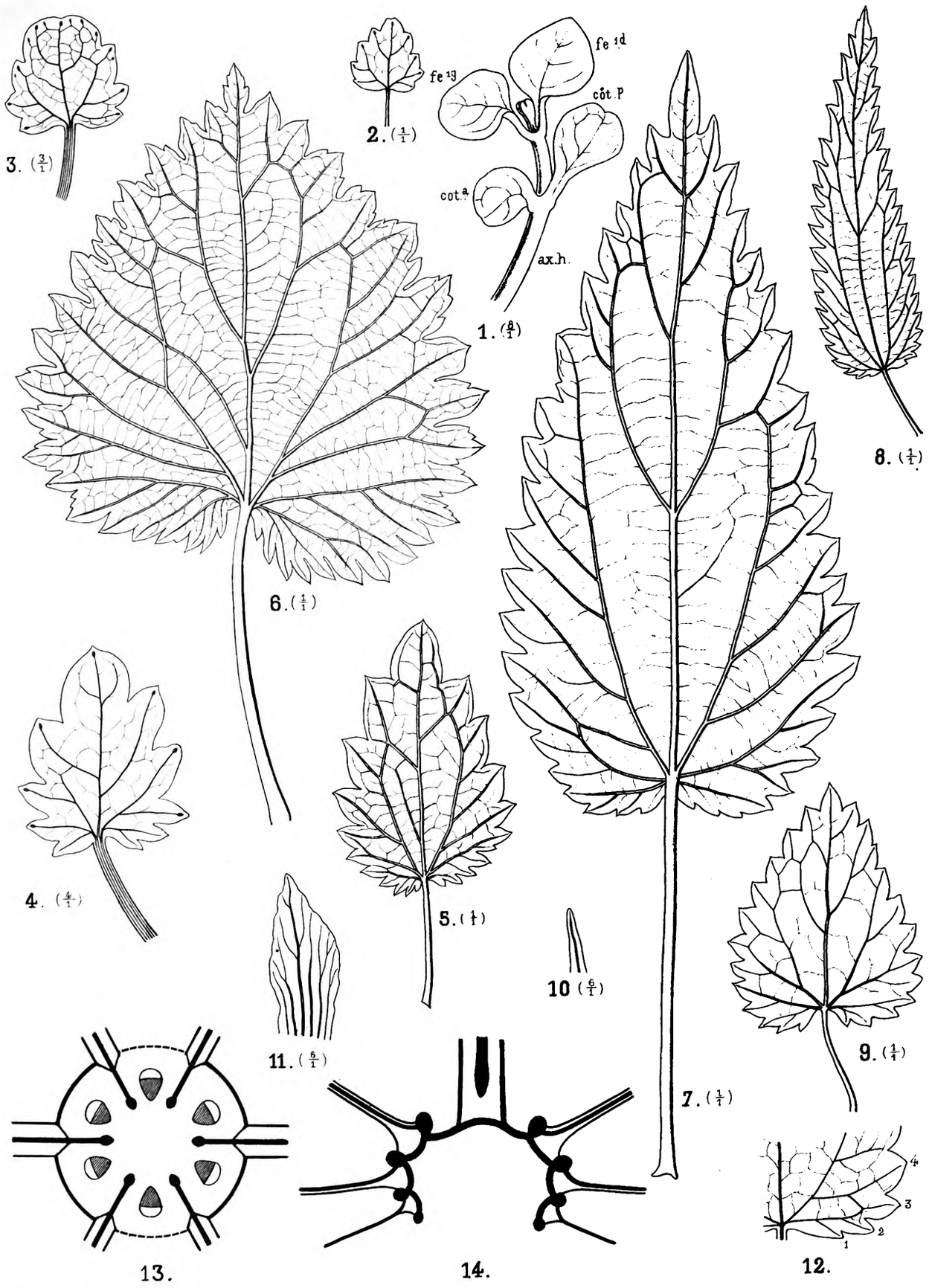
11. Une des stipules d'un segment très élevé appartenant à une tige d'ordre[n].

12. Portion de la base d'une feuille. Dans cet exemple, il n'est pas possible de déterminer l'ordre de la nervure qui aboutit à la dent[3], ni de décider par l'examen extérieur s'il y a une ou deux nervures basilaires latérales de chaque côté de la médiane.

13. Projection, sur un plan horizontal, d'un nœud de la tige. Les rapports des faisceaux de l'axe avec ceux des appendices et les rapports de ces derniers faisceaux entre eux semblent indiquer que les quatre stipules caulinaires sont homologues des deux feuilles. Les arcs tracés en traits interrompus n'existent pas chez l'Ortie, mais seulement chez le Houblon, dont les stipules sont interpétiolaires.

14. Projection sur un plan horizontal de la base du limbe d'une feuille du modèle II. On y voit la mise en rapport des faisceaux du pétiole avec ceux du limbe.

Digitized by Google



A Gravis ad nat. del.

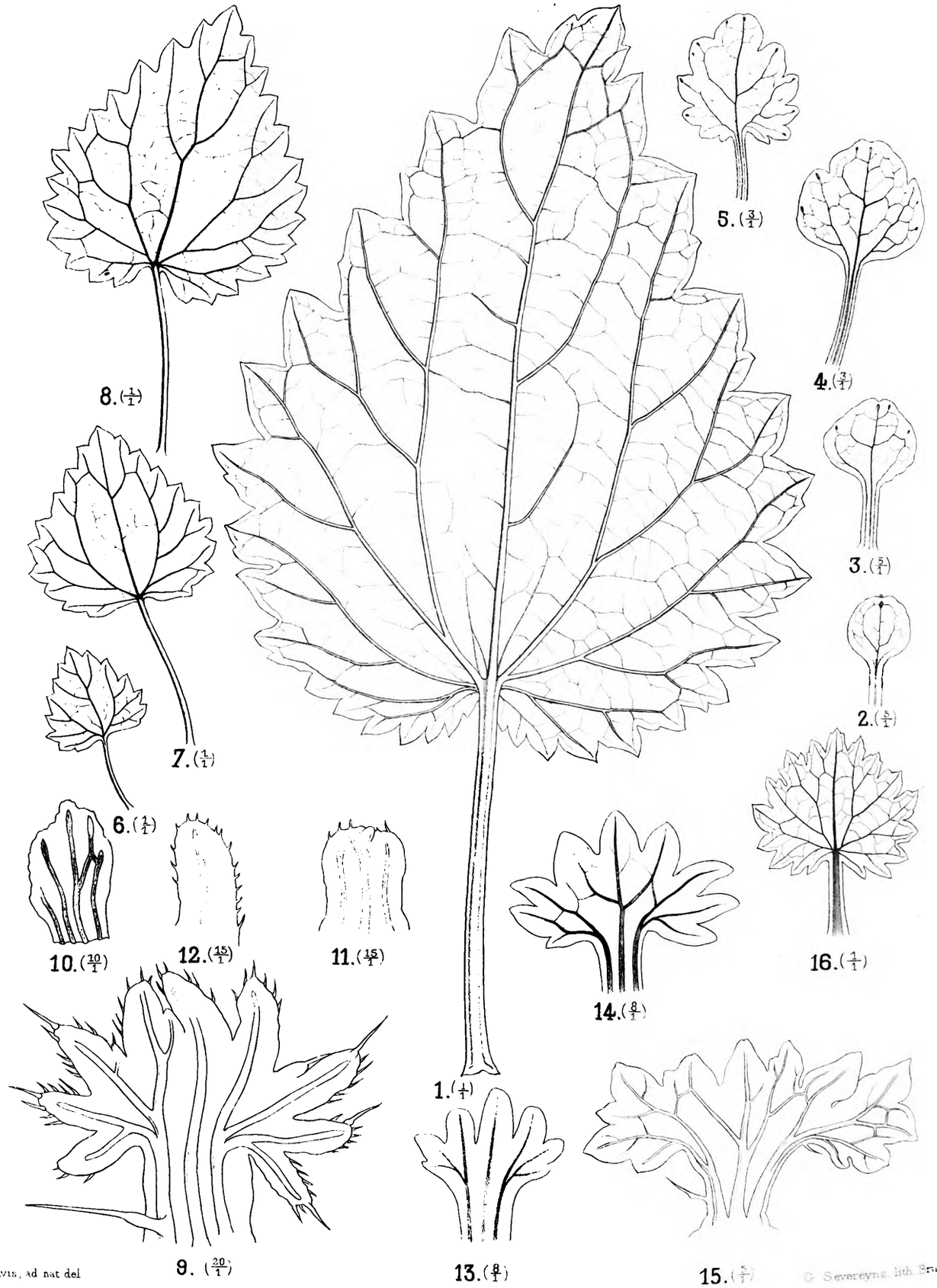
Severeyns lith. Bruxelles

NERVATION.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



A. Gravis, ad nat. del

C. Severeyns, lith. Bruxelles

NERVATION.

Digitized by Google

Planche XX.

Nervation (suite).

Fig. 1. Feuille d'une tige d'ordre ^{n} ayant poussé spontanément dans un jardin et ne portant pas encore d'inflorescences. Cette feuille était insérée au cinquième segment au-dessus du sol.

2 à 5. Un cotylédon et une feuille de chacun des trois premiers segments d'une plante ayant germé très lentement en appartement au sortir de l'hiver. — Le cotylédon et la feuille ^{1} sont grossis cinq fois; les deux autres feuilles sont amplifiées trois fois.

6, 7 et 8. Une feuille de chacun des trois premiers segments d'une plante ayant germé en été dans le sol riche et humide d'une couche (grandeur naturelle). La comparaison de ces feuilles à celles de la série précédente met en évidence l'influence des conditions biologiques sur la forme des appendices.

9. Feuille dégradée prise vers le sommet de la portion souterraine d'une tige d'abord rampante à la surface du sol.

10. Une des stipules insérées sur le même segment que la feuille précédente.

11. Feuille plus dégradée encore provenant d'une tige entièrement souterraine.

12. Stipule correspondant à la feuille précédente.

13 à 16. Feuilles prises à diverses hauteurs le long d'une tige d'ordre ^{n} dont la portion inférieure seule est souterraine.

13. Feuille de l'un des segments de la portion souterraine.

14. Feuille du segment suivant.

15. Feuille d'un segment situé très près de la surface du sol.

16. Feuille d'un segment aérien.

Digitized by Google

TROISIÈME PARTIE.

LA RACINE.

Planche XXI.

Structure de la racine.

Fig. 1. Coupe transversale pratiquée très près du sommet végétatif d'une racine dans la région encore recouverte par la pilorhize. — Stade procambial.

2. Portion d'une coupe transversale pratiquée plus près encore du sommet de la racine et montrant le mode de formation du parenchyme cortical.

3. Coupe transversale de la racine principale d'une plante en germination en un point où se produit l'exfoliation de l'assise pilifère. La partie postérieure est déjà entièrement dénudée. Les tissus primaires de cette racine peu vigoureuse à l'origine sont complètement différenciés.

4. Coupe transversale d'une racine vigoureuse née sur une autre racine. Période primaire.

5. Moitié droite de la lame ligneuse primaire d'un faisceau bicentre en coupe transversale.

6. La même vue sur une coupe radiale.

7. Portion d'un massif libérien primaire en coupe transversale.

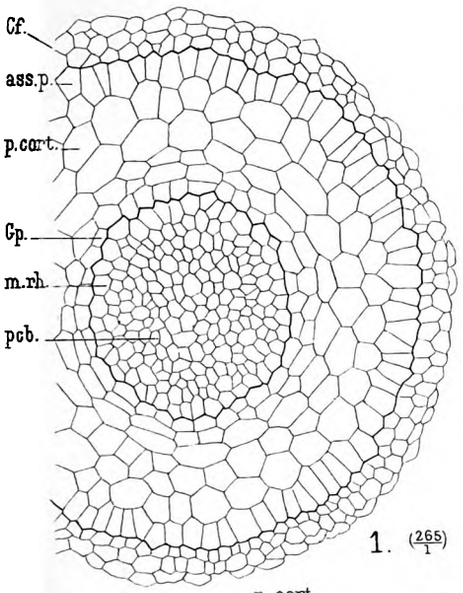
8. Portion d'un massif libérien en coupe longitudinale.

9. Coupe transversale d'une racine après l'établissement des deux zones cambiales. Les cellules de la membrane rhizogène se sont déjà recloisonnées pour former la couche de liège qui doit décortiquer le parenchyme cortical.

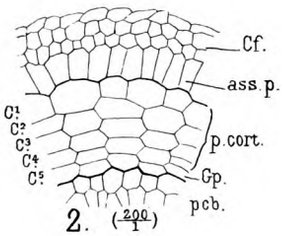
10. Portion de la coupe transversale d'une racine après l'établissement des arcs cambiformes. — Période secondaire.

11. Coupe transversale pratiquée près de l'insertion d'une jeune racine insérée à l'un des nœuds inférieurs d'une pousse aérienne rampante. Le faisceau est ici tricentre (anomalie).

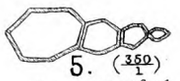
Digitized by Google



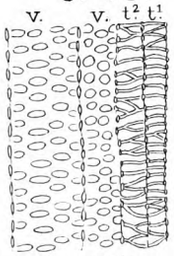
1. $(\frac{265}{1})$



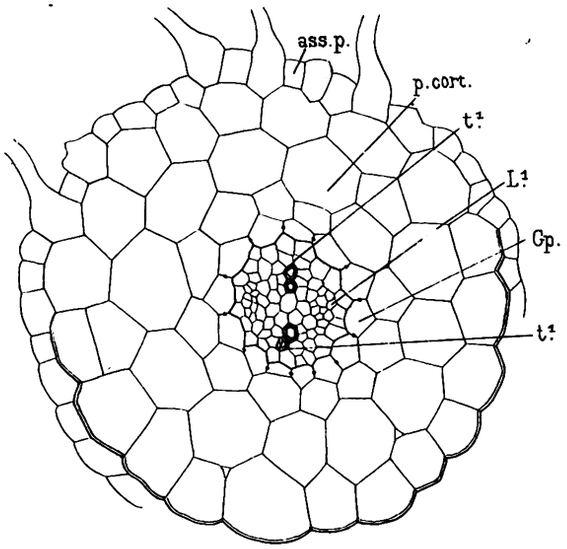
2. $(\frac{200}{1})$



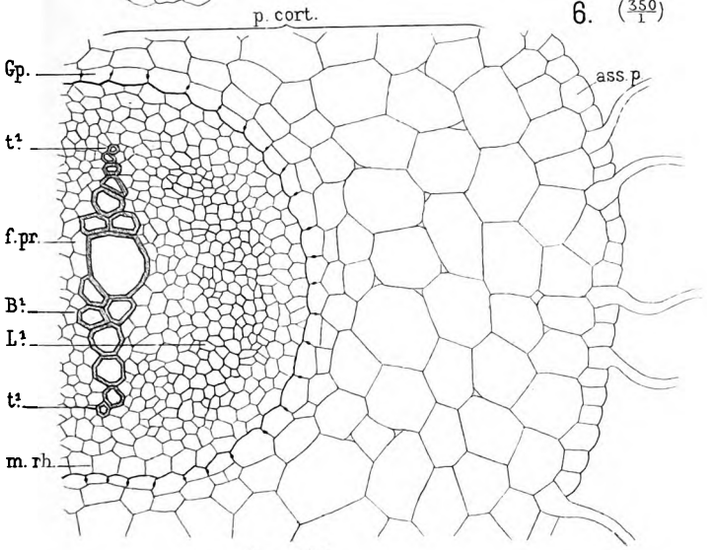
5. $(\frac{350}{1})$



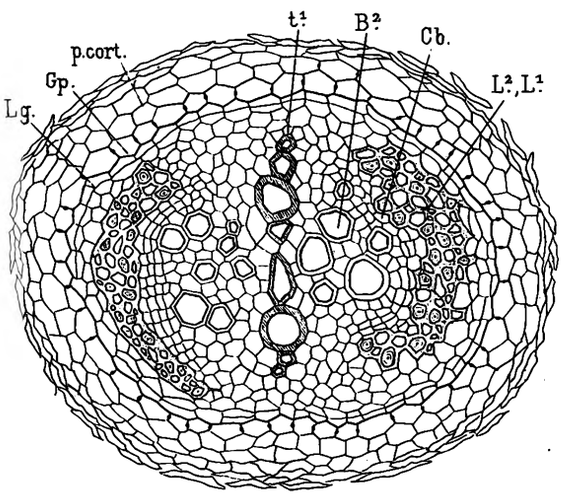
6. $(\frac{350}{1})$



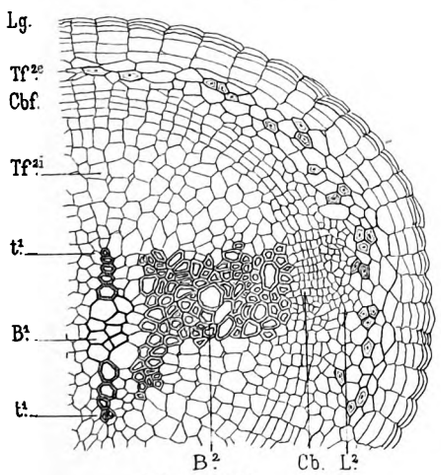
3. $(\frac{140}{1})$



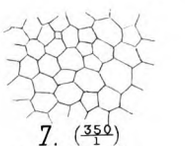
4. $(\frac{165}{1})$



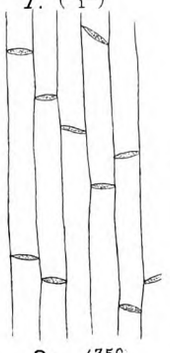
9. $(\frac{265}{1})$



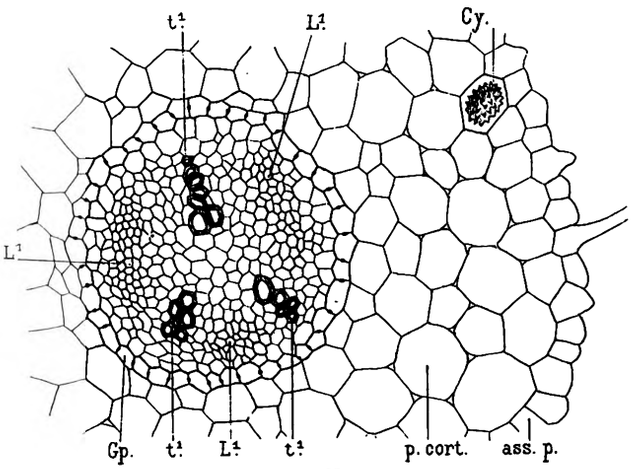
10. $(\frac{140}{1})$



7. $(\frac{350}{1})$



8. $(\frac{350}{1})$



11. $(\frac{265}{1})$

A. Gravis, ad nat. del

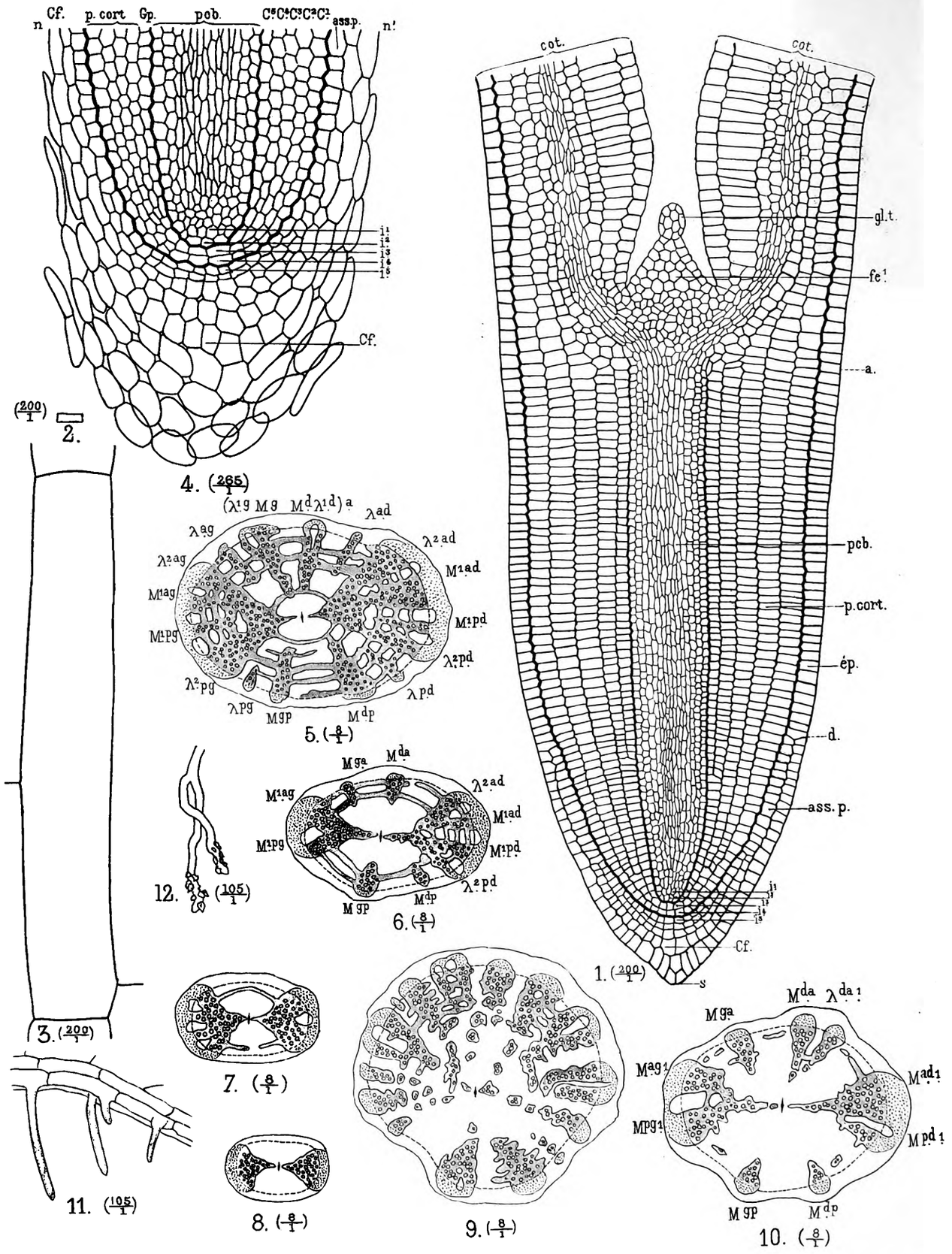
G. Severeyns, lith. Bruxelles.

STRUCTURE DE LA RACINE.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



A Gravis, ad nat del

G. Severeyns, lith. Bruxelles

STRUCTURE DE LA RACINE.

Digitized by Google

Planche XXII.

Structure de la racine (suite).

Fig. 1. Coupe radiale d'un embryon pris dans une graine mûre d'*Urtica urens*. La section est perpendiculaire à la surface des deux cotylédons et montre en même temps que la structure du sommet végétatif de la racine principale, les rapports de cette racine avec les autres parties de l'embryon. Cette coupe ne passe pas par le milieu du point végétatif de la gemmule, mais par l'une des feuilles de la première paire (fe^1); cette feuille est surmontée d'une glande terminale (gl. t.). — Lors de la germination, la couche superficielle de l'axe hypocotylé sera exfoliée au-dessous du niveau *d*.

2. Coupe radiale optique d'une cellule du parenchyme cortical d'un axe hypocotylé pris dans la graine.

3. Une cellule semblable après la germination pour montrer l'énorme accroissement dont cette cellule est le siège.

4. Coupe radiale du sommet végétatif d'une jeune racine d'*Urtica dioica* insérée à l'un des nœuds d'une tige rampante. Le niveau *n n'* correspond à la coupe représentée par la figure 1, planche XXI.

5 à 8. Coupes transversales pratiquées de distance en distance le long d'une racine principale très développée.

9 et 10. Coupes transversales dans une racine de deuxième ordre très développée.

11. Jeunes poils radicaux.

12. Un poil radical plus âgé et garni des particules terreuses auxquelles il s'est soudé.

Digitized by Google

Planche XXIII.

Structure de la racine (suite).

Fig. 1. Coupe transversale pratiquée près de l'insertion d'une racine née à l'un des nœuds d'un rhizome. Cette racine très développée mesurait six décimètres de longueur.

2. Coupe transversale pratiquée quelques millimètres au-dessous de la précédente.

3. Région centrale de la coupe précédente montrant un bicentre réduit à cinq éléments vasculaires.

4. Coupe transversale pratiquée un décimètre au-dessous de la coupe figure 2.

5. Région centrale de la coupe précédente. Le bicentre est ici composé d'une douzaine d'éléments vasculaires.

6. Portion de la coupe, figure 4, prise vers la périphérie et grossie davantage. On y voit un massif ligneux secondaire entremêlé de $T/^2$ interne.

7. Section transversale d'ensemble d'une racine au niveau de l'insertion d'une radicelle.

8. Portion grossie de la section précédente montrant la mise en rapport des trachées de la radicelle avec les trachées de la racine-mère.

9. Coupe radiale d'une racine dans le plan du bicentre montrant également l'insertion des radicelles.

10 et 11. Racines nées au nœud d'un rhizome et offrant de fausses dichotomies.

12. Section transversale au niveau d'une de ces fausses dichotomies.

13. Parcours des faisceaux primaires dans un nœud de la tige souterraine. On remarquera l'insertion de quatre racines à l'aisselle des stipules et l'orientation du faisceau de ces racines.

14. Région d'insertion d'une racine âgée près du nœud d'un rhizome très développé. On peut reconnaître, dans cette figure, la continuité des productions libéro-ligneuses secondaires de la tige avec celles de la racine.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE

DE LA

LOI SUPRÊME DE WRONSKI;

PAR

Ch. LAGRANGE,

Astronome à l'Observatoire royal de Bruxelles.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 2 août 1884.)

Tome XLVII.

Digitized by Google

Digitized by Google

DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE

DE LA

LOI SUPRÊME DE WRONSKI.

I. J'ai démontré (*) que si $Fx\ \varphi_1 x\ \varphi_2 x \dots \varphi_n x$ sont finies et continues ainsi que leurs ν premières dérivées $(\nu \leqq n+1)$ de $x = a$ à $x = a + H$, leurs n premières dérivées étant d'ailleurs finies et déterminées pour $x = a$, on a, de $x = a$ à $x = a + H$, la formule

$$(1). \quad Fx = a_0 + a_1\varphi_1 x + a_2\varphi_2 x + \dots + a_n\varphi_n x + R,$$

où le coefficient général a_μ, supposé d'ailleurs déterminé, est donné par

$$(2). \quad a_\mu = \frac{\left|\begin{array}{cccccc} \varphi_0^0 a & \varphi_1^1 a & \varphi_2^2 a & \dots & \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} a & F^\mu a \\ \varphi_0^0 a & \varphi_1^1 a & \varphi_2^2 a & \dots & \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} a & \varphi_\mu^\mu a \end{array}\right.\left.\begin{array}{ccc} \varphi_{\mu+1}^{\mu+1} a & \dots & \varphi_n^n a \\ \varphi_{\mu+1}^{\mu+1} a & \dots & \varphi_n^n a \end{array}\right|}{\left|\begin{array}{cccccc} \varphi_0^0 a & \varphi_1^1 a & \varphi_2^2 a & \dots & \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} a & \varphi_\mu^\mu a \\ \varphi_0^0 a & \varphi_1^1 a & \varphi_2^2 a & \dots & \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} a & \varphi_\mu^\mu a \end{array}\right.\left.\begin{array}{ccc} \varphi_{\mu+1}^{\mu+1} a & \dots & \varphi_n^n a \\ \varphi_{\mu+1}^{\mu+1} a & \dots & \varphi_n^n a \end{array}\right|} \quad (\varphi_0 x = 1,\ \mu = 0, 1, 2, \dots n),$$

et le reste R par

$$(3) \quad \dots \quad R = \frac{\left|\begin{array}{cccc} \varphi_0^0 a & \varphi_1^1 a & \dots & \varphi_n^n a\ F^{\nu(a+\theta_0\theta_1\dots\theta_\nu h)} \\ \varphi_0^0 a & \varphi_1^1 a & \dots & \varphi_n^n a \end{array}\right|}{\left|\begin{array}{ccc} \varphi_0^0 a & \dots & \varphi_n^n a \\ \varphi_0^0 a & \dots & \varphi_n^n a \end{array}\right|\ \varphi_{n+1}^{\nu(a+\theta_0\theta_1\dots\theta_\nu h)}}\ \varphi_{n+1} x \quad (\nu = 0, 1, 2, \dots \nu),$$

$\varphi_{n+1} x$ étant une fonction finie et continue ainsi que ses ν premières derivées de $x = a$ à $x = a + H$, et nulle ainsi que ses n premières dérivées pour $x = a$. Le symbole $\nu(a + \theta_0\theta_1 \dots \theta_\nu h)$, où $h = x - a$, indique qu'il faut prendre la dérivée $\nu^{\text{ième}}$ et y faire $x = a + \theta_0\theta_1 \dots \theta_\nu h$

$$\left(\begin{array}{l} \theta_0 = 1,\ 0 < \theta_1 < 1 \\ \qquad\quad 0 < \theta_2 < 1 \\ \qquad\quad 0 < \theta_\nu < 1 \end{array}\right).$$

Pour $\nu = n + 1$, $\varphi_{n+1} x = (x - a)^{n+1}$, le reste R, en posant d'ailleurs $\theta_0\theta_1 \dots \theta_\nu = \theta$, $0 < \theta < 1$, prend la forme

$$(4). \quad \dots \quad R = \frac{\left|\begin{array}{ccccc} \varphi_1^1 a & \varphi_2^2 a & \dots & \varphi_n^n a & F^{n+1(a+\theta h)} \end{array}\right|}{\left|\begin{array}{ccc} \varphi_1^1 a & \dots & \varphi_n^n a \end{array}\right|} \cdot \frac{(x-a)^{n+1}}{1.2.3 \dots n+1}.$$

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences de Paris*, 9 juin 1884.

Digitized by Google

II. La *loi suprême* de Wronski consiste dans le fait en une forme particulière (suite de termes dépendants des indices μ, $\mu+1$, $\mu+2$, ...) donnée au coefficient général a_μ de la relation indéfinie

$$(5) \quad \ldots\ldots \quad Fx = a_0 + a_1\varphi_1 x + a_2\varphi_2 x + \cdots + a_\mu\varphi_\mu x + \cdots \text{ à l'infini.}$$

Partant de cette relation indéfinie, Wronski calcule en fonction des différences finies des fonctions, sous forme de suites infinies, les coefficients $a_0\ a_1 \ldots a_\mu, \ldots$; il remplace ensuite dans chacun des termes de ces suites les différences finies par les différentielles des fonctions.

Suivant la remarque de M. De Tilly (*), il résulte de cette manière de procéder que la loi de Wronski, tout en reproduisant, ainsi que le constate un rapport célèbre de Lagrange et Lacroix, la forme des coefficients de différentes formules déjà connues, n'est pas démontrée *exacte*, et qu'on peut même affirmer qu'elle n'est pas exacte en général.

III. Je vais d'abord faire voir que la forme remarquable donnée par Wronski à ses coefficients $a_0\ a_1 \ldots a_\mu \ldots$ se déduit très simplement de la formule (2) sans passer par le théorème compliqué dont il se sert (*Philosophie de la technie*, 1re section, pp. 188-222).

D'après l'expression (2), $a_0\ a_1 \ldots a_n$ sont les racines du système des $n+1$ équations du premier degré

$$(a) \quad \begin{cases} Fx = a_0\varphi_0 x + a_1\varphi_1 x + \cdots + a_n\varphi_n x & (a_0) \\ F'x = a_0\varphi_0' x + a_1\varphi_1' x + \cdots + a_n\varphi_n' x & (a_1) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ F^n x = a_0\varphi_0^n x + a_1\varphi_1^n x + \cdots + a_n\varphi_n^n x & (a_n) \end{cases}$$

où l'on fait $x = a$ et où l'on suppose $\varphi_0 x = 1$.

Prenons sur l'équation (1) les dérivées premières des deux membres et divisons ensuite les deux membres de l'équation résultante par le coefficient de a_1 dans cette équation (coefficient qui sera ici $\varphi_1' x$); prenons de même sur cette équation ainsi transformée par la division, les dérivées premières des deux membres et divisons ensuite les deux membres de l'équation résul-

(*) *Bulletin de l'Académie des sciences de Belgique*, 3e série, t. V, n° 5.

Digitized by Google

tante par le coefficient de a_2 dans cette équation; prenons de nouveau les dérivées premières sur cette équation ainsi transformée par la division, divisons l'équation résultante par le coefficient de a_3, et opérons ainsi de suite n fois; en supposant que les diviseurs successifs ne sont pas nuls et en remarquant que pour $x = a$, les termes qui proviennent du reste R dans ces opérations successives sont tous égaux à zéro, nous obtiendrons facilement pour la détermination des coefficients $a_0\ a_1 \ldots a_n$ le système $(\mathfrak{b})$ équivalant à $(\mathfrak{a})$:

$$(\mathfrak{b})\left\{\begin{array}{ll}
Fx & = a_0 + a_1\varphi_1 x + a_2\varphi_2 x + \cdots + a_\nu\varphi_\nu x + \cdots + a_n\varphi_n x \\
F(1) = & \quad a_1 + a_2\varphi(1)_2 + \cdots + a_\nu\varphi(1)_\nu + \cdots + a_n\varphi(1)_n \\
F(2) = & \qquad a_2 + \cdots + a_\nu\varphi(2)_\nu + \cdots + a_n\varphi(2)_n \\
\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
F(\mu) = & \qquad a_\mu + \cdots + a_\nu\varphi(\mu)_\nu + \cdots + a_n\varphi(\mu)_n \\
\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
F(n) = & \qquad\qquad a_n
\end{array}\right\}(x = a),$$

où les fonctions auxiliaires générales $\varphi(\mu)$, $\varphi(\mu)_\nu$ sont, d'après le mode de formation indiqué plus haut, données par les relations

$$(\mathfrak{b}_1)\left\{\begin{array}{lll}
\varphi(1)_\nu = \dfrac{\varphi'_\nu x}{\varphi'_1 x} & \text{et} & F(1) = \dfrac{F'x}{\varphi'_1 x} \\
\varphi(2)_\nu = \dfrac{\varphi'(1)_\nu}{\varphi'(1)_2} & & F(2) = \dfrac{F'(1)}{\varphi'(1)_2} \\
\varphi(3)_\nu = \dfrac{\varphi'(2)_\nu}{\varphi'(z)_3} & & F(3) = \dfrac{F'(2)}{\varphi'(2)_3} \\
\cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\
\varphi(\mu)_\nu = \dfrac{\varphi'(\mu-1)_\nu}{\varphi'(\mu-1)_\mu} & & F(\mu) = \dfrac{F'(\mu-1)}{\varphi'(\mu-1)_\mu}
\end{array}\right.$$

Pour tirer des équations $(\mathfrak{b})$ l'expression du coefficient général a_μ, désignons par

$$\psi(\mu)_1 \quad \psi(\mu)_2 \ldots \psi(\mu)_\nu \ldots \psi(\mu)_{n-\mu}$$

des quantités *à déterminer*, puis multiplions respectivement par

$$\psi(\mu)_1 \quad \psi(\mu)_2 \ldots \psi(\mu)_\nu \ldots \psi(\mu)_{n-\mu}$$

les deux membres de la

$$\mu + 1^{e} \quad \mu + 2^{e} \quad \mu + 3^{e} \ldots \mu + \nu + 1^{e} \ldots n + 1^{e}$$

des équations $(\mathfrak{b})$, et ajoutons ensuite membre à membre ces équations ainsi

Digitized by Google

multipliées. En égalant à zéro dans l'équation résultante les coefficients de $a_{\mu+1}\ a_{\mu+2} \dots a_{\mu+\nu} \dots a_n$, on obtient, pour la détermination des $n-\mu$ quantités à déterminer, les $n-\mu$ équations du premier degré

$$(6)\quad \begin{cases} -\psi(\mu)_1 = \varphi(\mu)_{\mu+1} \\ -\psi(\mu)_2 = \varphi(\mu)_{\mu+2} + \psi(\mu)_1\varphi(\mu+1)_{\mu+2} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ -\psi(\mu)_\nu = \varphi(\mu)_{\mu+\nu} + \psi(\mu)_1\varphi(\mu+1)_{\mu+\nu} + \dots + \psi(\mu)_{\nu-1}\varphi(\mu+\nu-1)_{\mu+\nu} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ -\psi(\mu)_{n-\mu} = \varphi(\mu)_n + \psi(\mu)_1\varphi(\mu+1)_n + \dots + \psi(\mu)_{\nu-1}\varphi(\mu+\nu-1)_n + \dots + \psi(\mu)_{n-\mu-1}\varphi(n-1)_n \end{cases}$$

et avec ces valeurs l'équation résultante se réduit à

$$(7)\ \dots\quad a_\mu = \mathrm{F}(\mu) + \psi(\mu)_1\mathrm{F}(\mu+1) + \dots + \psi(\mu)_\nu\mathrm{F}(\mu+\nu) + \dots + \psi(\mu)_{n-\mu}\mathrm{F}(n)$$

qui donne le coefficient a_μ sous la forme d'une suite de termes dépendants des indices μ, $\mu+1$, $\mu+2$, ..., n.

Il ne reste plus, pour avoir a_μ en fonction immédiate des dérivées des différents ordres des fonctions $\mathrm{F}x\ \varphi_1x\ \varphi_2x \dots \varphi_nx$, qu'à exprimer les fonctions auxiliaires $\psi(\mu)_\nu$, $\mathrm{F}(\mu)$, ou encore [à cause de (6)] $\varphi(\mu)_\nu$, $\mathrm{F}(\mu)$, à l'aide de ces mêmes dérivées.

De plus, en remarquant que, d'après $(\mathfrak{b}_1)$, $\varphi(1)_\nu\ \varphi(2)_\nu \dots \varphi(\mu)_\nu$ sont formés à l'aide de $\varphi_\nu x$, identiquement comme $\mathrm{F}(1)\ \mathrm{F}(2) \dots \mathrm{F}(\mu)$ à l'aide de $\mathrm{F}x$, on voit qu'il suffira pour avoir $\varphi(\mu)_\nu$ de remplacer $\mathrm{F}x$ par $\varphi_\nu x$ dans l'expression de $\mathrm{F}(\mu)$.

Expression de $\mathrm{F}(\mu)$. Si l'on faisait $n=\mu$ dans l'équation primitive (a_0), elle deviendrait

$$(a_0')\ \mathrm{F}x = a_0'\varphi_0x + a_1'\varphi_1x + \dots + a_\mu'\varphi_\mu x,$$

$a_0'\ a_1' \dots a_\mu'$ désignant de nouveaux coefficients déterminés par les équations $(\mathfrak{b}')$ [correspondantes à $(\mathfrak{b})$],

$$(\mathfrak{b}')\quad \begin{cases} \mathrm{F}x = a_0' + a_1'\varphi_1x + \dots + a_\mu'\varphi_\mu x \\ \mathrm{F}(1) = a_1' + \dots + a_\mu'\varphi(1)_\mu \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \mathrm{F}(\mu) = a_\mu' \end{cases}$$

dans lesquelles les fonctions auxiliaires, en vertu de leur construction $(\mathfrak{b}_1)$

Digitized by Google

conservent identiquement les valeurs qu'elles ont dans (b). La dernière des équations (b') donne $\dot{F}(\mu) = a'_\mu$. D'un autre côté, si l'on prenait sur l'équation primitive (a'_0) les dérivées 1^e 2^e ... μ^e, on obtiendrait un système analogue à (a), qui donnerait pour a'_μ par la théorie générale des déterminants l'expression connue

$$a'_\mu = \frac{| \varphi_0^0 x \; \varphi_1' x \; \varphi_2'' x \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} x \; F^\mu x |}{| \varphi_0^0 x \; \varphi_1' x \; \varphi_2'' x \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} x \; \varphi_\mu^\mu x |} \; (\varphi_0 x = 1).$$

On a donc aussi

$$(8) \quad \ldots \ldots \ldots \quad F(\mu) = \frac{| \varphi_0^0 x \; \varphi_1' x \; \varphi_2'' x \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} x \; F^\mu x |}{| \varphi_0^0 x \; \varphi_1' x \; \varphi_2'' x \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} x \; \varphi_\mu^\mu x |}.$$

Expression de $\varphi(\mu)_\nu$. La formule précédente donne immédiatement, d'après la remarque faite plus haut sur l'identité des constructions (b_1),

$$(9) \quad \ldots \ldots \ldots \quad \varphi(\mu)_\nu = \frac{| \varphi_0^0 x \; \varphi_1' x \; \varphi_2'' x \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} x \; \varphi_\nu^\mu x |}{| \varphi_0^0 x \; \varphi_1' x \; \varphi_2'' x \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} x \; \varphi_\mu^\mu x |},$$

où il faut remarquer que, d'après les relations (6), on aura toujours $\nu > \mu$.

Résumé. Le coefficient général a_μ de la loi (1) peut donc se mettre sous la forme

$$(c) \quad \left\{ \begin{array}{l} (7) \quad a_\mu = F(\mu) + \psi(\mu)_1 F(\mu+1) + \cdots + \psi(\mu)_\nu F(\mu+\nu) + \cdots + \psi(\mu)_{n-\mu} F(n), \text{ où l'on a pour des indices généraux } \mu, \nu : \\ (8) \quad F(\mu) = \dfrac{| \varphi_0^0 a \; \varphi_1' a \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} a \; F^\mu a |}{| \varphi_0^0 a \; \varphi_1' a \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} a \; \varphi_\mu^\mu a |} \; (\mu = 0, 1, 2, \ldots n) \; (\varphi_0 x = 1), \\ (6) \quad \psi(\mu)_\nu = -\left[\varphi(\mu)_{\mu+\nu} + \psi(\mu)_1 \varphi(\mu+1)_{\mu+\nu} + \cdots + \psi(\mu)_{\nu-1} \varphi(\mu+\nu-1)_{\mu+\nu}\right], \\ (9) \quad \varphi(\mu)_\nu = \dfrac{| \varphi_0^0 a \; \varphi_1' a \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} a \; \varphi_\nu^\mu a |}{| \varphi_0^0 a \; \varphi_1' a \ldots \varphi_{\mu-1}^{\mu-1} a \; \varphi_\mu^\mu a |}. \end{array} \right.$$

Le reste R conserve sa forme (3) ou (4).

Le caractère particulier de la décomposition (c) du coefficient a_μ, c'est que si l'on donne une suite indéfinie de fonctions

$$\varphi_1 x, \quad \varphi_2 x \ldots \varphi_\mu x \ldots, \text{ etc.},$$

et que l'on prenne les n premières de ces fonctions pour développer Fx par

Digitized by Google

la loi (1), le coefficient général a_μ est la somme des $n - \mu + 1$ premiers termes de la suite indéfinie

$$F(\mu),\quad \psi(\mu)_1 F(\mu+1),\quad \psi(\mu)_2 F(\mu+2),\ \ldots,\ \psi(\mu)_\nu F(\mu+\nu),\ \ldots,\ \text{etc.},$$

termes dont chacun, ainsi qu'on le voit par les expressions (e), ne dépend que des indices qu'il contient et est indépendant de n. Lorsque pour $\lim \frac{1}{n} = 0$ on a $\lim R = 0$ et que la série $F(\mu) + \psi(\mu_1) F(\mu+1) + \psi(\mu)_2 F(\mu+2) + \ldots$ à l'infini, est d'ailleurs convergente, le coefficient a_μ de (5) sera donné par cette série, et l'on aura

$$(10)\ \ldots\ldots\quad a_\mu = F(\mu) + \psi(\mu)_1 F(\mu+1) + \cdots + \psi(\mu)_\nu F(\mu+\nu) + \cdots (*)$$

IV. C'est l'expression donnée par Wronski. Mais on voit qu'elle ne peut être considérée comme satisfaisant à la forme indéfinie (5) (Loi suprême de Wronski), 1° que si le reste R (3) ou (4) de la loi (1) tend vers zéro avec n vers l'infini; 2° et que si la série (10) est convergente, car la demonstration de la loi (1) suppose essentiellement que a_μ, donné par (2), est fini et déterminé. (Voy. *Comptes rendus,* loc. cit.)

Quand ces conditions sont remplies, les calculs par lesquels Wronski déduit de sa formule (dans la *Philosophie de la technie,* 2e section) les formules générales déjà connues pour le développement des fonctions, sont exacts (formules indéfinies de Taylor, Paoli, Burmann, Lagrange). La formule (1) donne d'ailleurs la forme du reste pour chacune de ces formules.

(*) a_μ n'est indépendant de n que dans des cas spéciaux, d'ailleurs très étendus.

Digitized by Google

FORMULES

DE LA

NUTATION ANNUELLE;

PAR

P. UBAGHS,

Assistant des cours d'Astronomie et de Géodésie à l'Université de Liège.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 2 février 1884.)

Digitized by Google

Digitized by Google

PRÉLIMINAIRES.

1. Le travail que M. Folie vient de publier sur la précession et la nutation annuelles (*), a mis en évidence certaines erreurs qui se sont glissées dans les formules de Peters (**), relatives à la nutation. Ces erreurs, parfaitement appréciables, exposent l'astronome aux plus graves mécomptes, dans des recherches théoriques d'une nature délicate.

Cette raison nous paraît déjà suffisante pour justifier une revision sérieuse des formules théoriques de la nutation annuelle; d'ailleurs, la précision toujours croissante des observations astronomiques, les déterminations plus récentes de certaines constantes et surtout la nouvelle théorie de la nutation diurne (***) exigent impérieusement l'établissement des formules exactes de la nutation annuelle.

Nous avons pensé être utile aux astronomes en reprenant complètement les calculs relatifs à la précession et à la nutation annuelles, en y conservant les termes qui contiennent les excentricités des orbites terrestre et lunaire, ainsi que l'inclinaison de l'orbite lunaire sur le plan de l'écliptique, jusqu'au 4e ordre inclusivement. Dès lors il était nécessaire de tenir compte des principales inégalités périodiques de la longitude vraie de la Lune, c'est-à-dire

(*) « Théorie des mouvements diurne, annuel et séculaire de l'axe du monde. » *Mémoires de l'Académie royale de Belgique*, t. XLV, 1884.

(**) « Numerus constans nutationis. » *Mémoires de l'Académie impériale de St-Pétersbourg*, 6e série, t. III.

(***) *Mémoires de l'Académie royale de Belgique*, t. XLV, 1884.

Digitized by Google

de l'équation annuelle, de l'évection et de la variation, jusque dans leurs termes du 4e ordre, comme étant des quantités de l'ordre de celles que nous avons conservées. Toutefois il sera fait abstraction des influences dues à l'attraction des planètes, à la figure de la Terre, aux inégalités du mouvement apparent du Soleil autour de la Terre, comme des inégalités séculaires en général.

Pour ne pas interrompre la suite naturelle des calculs et aussi pour faciliter au lecteur la comparaison de nos formules avec celles de M. Folie, nous réunirons dans les préliminaires le tableau des notations employées, identiques à celles employées dans le mémoire en question, et les formules auxiliaires dont nous aurons besoin.

2. Nous désignerons par :

$\mathbb{C}$, la longitude moyenne de la Lune, dans son orbite;
$\odot$, » » du Soleil;
Ω, » » du nœud ascendant de l'orbite lunaire;
Γ', » » du périgée lunaire;
Γ, » » du périgée solaire;
λ, la longitude vraie de la Lune et du Soleil;
θ, l'obliquité moyenne de l'écliptique;
i, l'inclinaison moyenne de l'orbite lunaire sur l'écliptique;
m, le rapport des moyens mouvements de la Lune et de la Terre;
e', l'excentricité de l'orbite lunaire;
e, l'excentricité de l'orbite terrestre;
m'_1, le moyen mouvement de la Lune;
$s_1 = \sin\theta$; $c_1 = \cos\theta$; $s_2 = \sin 2\theta$; $c_2 = \cos 2\theta$; $\iota = \operatorname{tg} i$.

3. En vertu de la loi des aires de Képler, on a la relation :

$$\frac{1}{2} D^2 dv = K dt,$$

K représentant l'aire décrite dans l'unité de temps,

$$K = \frac{\pi ab}{T} = \frac{\pi a^2 \sqrt{1-e'^2}}{T},$$

et T désignant la durée de la révolution totale de l'astre.

Digitized by Google

Si donc m_1' désigne la vitesse moyenne angulaire de la Lune, on obtient :

$$\frac{D^2}{a^2}\frac{dv}{dt} = m_1'\sqrt{1-e'^2},$$

ou bien, en vertu de l'équation polaire de l'ellipse,

$$m_1' dt = \frac{(1-e'^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+e'\cos v)^2}\,dv,$$

ou encore,

$$m_1' dt = \left\{1 - 2e'\cos v + \left(\frac{3}{2}e'^2 + \frac{1}{4}e'^4\right)\cos 2v - e'^3\cos 3v + \frac{5}{8}e'^4\cos 4v\right\} dv.$$

On déduit de là, en désignant par μ_1 la constante arbitraire,

$$m_1' t + \mu_1 = \mathbb{C} - \Gamma' = v - 2e'\sin v + \frac{1}{4}e'^2\left(3 + \frac{1}{2}e'^2\right)\sin 2v - \frac{1}{3}e'^3\sin 3v + \frac{5}{32}e'^4\sin 4v, \quad (1)$$

et au moyen de la formule de Lagrange,

$$v = \mathbb{C} - \Gamma' + \left(2e' - \frac{1}{4}e'^3\right)\sin(\mathbb{C}-\Gamma') + \left(\frac{5}{4}e'^2 - \frac{11}{24}e'^4\right)\sin 2(\mathbb{C}-\Gamma') + \frac{13}{12}e'^3\sin 3(\mathbb{C}-\Gamma') + \frac{103}{96}e'^4\sin 4(\mathbb{C}-\Gamma'). \quad (2)$$

4. Soient γE et LD les plans de l'écliptique et de l'orbite lunaire; L une position quelconque de la Lune et P′ le périgée lunaire; v l'anomalie vraie de la Lune; le triangle LΩL$_1$ donne la relation :

$$\operatorname{tg}(\lambda - \Omega) = \cos i \operatorname{tg}(v + \Gamma' - \Omega),$$

d'où l'on tire

$$v + \Gamma' - \Omega = \lambda - \Omega + \frac{i^2}{4}\sin 2(\lambda - \Omega) + \frac{i^4}{32}\sin 4(\lambda - \Omega) \quad (3)$$

et par suite

$$\left.\begin{aligned}\lambda = v + \Gamma' - \frac{i^2}{4}(1-4e'^2)\sin 2(\mathbb{C}-\Omega) + \frac{1}{2}e'i^2\left\{\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-2\Omega) - \sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega)\right\}\\ - \frac{13}{16}e'^2i^2\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma'-2\Omega) - \frac{3}{16}e'^2i^2\sin 2(\Gamma'-\Omega) + \frac{i^4}{32}\sin 4(\mathbb{C}-\Omega).\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Digitized by Google

5. L'élimination de v, entre les équations (2) et (4), donnera l'expression de la longitude vraie de la Lune en fonction de la longitude moyenne :

$$\left.\begin{aligned}\lambda = \complement &+ \left(2e' - \frac{1}{4}e'^3\right)\sin(\complement - \Gamma') + \left(\frac{5}{4}e'^2 - \frac{11}{24}e'^4\right)\sin 2(\complement - \Gamma') + \frac{13}{12}e'^3\sin 3(\complement - \Gamma')\\ &+ \frac{103}{96}e'^4\sin 4(\complement - \Gamma') - \frac{\iota^2}{4}(1 - 4e'^2)\sin 2(\complement - \Omega) - \frac{1}{2}e'\iota^2\sin(3\complement - \Gamma' - 2\Omega)\\ &+ \frac{1}{2}e'\iota^2\sin(\complement + \Gamma' - 2\Omega) - \frac{13}{16}e'^2\iota^2\sin(4\complement - 2\Gamma' - 2\Omega) - \frac{3}{16}e'^2\iota^2\sin 2(\Gamma' - \Omega)\\ &+ \frac{\iota^4}{32}\sin 4(\complement - \Omega);\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

et réciproquement, pour la longitude moyenne du Soleil,

$$\odot = \lambda - 2e\sin(\lambda - \Gamma) + \left(\frac{5}{4}e^2 + \frac{1}{8}e^4\right)\sin 2(\lambda - \Gamma) - \frac{1}{3}e^3\sin 3(\lambda - \Gamma) + \frac{5}{32}e^4\sin 4(\lambda - \Gamma). \quad (6)$$

La formule (5), qui concorde avec celle donnée par Delaunay (*) dans sa *Théorie du mouvement de la Lune*, résulte du mouvement elliptique. Comme nous avons pour but de tenir compte de l'action perturbatrice du Soleil, nous avons à compléter cette formule en y ajoutant les trois inégalités principales en longitude de la Lune. Nous avons pris ces trois termes dans l'ouvrage précité de Delaunay (**), de sorte que la formule complète de la longitude vraie de la Lune, dans les limites indiquées, devient :

$$\left.\begin{aligned}\lambda = \complement &+ \left(2e' - \frac{1}{4}e'^3\right)\sin(\complement - \Gamma') + \left(\frac{5}{4}e'^2 - \frac{11}{24}e'^4\right)\sin 2(\complement - \Gamma') + \frac{13}{12}e'^3\sin 3(\complement - \Gamma')\\ &+ \frac{103}{96}e'^4\sin 4(\complement - \Gamma') - \frac{\iota^2}{4}(1 - 4e'^2)\sin 2(\complement - \Omega) - \frac{1}{2}e'\iota^2\sin(3\complement - \Gamma' - 2\Omega)\\ &+ \frac{1}{2}e'\iota^2\sin(\complement + \Gamma' - 2\Omega) - \frac{13}{16}e'^2\iota^2\sin(4\complement - 2\Gamma' - 2\Omega) - \frac{3}{16}e'^2\iota^2\sin 2(\Gamma' - \Omega)\\ &+ \frac{\iota^4}{32}\sin 4(\complement - \Omega) + \left[\left(-3e + \frac{27}{8}e\iota^2 - \frac{27}{8}e'^2e - \frac{27}{8}e^3\right)m + \frac{735}{16}em^3\right]\sin(\odot - \Gamma)\\ &+ \left[\left(-\frac{3}{16}\iota^2 + \frac{75}{16}e'^2\right)m + \left(\frac{11}{8} - \frac{47}{64}\iota^2 + \frac{1101}{64}e'^2 - \frac{55}{16}e^2\right)m^2 + \frac{59}{12}m^3 + \frac{895}{72}m^4\right]\sin 2(\complement - \odot)\\ &+ \left[\left(\frac{15}{4}e' - \frac{3}{2}e'\iota^2 - \frac{75}{8}e^2e'\right)m + \frac{263}{16}e'm^2 + \frac{48217}{768}e'm^3\right]\sin(\complement - 2\odot + \Gamma').\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

(*) *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut impérial de France*, t. XXVIII, pp. 56, 57.

(**) *Idem*, t. XXIX, pp. 803, 815 et 821.

Digitized by Google

Nous avons négligé toutes les autres inégalités de la longitude de la Lune, même celles qui modifient certains termes du mouvement elliptique, comme étant d'un ordre inférieur à celles que nous avons conservées.

6. L'équation polaire de l'ellipse donne :

$$\left(\frac{a}{D}\right)^3 = 1 + \frac{9}{2}e'^2 + \frac{21}{2}e'^4 + 3e'\left(1 + \frac{13}{4}e'^2\right)\cos v + \frac{3}{2}e'^2(1 + 3e'^2)\cos 2v + \frac{1}{4}e'^3\cos 3v.$$

Par la formule (3) on a :

$$\cos lv = \cos l(\lambda - \Gamma') + \frac{l\iota^2}{8}\left\{\cos(l\overline{+2}\lambda - l\Gamma' - 2\Omega) - \cos(l\overline{-2}\lambda - l\Gamma' + 2\Omega)\right\}$$

où l'on donnera à l successivement les valeurs 1, 2 et 3.

L'expression de $\left(\frac{a}{D}\right)^3$ prend ainsi la forme :

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{a}{D}\right)^3 = 1 &+ \frac{9}{2}e'^2 + \frac{21}{2}e'^4 + 3e'\left(1 + \frac{13}{4}e'^2\right)\cos(\lambda - \Gamma') + \frac{3}{2}e'^2(1 + 3e'^2)\cos 2(\lambda - \Gamma') + \frac{1}{4}e'^3\cos 3(\lambda - \Gamma') \\ &+ \frac{3}{8}e'\iota^2\left\{\cos(3\lambda - \Gamma' - 2\Omega) - \cos(\lambda + \Gamma' - 2\Omega)\right\} + \frac{3}{8}e'^2\iota^2\left\{\cos(4\lambda - 2\Gamma' - 2\Omega) - \cos 2(\Gamma' - \Omega)\right\}\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

7. En formant le développement de $\sin(l\lambda + P)$ on trouvera, toutes réductions faites :

$$\left.\begin{aligned}&\sin(l\lambda + P) = \\ &\left[1 - l^2\left(e'^2 - \frac{1}{4}e'^4\right) - \frac{25}{64}l^2e'^4 - \frac{1}{64}l^2\iota^4 - \frac{9}{4}l^2e^2m^2 - \frac{121}{256}l^2m^4 - \frac{225}{64}l^2e'^2m^2 + \frac{1}{4}l^4e'^4\right]\sin(l\mathbb{C} + P) \\ &- \frac{1}{16}e'^2\iota^2\left(\frac{3}{2}l + \frac{11}{4}l^2 + l^3\right)\sin(l\mathbb{C} + 2\Gamma' - 2\Omega + P) + \frac{1}{16}e'^2\iota^2\left(\frac{3}{2}l - \frac{11}{4}l^2 + l^3\right)\sin(l\mathbb{C} - 2\Gamma' + 2\Omega + P) \\ &+ \frac{9}{8}l^2e^2m^2\sin(l\mathbb{C} + 2\odot - 2\Gamma + P) + \frac{9}{8}l^2e^2m^2\sin(l\mathbb{C} - 2\odot + 2\Gamma + P) \\ &- \left[\begin{aligned}&\frac{1}{8}l^2e'^2m\left(15 + \frac{263}{4}m\right) \\ &+ \frac{55}{128}l^2e'^2m^2 + \frac{11}{32}l^3e'^2m^2\end{aligned}\right]\sin(l\mathbb{C} + 2\odot - 2\Gamma' + P) - \left[\begin{aligned}&\frac{1}{8}l^2e'^2m\left(15 + \frac{263}{4}m\right) \\ &+ \frac{55}{128}l^2e'^2m^2 - \frac{11}{32}l^3e'^2m^2\end{aligned}\right]\sin(l\mathbb{C} - 2\odot + 2\Gamma' + P)\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Digitized by Google

$$+\frac{11}{128}l^2\iota^2m^2\sin(l\mathbb{C}+2\odot-2\Omega+\mathrm{P})+\frac{11}{128}l^2\iota^2m^2\sin(l\mathbb{C}-2\odot+2\Omega+\mathrm{P})$$

$$+\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}l\left(-3e+\frac{27}{8}e\iota^2-\frac{27}{8}e'^2e\right.\\\left.-\frac{27}{8}e^3\right)m+\frac{735}{32}lem^3+\frac{5}{2}l^3e'^2em\end{array}\right]\sin(l\mathbb{C}+\odot-\Gamma+\mathrm{P})-\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}l\left(-3e+\frac{27}{8}e\iota^2-\frac{27}{8}e'^2e\right.\\\left.-\frac{27}{8}e^3\right)m+\frac{735}{32}lem^3+\frac{5}{2}l^3e'^2em\end{array}\right]\sin(l\mathbb{C}-\odot+\Gamma+\mathrm{P})$$

$$-\left[\begin{array}{l}\frac{5}{8}l^2e'^3+\frac{165}{128}l^2e'm^3\\-\frac{1}{2}l\left(2e'-\frac{1}{4}e'^3\right)+\frac{1}{2}l^3e'^3\end{array}\right]\sin(l+\overline{1}\mathbb{C}-\Gamma'+\mathrm{P})-\left[\begin{array}{l}\frac{5}{8}l^2e'^3+\frac{165}{128}l^2e'm^3\\+\frac{1}{2}l\left(2e'-\frac{1}{4}e'^3\right)-\frac{1}{2}l^3e'^3\end{array}\right]\sin(l-\overline{1}\mathbb{C}+\Gamma'+\mathrm{P})$$

$$+\frac{1}{8}e'\iota^2(2l+l^2)\sin(l+\overline{1}\mathbb{C}+\Gamma'-2\Omega+\mathrm{P})-\frac{1}{8}e'\iota^2(2l-l^2)\sin(l-\overline{1}\mathbb{C}-\Gamma'+2\Omega+\mathrm{P})$$

$$-\frac{3}{2}l^2e'em\sin(l+\overline{1}\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma+\mathrm{P})-\frac{3}{2}l^2e'em\sin(l-\overline{1}\mathbb{C}-\odot+\Gamma'+\Gamma+\mathrm{P})$$

$$+\frac{3}{2}l^2e'em\sin(l+\overline{1}\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma+\mathrm{P})+\frac{3}{2}l^2e'em\sin(l-\overline{1}\mathbb{C}+\odot+\Gamma'-\Gamma+\mathrm{P})$$

$$-\frac{15}{16}e'^3m\left(l^3+\frac{5}{4}l^2\right)\sin(l+\overline{1}\mathbb{C}+2\odot-3\Gamma'+\mathrm{P})+\frac{15}{16}e'^3m\left(l^3-\frac{5}{4}l^2\right)\sin(l-\overline{1}\mathbb{C}-2\odot+3\Gamma'+\mathrm{P})$$

(9) Suite.

$$+\left[\begin{array}{l}\frac{1}{8}l^2e'm\left(\frac{5}{4}\iota^2-\frac{75}{4}e'^2\right.\\-\frac{11}{2}m-\frac{59}{3}m^2\Big)-\frac{15}{8}l^3e'^3m\\+\frac{1}{2}l\left\{\left(\frac{15}{4}e'-\frac{5}{2}e'\iota^2-\frac{75}{8}e^2e'\right)m\right.\\\left.+\frac{265}{16}e'm^2+\frac{48217}{768}e'm^3\right\}\end{array}\right]\sin(l+\overline{1}\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+\mathrm{P})+\left[\begin{array}{l}\frac{1}{8}l^2e'm\left(\frac{5}{4}\iota^2-\frac{75}{4}e'^2\right.\\-\frac{11}{2}m-\frac{59}{3}m^2\Big)+\frac{15}{8}l^3e'^3m\\-\frac{1}{2}\iota\left\{\left(\frac{15}{4}e'-\frac{5}{2}e'\iota^2-\frac{75}{8}e^2e'\right)m\right.\\\left.+\frac{265}{16}e'm^2+\frac{48217}{768}e'm^3\right\}\end{array}\right]\sin(l-\overline{1}\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'+\mathrm{P})$$

$$+\frac{15}{64}l^2e'\iota^2m\sin(l+\overline{1}\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-2\Omega+\mathrm{P})+\frac{15}{64}l^2e'\iota^2m\sin(l-\overline{1}\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+2\Omega+\mathrm{P})$$

$$-\frac{45}{16}l^2ee'm^2\sin(l+\overline{1}\mathbb{C}-\odot+\Gamma'-\Gamma+\mathrm{P})-\frac{45}{16}l^2ee'm^2\sin(l-\overline{1}\mathbb{C}+\odot-\Gamma'+\Gamma+\mathrm{P})$$

$$+\frac{45}{16}l^2ee'm^2\sin(l+\overline{1}\mathbb{C}-3\odot+\Gamma'+\Gamma+\mathrm{P})+\frac{45}{16}l^2ee'm^2\sin(l-\overline{1}\mathbb{C}+3\odot-\Gamma'-\Gamma+\mathrm{P})$$

Digitized by Google

$$+\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}l^2\left(e'^2-\frac{1}{4}e'^4\right)-\frac{13}{24}l^2e'^4\\ -\frac{1}{6}l^4e'^4-\frac{5}{8}l^5e'^4\\ +\frac{1}{2}l\left(\frac{5}{4}e'^2-\frac{11}{24}e'^4\right)\end{array}\right]\sin(l+2\mathfrak{C}-2\Gamma'+\mathrm{P})+\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}l^2\left(e'^2-\frac{1}{4}e'^4\right)-\frac{13}{24}l^2e'^4\\ -\frac{1}{6}l^4e'^4+\frac{5}{8}l^5e'^4\\ -\frac{1}{2}l\left(\frac{5}{4}e'^2-\frac{11}{24}e'^4\right)\end{array}\right]\sin(l-2\mathfrak{C}+2\Gamma'+\mathrm{P})$$

$$+\left[\frac{1}{2}l^2e'^2\iota^2-\frac{1}{8}l\iota^2(1-4e'^2)+\frac{1}{8}l^2e'^2\iota^2\right]\sin(l+2\mathfrak{C}-2\Omega+\mathrm{P})$$

$$+\left[\frac{1}{2}l^2e'^2\iota^2+\frac{1}{8}l\iota^2(1-4e'^2)-\frac{1}{8}l^2e'^2\iota^2\right]\sin(l-2\mathfrak{C}+2\Omega+\mathrm{P})$$

$$+\frac{225}{128}l^2e'^2m^2\sin(l+2\mathfrak{C}-4\odot+2\Gamma'+\mathrm{P})+\frac{225}{128}l^2e'^2m^2\sin(l-2\mathfrak{C}+4\odot-2\Gamma'+\mathrm{P})$$

$$+\left[\begin{array}{l}\frac{1}{8}l^2e'^2m\left(15+\frac{263}{4}m\right)-\frac{11}{16}l^2e'^2m^2\\ +\frac{1}{2}l\left\{\left(-\frac{3}{16}\iota^2+\frac{75}{16}e'^2\right)m+\left(\frac{11}{8}\right.\right.\\ \left.\left.-\frac{47}{64}\iota^2+\frac{1101}{64}e'^2-\frac{55}{16}e^2\right)m^2\\ \left.+\frac{59}{12}m^3+\frac{893}{72}m^4\right\}\end{array}\right]\sin(l+2\mathfrak{C}-2\odot+\mathrm{P})+\left[\begin{array}{l}\frac{1}{8}l^2e'^2m\left(15+\frac{263}{4}m\right)+\frac{11}{16}l^2e'^2m^2\\ -\frac{1}{2}l\left\{\left(-\frac{3}{16}\iota^2+\frac{75}{16}e'^2\right)m+\left(\frac{11}{8}\right.\right.\\ \left.\left.-\frac{47}{64}\iota^2+\frac{1101}{64}e'^2-\frac{55}{16}e^2\right)m^2\\ \left.+\frac{59}{12}m^3+\frac{893}{72}m^4\right\}\end{array}\right]\sin(l-2\mathfrak{C}+2\odot+\mathrm{P})$$

$$-\left(\frac{15}{16}l^2e'^2em+\frac{5}{4}l^3e'^2em\right)\sin(l+2\mathfrak{C}+\odot-2\Gamma'-\Gamma+\mathrm{P})$$

$$-\left(\frac{15}{16}l^2e'^2em-\frac{5}{4}l^3e'^2em\right)\sin(l-2\mathfrak{C}-\odot+2\Gamma'+\Gamma+\mathrm{P})$$

$$+\left(\frac{15}{16}l^2e'^2em+\frac{5}{4}l^3e'^2em\right)\sin(l+2\mathfrak{C}-\odot-2\Gamma'+\Gamma+\mathrm{P})$$

$$+\left(\frac{15}{16}l^2e'^2em-\frac{5}{4}l^3e'^2em\right)\sin(l-2\mathfrak{C}+\odot+2\Gamma'-\Gamma+\mathrm{P})$$

$$+\frac{3}{16}l^2e\iota^2m\sin(l+2\mathfrak{C}+\odot-\Gamma-2\Omega+\mathrm{P})+\frac{3}{16}l^2e\iota^2m\sin(l-2\mathfrak{C}-\odot+\Gamma+2\Omega+\mathrm{P})$$

$$-\frac{3}{16}l^2e\iota^2m\sin(l+2\mathfrak{C}-\odot+\Gamma-2\Omega+\mathrm{P})-\frac{3}{16}l^2e\iota^2m\sin(l-2\mathfrak{C}+\odot-\Gamma+2\Omega+\mathrm{P})$$

$$-\frac{33}{32}l^2em^3\sin(l+2\mathfrak{C}-\odot-\Gamma+\mathrm{P})-\frac{33}{32}l^2em^3\sin(l-2\mathfrak{C}+\odot+\Gamma+\mathrm{P})$$

(9) Suite.

$$+\frac{33}{32}l^2em^3\sin(\overline{l+2}\mathbb{C}-3\odot+\Gamma+\mathrm{P})+\frac{33}{32}l^2em^3\sin(\overline{l-2}\mathbb{C}+3\odot-\Gamma+\mathrm{P})$$

$$+\left[\frac{5}{8}l^2e'^3+\frac{15}{24}le'^3+\frac{1}{6}l^3e'^3\right]\sin(\overline{l+3}\mathbb{C}-3\Gamma'+\mathrm{P})+\left[\frac{5}{8}l^2e'^3-\frac{15}{24}le'^3-\frac{1}{6}l^3e'^3\right]\sin(\overline{l-3}\mathbb{C}+3\Gamma'+\mathrm{P})$$

$$-\left(\frac{1}{8}l^2e'\iota^2+\frac{1}{4}le'\iota^2\right)\sin(\overline{l+3}\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega+\mathrm{P})-\left(\frac{1}{8}l^2e'\iota^2-\frac{1}{4}le'\iota^2\right)\sin(\overline{l-3}\mathbb{C}+\Gamma'+2\Omega+\mathrm{P})$$

$$-\left[\frac{1}{8}l^2e'm\left(\frac{5}{4}\iota^2-\frac{75}{4}e'^2-\frac{11}{2}m-\frac{59}{3}m^2\right)-\frac{75}{64}l^2e'^3m-\frac{15}{16}l^3e'^3m\right]\sin(\overline{l+3}\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\mathrm{P})-\left[\frac{1}{8}l^2e'm\left(\frac{5}{4}\iota^2-\frac{75}{4}e'^2-\frac{11}{2}m-\frac{59}{3}m^2\right)-\frac{75}{64}l^2e'^3m+\frac{15}{16}l^3e'^3m\right]\sin(\overline{l-3}\mathbb{C}+2\odot+\Gamma'+\mathrm{P})$$

$$-\frac{15}{64}l^2e'\iota^2m\sin(\overline{l+3}\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-2\Omega+\mathrm{P})-\frac{15}{64}l^2e'\iota^2m\sin(\overline{l-3}\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'+2\Omega+\mathrm{P})$$

(9) Suite.

$$+\frac{165}{128}l^2e'm^3\sin(\overline{l+3}\mathbb{C}-4\odot+\Gamma'+\mathrm{P})+\frac{165}{128}l^2e'm^3\sin(\overline{l-3}\mathbb{C}+4\odot-\Gamma'+\mathrm{P})$$

$$-\left(\frac{105}{192}le'^4-\frac{25}{128}l^2e'^4-\frac{13}{24}l^2e'^4+\frac{5}{16}l^3e'^4-\frac{1}{24}l^4e'^4\right)\sin(\overline{l-4}\mathbb{C}+4\Gamma'+\mathrm{P})$$

$$+\left(\frac{1}{128}l^2\iota^4-\frac{1}{64}l\iota^4\right)\sin(\overline{l-4}\mathbb{C}+4\Omega+\mathrm{P})+\frac{121}{512}l^2m^4\sin(\overline{l-4}\mathbb{C}+4\odot+\mathrm{P})$$

$$+\left(\frac{15}{32}le'^2\iota^2+\frac{1}{16}l^2e'^2\iota^2-\frac{21}{64}l^2e'^2\iota^2\right)\sin(\overline{l-4}\mathbb{C}+2\Gamma'+2\Omega+\mathrm{P})$$

$$+\left(\frac{55}{128}l^2e'^2m^2-\frac{11}{32}l^3e'^2m^2\right)\sin(\overline{l-4}\mathbb{C}+2\odot+2\Gamma'+\mathrm{P})-\frac{11}{128}l^2\iota^2m^2\sin(\overline{l-4}\mathbb{C}+2\odot+2\Omega+\mathrm{P}).$$

Formons encore le développement de $\frac{\sin}{\cos}(l\odot+\mathrm{P})$, à l'aide de la formule (6); on obtient :

$$\frac{\sin}{\cos}(l\odot+\mathrm{P})=(1-l^2e^2)\frac{\sin}{\cos}(l\lambda+\mathrm{P})$$

$$-\left(le-\frac{5}{8}l^2e^3-\frac{1}{2}l^3e^3\right)\frac{\sin}{\cos}(\overline{l+1}\lambda-\Gamma+\mathrm{P})+\left(le+\frac{3}{8}l^2e^3-\frac{1}{2}l^3e^3\right)\frac{\sin}{\cos}(\overline{l-1}\lambda+\Gamma+\mathrm{P})$$

$$+\left(\frac{1}{2}l^2e^2+\frac{3}{8}le^2\right)\frac{\sin}{\cos}(\overline{l+2}\lambda-2\Gamma+\mathrm{P})+\left(\frac{1}{2}l^2e^2-\frac{3}{8}le^2\right)\frac{\sin}{\cos}(\overline{l-2}\lambda+2\Gamma+\mathrm{P})$$

$$-\left(\frac{3}{8}l^2e^3+\frac{1}{6}le^3+\frac{1}{6}l^3e^3\right)\frac{\sin}{\cos}(\overline{l+3}\lambda-3\Gamma+\mathrm{P})-\left(\frac{3}{8}l^2e^3-\frac{1}{6}le^3-\frac{1}{6}l^3e^3\right)\frac{\sin}{\cos}(\overline{l-3}\lambda+3\Gamma+\mathrm{P}).$$

Digitized by Google

8. On sait que les équations différentielles du mouvement de rotation de la Terre, sous la double influence des attractions du Soleil et de la Lune, sont :

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{b}{A}n(m+q), \quad \frac{dm}{dt} = \frac{a}{B}m(l+p), \quad \frac{dn}{dt} = \frac{A-B}{C}lm; \tag{10}$$

A, B, C désignant les moments d'inertie de la Terre autour de ses axes principaux; a et b les différences C — A, C — B; l, m et n représentant les vitesses angulaires de la Terre autour des trois axes; p et q des quantités données par les relations :

$$p = 5\frac{m_1^2}{n}\frac{xz}{D^2}, \qquad q = 5\frac{m_1^2}{n}\frac{yz}{D^2}, \tag{11}$$

x et z désignant les coordonnées équatoriales de l'astre attirant.

Comme, d'une part, les quantités l et m sont toujours fort petites parce que l'axe de rotation de la Terre s'écarte très peu de l'axe principal z, et que, d'autre part, A et B diffèrent extrêmement peu l'un de l'autre, $\frac{dn}{dt}$ sera sensiblement nul et le mouvement de rotation de la Terre autour de son axe peut être regardé comme uniforme.

L'intégration des formules (10) donnera les valeurs de l, m et n en fonction du temps. Il reste alors à fixer la position des axes principaux par rapport à un système d'axes fixes, ce qui se fait à l'aide des équations :

$$\frac{d\theta}{dt} = -l\cos\varphi + m\sin\varphi \qquad -\sin\theta\frac{d\psi}{dt} = l\sin\varphi + m\cos\varphi, \tag{12}$$

dont les intégrales exprimeront le mouvement de la ligne des équinoxes et la variation de l'obliquité de l'écliptique, ou les phénomènes de la précession luni-solaire des équinoxes et de la nutation de l'axe terrestre.

Les circonstances favorables qui accompagnent le mouvement de rotation de notre globe avaient permis d'effectuer l'intégration des équations (10) et (12), sinon rigoureusement, du moins à l'aide d'approximations présentant un grand degré d'exactitude. Mais, grâce à la méthode d'intégration de M. Folie, ces intégrales ont été obtenues sous forme finie et toute la difficulté du problème s'est trouvée réduite à la formation des expressions de p et q en fonction des longitudes moyennes des deux astres attirants.

Digitized by Google

Nous renvoyons au mémoire de M. Folie (*) pour l'exposition du procédé d'intégration et nous nous bornons à rappeler ici les formules que nous appliquerons dans l'intégration. Elles sont, suivant le cas :

$$\left.\begin{aligned} &\Delta\theta = -\frac{u}{v}\frac{\mu(1\pm v_2)-\varpi}{(1\pm v_2)^2-\varpi}\cos vt, && \sin\vartheta\Delta\psi = \frac{u}{v}\frac{\mu(1\pm v_2)-\varpi}{(1\pm v_2)^2-\varpi}\sin vt,\\ \text{et}\quad &\Delta\theta = -\frac{u}{v}\frac{\mu}{1\pm v_2+\mu}\cos vt, && \sin\vartheta\Delta\psi = \frac{u}{v}\frac{\mu}{1\pm v_2+\mu}\sin vt. \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

(*) *Mémoires de l'Académie royale de Belgique*, t. XLV, 1884.

Digitized by Google

FORMULES

DE LA

NUTATION ANNUELLE.

I.

9. Soient X, Y, Z les coordonnées rectangulaires de la Lune, rapportées à l'écliptique d'une certaine époque, prise pour plan des XY, et à l'équinoxe de la même époque, par lequel passe l'axe des X; si β et λ représentent les coordonnées sphériques de l'astre rapportées au même plan et à la même origine, on a les relations :

$$X = D\cos\beta\cos\lambda, \qquad Y = D\cos\beta\sin\lambda, \qquad Z = D\sin\beta. \tag{14}$$

Si maintenant θ désigne l'obliquité de l'écliptique; ψ, l'angle que fait l'intersection de l'équateur et de l'écliptique avec l'axe X; φ, l'angle que fait l'axe principal de la Terre, x, avec cette intersection; et si nous comptons ces angles dans le sens du mouvement de rotation de la Terre, nous aurons les formules :

$$\left.\begin{aligned} x &= \cos\theta\sin\varphi(-X\sin\psi + Y\cos\psi) + \cos\varphi(X\cos\psi + Y\sin\psi) - Z\sin\theta\sin\varphi, \\ z &= \sin\theta(-X\sin\psi + Y\cos\psi) + Z\cos\theta. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

On aura ainsi :

$$\left.\begin{aligned} \frac{2x}{D} &= \cos\beta\left[(1+c_1)\cos(\lambda - \psi - \varphi) + (1-c_1)\sin(\lambda - \psi + \varphi)\right] - 2s_1\sin\varphi\sin\beta, \\ \frac{z}{D} &= s_1\cos\beta\sin(\lambda - \psi) + c_1\sin\beta. \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Digitized by Google

Pour exprimer x et z en fonction de la longitude vraie de l'astre attirant, nous devons nous servir des relations

$$\left.\begin{aligned} &\lambda - \psi = \lambda \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang}\beta = \iota \sin(\lambda - \Omega), \\ &\text{d'où} \\ &\sin\beta = \iota\left(1 - \frac{3}{8}\iota^2\right)\sin(\lambda-\Omega) + \frac{1}{8}\iota^3 \sin 3(\lambda-\Omega), \\ &\cos\beta = 1 - \frac{\iota^2}{4} + \frac{9}{64}\iota^4 + \frac{1}{4}\iota^2\left(1 - \frac{5}{4}\iota^2\right)\cos 2(\lambda-\Omega) + \frac{5}{64}\iota^4\cos 4(\lambda-\Omega). \end{aligned}\right\} (17)$$

On obtient ainsi :

$$\left.\begin{aligned} \frac{2x}{D} &= \left(1 - \frac{\iota^2}{4} + \frac{9}{64}\iota^4\right)\begin{vmatrix} (1+c_1)\cos(\lambda-\varphi) \\ +(1-c_1)\cos(\lambda+\varphi) \end{vmatrix} + s_1\iota\left(1 - \frac{3}{8}\iota^2\right)\begin{vmatrix} \cos(\lambda-\Omega+\varphi) \\ -\cos(\lambda-\Omega-\varphi) \end{vmatrix} + \frac{1}{8}s_1\iota^3\begin{vmatrix} \cos(3\lambda-3\Omega+\varphi) \\ -\cos(3\lambda-3\Omega-\varphi) \end{vmatrix} \\ &+ \frac{1}{8}\iota^2\left(1 - \frac{3}{4}\iota^2\right)\begin{vmatrix} (1+c_1)\left[\cos(3\lambda-2\Omega-\varphi)+\cos(\lambda-2\Omega+\varphi)\right] \\ +(1-c_1)\left[\cos(3\lambda-2\Omega+\varphi)+\cos(\lambda-2\Omega-\varphi)\right] \end{vmatrix} + \frac{3}{128}\iota^4\begin{vmatrix} (1+c_1)\cos(3\lambda-4\Omega+\varphi) \\ +(1-c_1)\cos(3\lambda-4\Omega-\varphi) \end{vmatrix} \\ \frac{z}{D} &= s_1\left(1 - \frac{\iota^2}{4} + \frac{9}{64}\iota^4\right)\sin\lambda + c_1\iota\left(1 - \frac{3}{8}\iota^2\right)\sin(\lambda-\Omega) + s_1\frac{\iota^2}{8}\left(1 - \frac{3}{4}\iota^2\right)\begin{vmatrix} \sin(3\lambda-2\Omega) \\ -\sin(\lambda-2\Omega) \end{vmatrix} \\ &+ \frac{1}{8}c_1\iota^3\sin 3(\lambda-\Omega) - \frac{5}{128}s_1\iota^4\sin(3\lambda-4\Omega). \end{aligned}\right\} (18)$$

10. Nous déduisons des expressions (18) :

$$\begin{aligned} \frac{4xz}{D^2} &= s_2\left(1 - \frac{5}{2}\iota^2 + \frac{9}{8}\iota^4\right)\sin\varphi + s_1\left(1 - \frac{1}{2}\iota^2 + \frac{5}{8}\iota^4\right)\begin{vmatrix} (1+c_1)\sin(2\lambda-\varphi) \\ +(1-c_1)\sin(2\lambda+\varphi) \end{vmatrix} - \frac{3}{4}s_2\iota^2(1-\iota^2)\begin{vmatrix} \sin(2\lambda-2\Omega-\varphi) \\ -\sin(2\lambda-2\Omega+\varphi) \end{vmatrix} \\ &+ \iota\left(1 - \frac{3}{4}\iota^2\right)\begin{vmatrix} (c_1+c_2)\left[\sin(2\lambda-\Omega-\varphi)-\sin(\Omega-\varphi)\right] \\ +(c_1-c_2)\left[\sin(2\lambda-\Omega+\varphi)-\sin(\Omega+\varphi)\right] \end{vmatrix} + \frac{1}{4}s_1\iota^2(1-\iota^2)\begin{vmatrix} (1+c_1)\sin(2\Omega-\varphi) \\ +(1-c_1)\sin(2\Omega+\varphi) \end{vmatrix} \\ &+ \frac{1}{4}\iota^3\begin{vmatrix} (c_1+c_2)\sin(2\lambda-3\Omega+\varphi) \\ +(c_1-c_2)\sin(2\lambda-3\Omega-\varphi) \end{vmatrix} - \frac{1}{16}s_1\iota^4\begin{vmatrix} (1+c_1)\sin(2\lambda-4\Omega+\varphi) \\ +(1-c_1)\sin(2\lambda-4\Omega-\varphi) \end{vmatrix} \\ &+ \frac{1}{4}s_1\iota^2(1-\iota^2)\begin{vmatrix} (1+c_1)\sin(4\lambda-2\Omega-\varphi) \\ +(1-c_1)\sin(4\lambda-2\Omega+\varphi) \end{vmatrix} + \frac{1}{4}\iota^3\begin{vmatrix} (c_1+c_2)\sin(4\lambda-3\Omega-\varphi) \\ +(c_1-c_2)\sin(4\lambda-3\Omega+\varphi) \end{vmatrix} + \frac{21}{128}s_2\iota^4\begin{vmatrix} \sin(4\lambda-4\Omega+\varphi) \\ -\sin(4\lambda-4\Omega-\varphi) \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

11. En multipliant par l'expression de $\left(\frac{a}{D}\right)^3$, obtenue dans la formule (8), on a :

$$\left.\begin{aligned} \frac{4xz}{D^2}\left(\frac{a}{D}\right)^3 &= s_2\left(1 - \frac{3}{2}\iota^2 + \frac{9}{2}e'^2 + \frac{9}{8}\iota^4 - \frac{27}{4}e'^2\iota^2 + \frac{21}{2}e'^4\right)\sin\varphi - \iota\left(1 - \frac{3}{4}\iota^2 + \frac{9}{2}e'^2\right)\begin{vmatrix} (c_1+c_2)\sin(\Omega-\varphi) \\ +(c_1-c_2)\sin(\Omega+\varphi) \end{vmatrix} \\ &+ s_1\left(1 - \frac{1}{2}\iota^2 + \frac{9}{2}e'^2 + \frac{3}{8}\iota^4 - \frac{9}{4}e'^2\iota^2 + \frac{21}{2}e'^4\right)\begin{vmatrix} (1+c_1)\sin(2\lambda-\varphi) \\ +(1-c_1)\sin(2\lambda+\varphi) \end{vmatrix} + \frac{1}{4}\iota^2\left(1 - \iota^2 + \frac{15}{4}e'^2\right)\begin{vmatrix} (1+c_1)\sin(2\Omega-\varphi) \\ +(1-c_1)\sin(2\Omega+\varphi) \end{vmatrix} \end{aligned}\right\} (19)$$

Digitized by Google

$$
\begin{aligned}
&+\frac{3}{4}s_1e'^2\left(1-\frac{1}{2}\iota^2+3e'^2\right)\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{3}{4}e'^2\iota\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(2\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|\\
&-\frac{5}{8}s_2e'^2\iota^2\left|\begin{matrix}\sin(2\Gamma'-2\Omega-\varphi)\\-\sin(2\Gamma'-2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{5}{16}s_1e'^2\iota^2\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(4\Gamma'-2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\Gamma'-2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\iota\left(1-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{9}{2}e'^2\right)\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(2\lambda-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\lambda-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{5}{4}s_2\iota^2\left(1-\iota^2+\frac{17}{4}e'^2\right)\left|\begin{matrix}\sin(2\lambda-2\Omega-\varphi)\\-\sin(2\lambda-2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{1}{4}\iota^3\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(2\lambda-3\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\lambda-3\Omega-\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{1}{16}s_1\iota^4\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\lambda-4\Omega+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\lambda-4\Omega-\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{1}{4}s_1\iota^2\left(1-\iota^2+\frac{15}{4}e'^2\right)\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(4\lambda-2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\lambda-2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{1}{4}\iota^3\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(4\lambda-3\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(4\lambda-3\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{21}{128}s_2\iota^4\left|\begin{matrix}\sin(4\lambda-4\Omega+\varphi)\\-\sin(4\lambda-4\Omega-\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{3}{2}s_2e'\left(1-\frac{5}{2}\iota^2+\frac{15}{4}e'^2\right)\left|\begin{matrix}\sin(\lambda-\Gamma'+\varphi)\\-\sin(\lambda-\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{3}{2}s_1e'\left(1-\frac{1}{2}\iota^2+\frac{15}{4}e'^2\right)\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\lambda+\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\lambda+\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{1}{8}s_1e'^3\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\lambda-3\Gamma'+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\lambda-3\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{3}{2}s_1e'\left(1-\frac{1}{2}\iota^2+\frac{15}{4}e'^2\right)\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(3\lambda-\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(3\lambda-\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{1}{8}s_2e'^3\left|\begin{matrix}\sin(3\lambda-3\Gamma'+\varphi)\\-\sin(3\lambda-3\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{3}{4}s_2e'^2\left(1-\frac{3}{2}\iota^2+3e'^2\right)\left|\begin{matrix}\sin(2\lambda-2\Gamma'+\varphi)\\-\sin(2\lambda-2\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{3}{2}e'\iota\left(1-\frac{1}{2}\iota^2+\frac{15}{4}e'^2\right)\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\lambda+\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\lambda+\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{3}{2}e'\iota\left(1-\frac{7}{8}\iota^2+\frac{15}{4}e'^2\right)\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\lambda-\Gamma'-\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\lambda-\Gamma'-\Omega-\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{3}{2}e'\iota\left(1-\frac{1}{2}\iota^2+\frac{15}{4}e'^2\right)\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\lambda-\Gamma'+\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\lambda-\Gamma'+\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{3}{2}e'\iota\left(1-\frac{7}{8}\iota^2+\frac{15}{4}e'^2\right)\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(3\lambda-\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\lambda-\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{5}{4}s_2e'\iota^2\left|\begin{matrix}\sin(\lambda+\Gamma'-2\Omega-\varphi)\\-\sin(\lambda+\Gamma'-2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|\\
&-\frac{9}{16}s_1e'\iota^2\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\lambda-\Gamma'-2\Omega+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\lambda-\Gamma'-2\Omega-\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{21}{16}s_2e'\iota^2\left|\begin{matrix}\sin(3\lambda-\Gamma'-2\Omega-\varphi)\\-\sin(3\lambda-\Gamma'-2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{9}{16}e'\iota^3\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(3\lambda-\Gamma'-3\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\lambda-\Gamma'-3\Omega-\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{1}{8}e'\iota\left(e'^2-\frac{3}{2}\iota^2\right)\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\lambda-3\Gamma'+\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\lambda-3\Gamma'+\Omega-\varphi)\end{matrix}\right|\\
&-\frac{1}{8}e'\iota\left(e'^2-\frac{3}{2}\iota^2\right)\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(3\lambda-3\Gamma'+\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\lambda-3\Gamma'+\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{1}{8}e'^3\iota\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(3\lambda-3\Gamma'-\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\lambda-3\Gamma'-\Omega-\varphi)\end{matrix}\right|\\
&-\frac{3}{16}s_2e'\iota^2\left|\begin{matrix}\sin(\lambda-3\Gamma'+2\Omega-\varphi)\\-\sin(\lambda-3\Gamma'+2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{5}{16}s_1e'\iota^2\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(3\lambda-3\Gamma'+2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(3\lambda-3\Gamma'+2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|\\
&+\frac{3}{16}s_1e'\iota^2\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\lambda+3\Gamma'-2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\lambda+3\Gamma'-2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{3}{16}e'\iota^3\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\lambda+3\Gamma'-3\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\lambda+3\Gamma'-3\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|
\end{aligned}
\qquad (19)\ \text{Suite.}
$$

Digitized by Google

$$-\frac{3}{16}e'\iota^3\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\lambda-3\Gamma'+3\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\lambda-3\Gamma'+3\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|+\frac{3}{4}s_1e'^2\left(1-\frac{1}{2}\iota^2+3e'^2\right)\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(4\lambda-2\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\lambda-2\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right|$$

$$+\frac{3}{4}e'^2\iota\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(4\lambda-2\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(4\lambda-2\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{3}{4}e'^2\iota\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(2\lambda-2\Gamma'+\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\lambda-2\Gamma'+\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|$$

$$+\frac{3}{4}e'^2\iota\left|\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(2\lambda-2\Gamma'-\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\lambda-2\Gamma'-\Omega-\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{3}{8}s_1e'^2\iota^2\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\lambda-2\Gamma'-2\Omega+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\lambda-2\Gamma'-2\Omega-\varphi)\end{matrix}\right| \quad (19)\ \text{Suite.}$$

$$-\frac{3}{4}s_2e'^2\iota^2\left|\begin{matrix}\sin(4\lambda-2\Gamma'-2\Omega-\varphi)\\-\sin(4\lambda-2\Gamma'-2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|-\frac{3}{16}s_2e'^2\iota^2\left|\begin{matrix}\sin(2\lambda-4\Gamma'+2\Omega-\varphi)\\-\sin(2\lambda-4\Gamma'+2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|$$

$$+\frac{3}{16}s_1e'^2\iota^2\left|\begin{matrix}(1+c_1)\sin(4\lambda-4\Gamma'+2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\lambda-4\Gamma'+2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right|.$$

12. En remplaçant enfin λ par sa valeur en fonction de $\mathbb{C}$, donnée par la formule (9), on obtiendra, toutes réductions effectuées :

$$\frac{4xz}{D^2}\left(\frac{a}{D}\right)^3=s_2\left(1-\frac{3}{2}\iota^2+\frac{3}{2}e'^2+\frac{3}{2}\iota^4-\frac{9}{4}e'^2\iota^2+\frac{15}{8}e'^4\right)\sin\varphi-2\left(1-\iota^2+\frac{3}{2}e'^2\right)\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$+\frac{1}{2}\iota^2\left(1-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{3}{2}e'^2\right)s_1\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}+s^4\left[\begin{matrix}1-\frac{1}{2}\iota^2-\frac{5}{2}e'^2+\frac{7}{16}\iota^4+\frac{5}{4}e'^2\iota^2\\+\frac{15}{16}e'^4-9e^2m^2-\frac{225}{16}e'^2m^2-\frac{121}{64}m^4\end{matrix}\right]\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$+\frac{3}{2}s_2e'\left(1-\frac{5}{2}\iota^2+\frac{9}{8}e'^2\right)\left\{\begin{matrix}\sin(\mathbb{C}-\Gamma'+\varphi)\\-\sin(\mathbb{C}-\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right\}+\iota\left(1-\frac{3}{4}\iota^2-\frac{5}{2}e'^2\right)\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(2\mathbb{C}-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\mathbb{C}-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{1}{4}\iota m\left[\begin{matrix}\frac{11}{2}m-\frac{5}{4}\iota^2\\+\frac{59}{3}m^2\end{matrix}\right]\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(2\odot-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\odot-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$+\frac{1}{2}s_1e'\left(7-\frac{7}{2}\iota^2-\frac{123}{8}e'^2-\frac{165}{16}m^2\right)\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{1}{2}s_1e'\left(1-\frac{1}{2}\iota^2-\frac{1}{8}e'^2+\frac{165}{16}m^2\right)\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\mathbb{C}+\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right\} \quad (20)$$

$$-\frac{3}{61}s_2e'm\left[\begin{matrix}\frac{11}{2}m+\frac{59}{3}m^2\\+\frac{75}{4}e'^2-\frac{3}{4}\iota^2\end{matrix}\right]\left\{\begin{matrix}\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+\varphi)\\-\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{3}{2}e'\iota\left(1-\iota^2+\frac{9}{8}e'^2\right)\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}-\Gamma'+\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}-\Gamma'+\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$+\frac{3}{2}e'\iota\left(1-\iota^2+\frac{9}{8}e'^2\right)\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}-\Gamma'-\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}-\Gamma'-\Omega-\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{1}{2}e'\iota\left(1-\frac{3}{4}\iota^2-\frac{1}{8}e'^2\right)\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$+\frac{1}{2}e'\iota\left(7-\frac{21}{4}\iota^2-\frac{123}{8}e'^2\right)\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{3}{16}s_2e'^2m\left(15+\frac{265}{4}m\right)\left\{\begin{matrix}\sin(2\mathbb{C}-2\odot+\varphi)\\-\sin(2\mathbb{C}-2\odot-\varphi)\end{matrix}\right\}$$

Digitized by Google

$$+\frac{3}{4}s_1e'm\left[5-\frac{67}{16}\iota^2-\frac{25}{2}e^2+\frac{157}{8}m-\frac{565}{16}e'^2+\frac{4833}{64}m^2\right]\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{3}{16}s_2e'^2m\left(15+\frac{307}{4}m\right)\left\{\begin{matrix}\sin(2\odot-2\Gamma'+\varphi)\\-\sin(2\odot-2\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{1}{4}s_1e'm\left[15-\frac{267}{16}\iota^2-\frac{45}{16}e'^2-\frac{75}{2}e^2+\frac{713}{8}m+\frac{64265}{768}m^2\right]\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{1}{4}s_2\left(9e'^2-\frac{27}{2}e'^{2,2}+7e'^4\right)\left\{\begin{matrix}\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'+\varphi)\\-\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$+\frac{3}{4}s_1\iota^2\left(1-\iota^2-\frac{5}{2}e'^2\right)\left\{\begin{matrix}\sin(2\mathbb{C}-2\Omega+\varphi)\\-\sin(2\mathbb{C}-2\Omega-\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{33}{32}s_2\iota^2m^2\left\{\begin{matrix}\sin(2\odot-2\Omega+\varphi)\\-\sin(2\odot-2\Omega-\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{1}{2}s_1e'^2\left(17-\frac{17}{2}\iota^2-\frac{445}{12}e'^2\right)\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{1}{4}s_1m\left[\frac{11}{2}m-\frac{5}{4}\iota^2+\frac{165}{2}e'^2+\frac{59}{3}m^2+318e'^2m-\frac{91}{16}\iota^2m-\frac{55}{4}e^2m+\frac{893}{18}m^3\right]\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(4\mathbb{C}-2\odot-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\mathbb{C}-2\odot+\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{1}{4}s_1m\left[\frac{11}{2}m-\frac{5}{4}\iota^2+\frac{59}{3}m^2-\frac{349}{8}e'^2m-\frac{91}{16}\iota^2m-\frac{55}{4}e^2m+\frac{893}{18}m^3\right]\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\odot-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\odot+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-3s_1em\left[1-\frac{13}{8}\iota^2-\frac{35}{8}e'^2+\frac{9}{8}e^2-\frac{245}{16}m^2\right]\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma+\varphi)\end{matrix}\right\}+3s_1em\left[1-\frac{13}{8}\iota^2-\frac{35}{8}e'^2+\frac{9}{8}e^2-\frac{245}{16}m^2\right]\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{5}{16}s_1e'm\left[\frac{11}{2}m-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{59}{3}m^2+\frac{75}{4}e'^2\right]\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{9}{8}s_1e'^2\iota^2\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'+2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'+2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{165}{32}s_1e'm^2\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\mathbb{C}-4\odot+\Gamma'+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\mathbb{C}-4\odot+\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{9}{2}s_1e^2m^2\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma+\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{9}{2}s_1e^2m^2\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{1}{16}s_1e'^2m\left(255+\frac{5483}{4}m\right)\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{5}{16}s_1e'^2m\left(15+\frac{263}{4}m\right)\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma'+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{11}{32}s_1\iota^2m^2\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\left[\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Omega-\varphi)-\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Omega-\varphi)\right]\\+(1-c_1)\left[\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Omega+\varphi)-\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Omega+\varphi)\right]\end{matrix}\right\}-\frac{9}{8}s_1e'^2\iota^2\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'-2\Omega+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'-2\Omega-\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{1}{8}\iota^2\left(\iota^2-\frac{45}{2}e'^2\right)s_1\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(4\mathbb{C}-2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\mathbb{C}-2\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{5}{4}s_1e'\iota^2\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\left[\sin(\mathbb{C}-\Gamma'+2\Omega-\varphi)-\sin(\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega+\varphi)\right]\\+(1-c_1)\left[\sin(\mathbb{C}-\Gamma'+2\Omega+\varphi)-\sin(\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega-\varphi)\right]\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{1}{48}s_1e'^3\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\mathbb{C}-3\Gamma'+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\mathbb{C}-3\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{1}{24}s_1e'^4\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-4\Gamma'+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}-4\Gamma'-\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{9}{4}\iota e'^2\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'+\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'+\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{33}{16}\iota e'^3\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(3\mathbb{C}-3\Gamma'+\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\mathbb{C}-3\Gamma'+\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{17}{2}e'^3\iota\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{1}{48}e'^3\iota\left\{\begin{matrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}-3\Gamma'+\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}-3\Gamma'+\Omega-\varphi)\end{matrix}\right\}$$

(20) Suite.

$$+\frac{21}{8}s_2e'\iota^2\begin{Bmatrix}\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega+\varphi)\\-\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{3}{8}s_2e'\iota^2\begin{Bmatrix}\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-2\Omega+\varphi)\\-\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-2\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{51}{8}s_2e'^2\iota^2\begin{Bmatrix}\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma'-2\Omega+\varphi)\\-\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma'-2\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$-\frac{3}{128}s_2\iota^4\begin{Bmatrix}\sin(4\mathbb{C}-4\Omega+\varphi)\\-\sin(4\mathbb{C}-4\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{77}{16}s_2e'^4\begin{Bmatrix}\sin(4\mathbb{C}-4\Gamma'+\varphi)\\-\sin(4\mathbb{C}-4\Gamma'-\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{1}{4}\iota^3\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(2\mathbb{C}-3\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\mathbb{C}-3\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$+\frac{7}{8}e'\iota^3\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-3\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-3\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{1}{8}e'\iota^3\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-3\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-3\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{1}{16}s_1\iota^4\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-4\Omega+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}-4\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$+\frac{53}{16}s_2e'^3\begin{Bmatrix}\sin(5\mathbb{C}-3\Gamma'+\varphi)\\-\sin(3\mathbb{C}-3\Gamma'-\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{9}{4}e'^2\iota\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'-\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'-\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{53}{16}e'^3\iota\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(3\mathbb{C}-3\Gamma'-\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\mathbb{C}-3\Gamma'-\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$-\frac{51}{4}s_1e'em\begin{Bmatrix}(1+c_1)\left[\sin(3\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma-\varphi)-\sin(3\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma-\varphi)\right]\\+(1-c_1)\left[\sin(3\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma+\varphi)-\sin(3\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma+\varphi)\right]\end{Bmatrix}-\frac{15}{4}s_1e'em\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma'+\Gamma-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma'+\Gamma+\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$+\frac{15}{4}s_1e'em\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(\mathbb{C}+\odot+\Gamma'-\Gamma-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\mathbb{C}+\odot+\Gamma'-\Gamma+\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{1}{4}e'\iota m\left(15+\frac{713}{8}m\right)\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$+\frac{1}{4}\iota m\begin{bmatrix}\frac{11}{2}m+\frac{165}{2}e'^2\\-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{59}{3}m^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(4\mathbb{C}-2\odot-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(4\mathbb{C}-2\odot-\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{255}{16}e'^2\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$+\frac{51}{4}e'e\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\left[\sin(3\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma-\Omega-\varphi)-\sin(3\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma-\Omega-\varphi)\right]\\+(c_1-c_2)\left[\sin(3\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma-\Omega+\varphi)-\sin(3\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma-\Omega+\varphi)\right]\end{Bmatrix}+\frac{33}{32}e'\iota m^2\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}$$ (20) Suite.

$$+\frac{33}{32}e'\iota m^2\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'-\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'-\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{45}{16}e'^2\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\left[\sin(2\odot-2\Gamma'-\Omega+\varphi)-\sin(2\mathbb{C}-2\odot-\Omega+\varphi)\right]\\+(c_1-c_2)\left[\sin(2\odot-2\Gamma'-\Omega-\varphi)-\sin(2\mathbb{C}-2\odot-\Omega-\varphi)\right]\end{Bmatrix}$$

$$-\frac{9}{4}e'e\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\left[\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma'-\Omega+\varphi)-\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma'-\Omega+\varphi)\right]\\+(c_1-c_2)\left[\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma'-\Omega-\varphi)-\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma'-\Omega-\varphi)\right]\end{Bmatrix}+\frac{225}{32}s_1e'^2m^2\begin{Bmatrix}(1+e_1)\sin(4\odot-2\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\odot-2\Gamma'+\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$-\frac{33}{8}s_1em^3\begin{Bmatrix}(1+c_1)\left[\sin(\odot+\Gamma-\varphi)-\sin(3\odot-\Gamma-\varphi)-\sin(4\mathbb{C}-3\odot+\Gamma-\varphi)+\sin(4\mathbb{C}-\odot-\Gamma-\varphi)\right]\\+(1-c_1)\left[\sin(\odot+\Gamma+\varphi)-\sin(3\odot-\Gamma+\varphi)-\sin(4\mathbb{C}-3\odot+\Gamma+\varphi)+\sin(4\mathbb{C}-\odot-\Gamma+\varphi)\right]\end{Bmatrix}$$

$$-\frac{345}{8}s_1e'^2m\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(3\mathbb{C}+2\odot-3\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(3\mathbb{C}+2\odot-3\Gamma'+\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{15}{16}s_1e'\iota^2m\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(3\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(3\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-2\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$-\frac{45}{4}s_1e'em^2\begin{Bmatrix}(1+c_1)\left[\sin(3\mathbb{C}-\odot+\Gamma'-\Gamma-\varphi)+\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma'+\Gamma-\varphi)-\sin(3\mathbb{C}-3\odot+\Gamma'+\Gamma-\varphi)-\sin(\mathbb{C}+3\odot-\Gamma'-\Gamma-\varphi)\right]\\+(1-c_1)\left[\sin(3\mathbb{C}-\odot+\Gamma'-\Gamma+\varphi)+\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma'+\Gamma+\varphi)-\sin(3\mathbb{C}-3\odot+\Gamma'+\Gamma+\varphi)-\sin(\mathbb{C}+3\odot-\Gamma'-\Gamma+\varphi)\right]\end{Bmatrix}$$

$$+\frac{15}{16}s_1e'\iota^2m\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+2\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{121}{128}s_1m^4\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-4\odot+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}-4\odot-\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{225}{32}s_1e'^2m^2\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(4\mathbb{C}-4\odot+2\Gamma'-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\mathbb{C}-4\odot+2\Gamma'+\varphi)\end{Bmatrix}$$

$$-\frac{69}{2}s_1e'^2em\begin{Bmatrix}(1+c_1)\left[\sin(4\mathbb{C}+\odot-2\Gamma'-\Gamma-\varphi)-\sin(4\mathbb{C}-\odot-2\Gamma'+\Gamma-\varphi)\right]\\+(1-c_1)\left[\sin(4\mathbb{C}+\odot-2\Gamma'-\Gamma+\varphi)-\sin(4\mathbb{C}-\odot-2\Gamma'+\Gamma+\varphi)\right]\end{Bmatrix}+\frac{15}{16}s_1e'\iota^2m\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-2\Omega+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-2\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}$$

Digitized by Google

$$
\left.
\begin{aligned}
&-\frac{3}{4}s_1\iota^2 m\begin{Bmatrix}(1+c_1)\left[\sin(4\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Omega-\varphi)-\sin(4\mathbb{C}-\odot+\Gamma+2\Omega-\varphi)\right]\\+(1-c_1)\left[\sin(4\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Omega+\varphi)-\sin(4\mathbb{C}-\odot+\Gamma+2\Omega+\varphi)\right]\end{Bmatrix}+\frac{11}{32}s_1\iota^2m^2\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\odot-2\Omega+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\mathbb{C}-2\odot-2\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}\\
&-\frac{3}{4}s_1e\iota^2 m\begin{Bmatrix}(1+c_1)\left[\sin(\odot-\Gamma-2\Omega+\varphi)+\sin(\odot-\Gamma+2\Omega-\varphi)\right]\\+(1-c_1)\left[\sin(\odot-\Gamma-2\Omega-\varphi)+\sin(\odot-\Gamma+2\Omega+\varphi)\right]\end{Bmatrix}+\frac{33}{16}s_2e'^2m^2\begin{Bmatrix}\sin(4\mathbb{C}-2\odot-2\Gamma'+\varphi)\\-\sin(4\mathbb{C}-2\odot-2\Gamma'-\varphi)\end{Bmatrix}\\
&-\frac{33}{32}s_2\iota^2m^2\begin{Bmatrix}\sin(4\mathbb{C}-2\odot-2\Omega-\varphi)\\-\sin(4\mathbb{C}-2\odot-2\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{75}{16}e'^2\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{15}{4}e'e\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma'+\Gamma-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma'+\Gamma-\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}\\
&-3e\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\left[\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Omega-\varphi)-\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Omega-\varphi)\right]\\+(c_1-c_2)\left[\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Omega+\varphi)-\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Omega+\varphi)\right]\end{Bmatrix}+\frac{15}{4}e'e\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}+\odot+\Gamma'-\Gamma-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}+\odot+\Gamma'-\Gamma-\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}\\
&+\frac{3}{4}e'\iota m\left(5+\frac{157}{8}m\right)\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\Omega-\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{55}{32}e'\iota m^2\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\sin(\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\Omega+\varphi)\\+(c_1-c_2)\sin(\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\Omega-\varphi)\end{Bmatrix}\\
&-\frac{33}{32}e'\iota m^2\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\left[\sin(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\Omega-\varphi)+\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\Omega+\varphi)\right]\\+(c_1-c_2)\left[\sin(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\Omega+\varphi)+\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\Omega-\varphi)\right]\end{Bmatrix}+\frac{9}{4}s_2\iota^2em\begin{Bmatrix}\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Omega-\varphi)\\-\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}\\
&-\frac{45}{16}e'^2\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\left[\sin(2\mathbb{C}-2\odot+\Omega-\varphi)-\sin(2\odot-2\Gamma'+\Omega-\varphi)\right]\\+(c_1-c_2)\left[\sin(2\mathbb{C}-2\odot+\Omega+\varphi)-\sin(2\odot-2\Gamma'+\Omega+\varphi)\right]\end{Bmatrix}-\frac{9}{4}s_2\iota^2em\begin{Bmatrix}\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Omega-\varphi)\\-\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}\\
&+\frac{9}{4}e'e\iota m\begin{Bmatrix}(c_1+c_2)\left[\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma'+\Omega-\varphi)-\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma'+\Omega-\varphi)\right]\\+(c_1-c_2)\left[\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma'+\Omega+\varphi)-\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma'+\Omega+\varphi)\right]\end{Bmatrix}+\frac{3}{4}s_1e\iota^2m\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(4\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Omega-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}\\
&+\frac{45}{16}s_2e'\iota^2m\begin{Bmatrix}\sin(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-2\Omega-\varphi)-\sin(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-2\Omega-\varphi)\\-\sin(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-2\Omega+\varphi)+\sin(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-2\Omega+\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{9}{2}s_2e'^2em\begin{Bmatrix}\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Gamma'+\varphi)\\-\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Gamma'-\varphi)\end{Bmatrix}\\
&+\frac{9}{2}s_2e'^2em\begin{Bmatrix}\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Gamma'+\varphi)\\-\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Gamma'-\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{9}{4}s_2e'em\begin{Bmatrix}\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma'+\varphi)-\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma'+\varphi)\\-\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma'-\varphi)+\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma'-\varphi)\end{Bmatrix}\\
&-\frac{45}{8}s_2e'^3m\begin{Bmatrix}\sin(\mathbb{C}+2\odot-3\Gamma'+\varphi)\\-\sin(\mathbb{C}+2\odot-3\Gamma'-\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{3}{16}s_2e'm\begin{bmatrix}\frac{11}{2}m+\frac{59}{3}m^2\\+\frac{195}{4}e'^2-\frac{3}{4}\iota^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sin(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\varphi)\\-\sin(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'-\varphi)\end{Bmatrix}.
\end{aligned}
\right\}\ (20)\ \text{Suite.}
$$

A cette expression il faut encore ajouter les termes qui proviennent de l'action du Soleil; il est clair que, pour les obtenir, il suffit, dans l'expression précédente, de faire $\iota = 0$, $m = 0$, de remplacer $\mathbb{C}$ par $\odot$ et de supprimer les indices des quantités e' et Γ'. On obtient ainsi les termes suivants :

$$
\begin{aligned}
&s_2\left(1+\frac{3}{2}e^2+\frac{15}{8}e^4\right)\sin\varphi+s_1\left(1-\frac{5}{2}e^2+\frac{15}{16}e^4\right)\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(2\odot-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\odot+\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{3}{2}s_2e\left(1+\frac{9}{8}e^2\right)\begin{Bmatrix}\sin(\odot-\Gamma+\varphi)\\-\sin(\odot-\Gamma-\varphi)\end{Bmatrix}\\
&+\frac{1}{2}s_1e\left(7-\frac{123}{8}e^2\right)\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(3\odot-\Gamma-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(3\odot-\Gamma+\varphi)\end{Bmatrix}-\frac{1}{2}s_1e\left(1-\frac{1}{8}e^2\right)\begin{Bmatrix}(1+c_1)\sin(\odot+\Gamma-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\odot+\Gamma+\varphi)\end{Bmatrix}+\frac{1}{4}s_2e^2(9+7e^2)\begin{Bmatrix}\sin(2\odot-2\Gamma+\varphi)\\-\sin(2\odot-2\Gamma-\varphi)\end{Bmatrix}
\end{aligned}
$$

Digitized by Google

$$+\frac{1}{2}s_1e^2\left(17-\frac{445}{12}e^2\right)\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(4\odot-2\Gamma-\varphi)\\+(1-c_1)\sin(4\odot-2\Gamma+\varphi)\end{matrix}\right\}-\frac{1}{48}s_1e^3\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(\odot-3\Gamma+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(\odot-3\Gamma-\varphi)\end{matrix}\right\}$$

$$-\frac{1}{24}s_1e^4\left\{\begin{matrix}(1+c_1)\sin(2\odot-4\Gamma+\varphi)\\+(1-c_1)\sin(2\odot-4\Gamma-\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{77}{16}s_2e^4\left\{\begin{matrix}\sin(4\odot-4\Gamma+\varphi)\\-\sin(4\odot-4\Gamma-\varphi)\end{matrix}\right\}+\frac{53}{16}s_2e^5\left\{\begin{matrix}\sin(3\odot-3\Gamma+\varphi)\\-\sin(3\odot-3\Gamma-\varphi)\end{matrix}\right\}\ (*).$$

Pour obtenir l'expression de $\frac{4yz}{D^2}\left(\frac{a}{D}\right)^s$, il suffit de changer φ en $\frac{\pi}{2}+\varphi$, dans l'expression précédente.

II.

13. Si nous représentons par :

f, le rapport de l'action de la Lune à celle du Soleil;
m_1, le moyen mouvement du Soleil;
m'_1, le moyen mouvement de la Lune;
ω_1, le moyen mouvement du nœud de l'orbite lunaire;
γ_1, le moyen mouvement du périgée solaire;
γ'_1, le moyen mouvement du périgée lunaire;
m_2, m'_2, ω_2, γ_2, γ'_2, les rapports des moyens mouvements au mouvement diurne;
μ, la quantité $\frac{1}{2}\left(\frac{a}{B}+\frac{b}{A}\right)$;
$\tilde{\omega}$, la quantité $\frac{ab}{AB}$;

et si nous appliquons les formules (13) à chacun des termes de la formule (20), nous obtenons, en laissant de côté le terme en sin φ, qui se rapporte à la précession :

14.
$$\left.\begin{aligned}\Delta\theta=&\frac{3}{4}\frac{m_1^2}{n}f\left[-\frac{\iota}{\omega_1}\left(1-\iota^2+\frac{3}{2}e'^2\right)\left\{(c_1+c_2)\frac{\mu(1-\omega_2)-\tilde{\omega}}{(1-\omega_2)^2-\tilde{\omega}}+(c_1-c_2)\frac{\mu(1+\omega_2)-\tilde{\omega}}{(1+\omega_2)^2-\tilde{\omega}}\right\}\cos\Omega\right]\\&+\frac{3}{4}m_1^2f\mu\left[\frac{1}{4}\iota^2\frac{s_1\left(1-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{3}{2}e'^2\right)}{\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2\omega_2+\mu}\right\}\cos 2\Omega\right.\end{aligned}\right\}(21)$$

(*) Conformément aux assertions de Serret et de Folie, on remarquera que la formule (20) ne contient plus aucun terme dépendant du périgée de la Lune et du Soleil.

Digitized by Google

$$+\frac{s_1}{2m_1'}\left(1-\frac{1}{2}\iota^2-\frac{5}{2}e'^2+\frac{7}{16}\iota^4+\frac{5}{4}e'^2\iota^2+\frac{13}{16}e'^4-9e^2m^2-\frac{225}{16}e'^2m^2-\frac{121}{64}m^4\right)\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2'+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m_2'+\mu}\right\}\cos 2\mathbb{C}$$

$$-\frac{3}{2}s_2\frac{e'\left(1-\frac{3}{2}\iota^2+\frac{9}{8}e'^2\right)}{m_1'-\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-m_2'+\gamma_2'+\mu}-\frac{1}{1+m_2'-\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\Gamma')$$

$$+\frac{\iota\left(1-\frac{3}{4}\iota^2-\frac{5}{2}e'^2\right)}{2m_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2'+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+2m_2'-\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-\Omega)$$

$$-\frac{1}{4}\frac{\iota m\left(\frac{11}{2}m-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{59}{3}m^2\right)}{2m_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+2m_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\odot-\Omega)$$

$$+\frac{1}{2}s_1\frac{e'\left(7-\frac{7}{2}\iota^2-\frac{123}{8}e'^2-\frac{165}{16}m^2\right)}{3m_1'-\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2'+\gamma_2'+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m_2'-\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-\Gamma')$$

$$-\frac{1}{2}s_1\frac{e'\left(1-\frac{1}{2}\iota^2-\frac{1}{8}e'^2+\frac{165}{16}m^2\right)}{m_1'+\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'-\gamma_2'+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2'+\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\Gamma')$$

$$+\frac{3}{16}s_2\frac{e'm\left(\frac{11}{2}m+\frac{59}{3}m^2+\frac{75}{4}e'^2-\frac{3}{4}\iota^2\right)}{m_1'-2m_1+\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-m_2'+2m_2-\gamma_2'+\mu}-\frac{1}{1+m_2'-2m_2+\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma')$$

$$-\frac{3}{2}\frac{e'\iota\left(1-\iota^2+\frac{9}{8}e'^2\right)}{m_1'-\gamma_1'+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m_2'+\gamma_2'-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+m_2'-\gamma_2'+\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\Gamma'+\Omega)$$

$$+\frac{3}{2}\frac{e'\iota\left(1-\iota^2+\frac{9}{8}e'^2\right)}{m_1'-\gamma_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m_2'-\gamma_2'-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-m_2'+\gamma_2'+\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{1}{2}\frac{e'\iota\left(1-\frac{3}{4}\iota^2-\frac{1}{8}e'^2\right)}{m_1'+\gamma_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m_2'-\gamma_2'+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+m_2'+\gamma_2'-\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\Gamma'-\Omega)$$

$$+\frac{1}{2}\frac{e'\iota\left(7-\frac{21}{4}\iota^2-\frac{123}{8}e'^2\right)}{3m_1'-\gamma_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m_2'+\gamma_2'+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+3m_2'-\gamma_2'-\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-\Gamma'-\Omega)$$

(21) Suite.

Digitized by Google

$$-\frac{3}{16}s_2\frac{e'^2m\left(15+\frac{263}{4}m\right)}{2m_1'-2m_1}\left\{\frac{1}{1-2m_2'+2m_2+\mu}-\frac{1}{1+2m_2'-2m_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\odot)$$

$$+\frac{3}{4}s_1\frac{e'm\left(5-\frac{67}{16}\iota^2-\frac{25}{2}e^2+\frac{157}{8}m-\frac{365}{16}e'^2+\frac{4833}{64}m^2\right)}{3m_1'-2m_1+\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2'+2m_2-\gamma_2'+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m_2'-2m_2+\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma')$$

$$+\frac{3}{16}s_2\frac{e'^2m\left(15+\frac{307}{4}m\right)}{2m_1-2\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-2m_2+2\gamma_2'+\mu}-\frac{1}{1+2m_2'-2\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(2\odot-2\Gamma')$$

$$-\frac{1}{4}s_1\frac{e'm\left(15-\frac{267}{16}\iota^2-\frac{45}{16}e'^2-\frac{75}{2}e^2+\frac{713}{8}m+\frac{64265}{768}m^2\right)}{m_1'+2m_1-\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'-2m_2+\gamma_2'+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2'+2m_2-\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma')$$

$$-\frac{1}{4}s_2\frac{9e'^2-\frac{27}{2}e'^2\iota^2+7e'^4}{2m_1'-2\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-2m_2'+2\gamma_2'+\mu}-\frac{1}{1+2m_2'-2\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\Gamma')$$

$$-\frac{3}{4}s_2\frac{\iota^2\left(1-\iota^2-\frac{5}{2}e'^2\right)}{2m_1'-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-2m_2'+2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1+2m_2'-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\Omega)$$

$$+\frac{33}{32}s_2\frac{\iota^2m_2}{2m_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-2m_2+2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1+2m_2-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\odot-2\Omega)$$

$$+\frac{1}{2}s_1\frac{e'^2\left(17-\frac{17}{2}\iota^2-\frac{445}{12}e'^2\right)}{4m_1'-2\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'+2\gamma_2'+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2'-2\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-2\Gamma')$$

$$+\frac{1}{4}s_1m\frac{\left(\frac{11}{2}m-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{165}{2}e'^2+\frac{59}{3}m^2+318e'^2m-\frac{91}{16}\iota^2m-\frac{55}{4}e^2m+\frac{893}{18}m^3\right)}{4m_1'-2m_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'+2m_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2'-2m_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-2\odot)$$

$$-3s_1\frac{em\left(1-\frac{13}{8}\iota^2-\frac{35}{8}e'^2+\frac{9}{8}e^2-\frac{245}{16}m^2\right)}{2m_1'+m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2'-m_2+\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m_2'+m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma')$$

(21) Suite.

Digitized by Google

$$
\begin{aligned}
&+ 3s_1 \frac{em\left(1-\frac{13}{8}\iota^2-\frac{35}{8}e'^2\right)}{2m'_1-m_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2+m_2-\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m'_2-m_2+\gamma_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma)\\
&-\frac{5}{16}s_1\frac{e'm\left(\frac{11}{2}m-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{59}{3}m^2+\frac{75}{4}e'^2\right)}{m'_1-2m_1-\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m'_2-2m_2-\gamma'_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-m'_2+2m_2+\gamma'_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-2\odot-\Gamma')\\
&-\frac{1}{16}s_1\frac{e'^2m\left(255+\frac{5483}{4}m\right)}{2m'_1+2m_1-2\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2-2m_2+2\gamma'_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m'_2+2m_2-2\gamma'_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma')\\
&-\frac{5}{16}s_1\frac{e'^2m\left(15+\frac{263}{4}m\right)}{2m'_1-2m_1+2\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2+2m_2-2\gamma'_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m'_2-2m_2+2\gamma'_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma')\\
&+\frac{3}{4}s_1\frac{e'\iota^2}{m'_1-\gamma'_1+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m'_2+\gamma'_2-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m'_2-\gamma'_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\Gamma'+2\Omega)\\
&-\frac{3}{4}s_1\frac{e'\iota^2}{m'_1-\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m'_2-\gamma'_2-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-m'_2+\gamma'_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega)\\
&-\frac{9}{4}\frac{e'^2\iota}{2m'_1-2\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m'_2+2\gamma'_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+2m'_2-2\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\Gamma'+\Omega)\\
&+\frac{17}{2}\frac{e'^2\iota}{4m'_1-2\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-4m'_2+2\gamma'_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+4m'_2-2\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-2\Gamma'-\Omega)\\
&-\frac{21}{8}s_2\frac{e'\iota^2}{3m'_1-\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-3m'_2+\gamma'_2+2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1+3m_2-\gamma'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega)\\
&+\frac{3}{8}s_2\frac{e'\iota^2}{m'_1+\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-m'_2-\gamma'_2+2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1+m'_2+\gamma'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\Gamma'-2\Omega)\\
&+\frac{1}{4}\frac{\iota^3}{2m'_1-3\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+2m'_2-3\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-2m'_2+3\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-3\Omega)\\
&-\frac{53}{16}s_2\frac{e'^3}{3m'_1-3\gamma'_1}\left\{\frac{1}{1-3m'_2+3\gamma'_2+\mu}-\frac{1}{1+3m'_2-3\gamma'_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-3\Gamma')\\
&+\frac{9}{4}\frac{e'^2\iota}{2m'_1-2\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+2m'_2-2\gamma'_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-2m'_2+2\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\Gamma'-\Omega)
\end{aligned}
\Bigg\}\ (21)\ \text{Suite.}
$$

Digitized by Google

$$
\begin{aligned}
&-\frac{51}{4}s_1\frac{e'em}{3m_1'+m_1-\gamma_1'-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2'-m_2+\gamma_2'+\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m_2'+m_2-\gamma_2'-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma)\\
&-\frac{15}{4}s_1\frac{e'em}{m_1'-m_1+\gamma_1'+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'+m_2-\gamma_2'-\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2'-m_2+\gamma_2'+\gamma_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\odot+\Gamma'+\Gamma)\\
&+\frac{51}{4}s_1\frac{e'em}{3m_1'-m_1-\gamma_1'+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2'+m_2+\gamma_2'-\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m_2'-m_2-\gamma_2'+\gamma_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma)\\
&+\frac{15}{4}s_1\left\{\frac{c'em}{m_1'+m_1+\gamma_1'-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'-m_2-\gamma_2'+\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2'+m_2+\gamma_2'-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\odot+\Gamma'-\Gamma)\right.\\
&-\frac{1}{4}\frac{e'\iota m\left(15+\frac{713}{8}m\right)}{m_1'+2m_1-\gamma_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m_2'-2m_2+\gamma_2'+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+m_2'+2m_2-\gamma_2'-\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-\Omega)\\
&+\frac{1}{4}\frac{\iota m\left(\frac{11}{2}m+\frac{165}{2}e'^2-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{59}{3}m^2\right)}{4m_1'-2m_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-4m_2'+2m_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+4m_2'-2m_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-2\odot-\Omega)\\
&-3\frac{e\iota m}{2m_1'+m_1-\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2'-m_2+\gamma_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+2m_2'+m_2-\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Omega)\\
&+3\frac{e\iota m}{2m_1'-m_1+\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2'+m_2-\gamma_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+2m_2'-m_2+\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Omega)\\
&-\frac{9}{4}s_2\frac{e'em}{m_1'-m_1+\gamma_1-\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-m_2'+m_2-\gamma_2+\gamma_2'+\mu}-\frac{1}{1+m_2'-m_2+\gamma_2-\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma')\\
&+\frac{9}{4}s_2\frac{e'em}{m_1'+m_1-\gamma_1-\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-m_2'-m_2+\gamma_2+\gamma_2'+\mu}-\frac{1}{1+m_2'+m_2-\gamma_2-\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma')\\
&+\frac{3}{4}\frac{e'\iota m\left(5+\frac{157}{8}m\right)}{3m_1'-2m_1+\gamma_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m_2'+2m_2-\gamma_2'+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+3m_2'-2m_2+\gamma_2'-\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\Omega)\\
&-\frac{3}{16}s_2\frac{e'm\left(\frac{11}{2}m+\frac{59}{3}m^2+\frac{195}{4}e'^2-\frac{3}{4}\iota^2\right)}{3m_1'-2m_1-\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-3m_2'+2m_2+\gamma_2'+\mu}-\frac{1}{1+3m_2'-2m_2-\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma')\\
&+\frac{9}{8}s_1\frac{e'^2\iota^2}{2m_1'-2\gamma_1'+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2'+2\gamma_2'-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m_2'-2\gamma_2'+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\Gamma'+2\Omega)\\
&-\frac{165}{32}s_1\frac{e'm^3}{m_1'-4m_1+\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1+m_2'-4m_2+\gamma_2'+\mu}-\frac{1-c_1}{1-m_2'+4m_2-\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-4\odot+\Gamma')
\end{aligned}
\Bigg\}\ (21)\ \text{Suite.}
$$

Digitized by Google

$$+\frac{9}{2}s_1\frac{e^2m^2}{2m_1'+2m_1-2\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2'-2m_2+2\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m_2'+2m_2-2\gamma_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma)$$

$$+\frac{9}{2}s_1\frac{e^2m^2}{2m_1'-2m_1+2\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2'+2m_2-2\gamma^2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m_2'-2m_2+2\gamma_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma)$$

$$-\frac{11}{32}s_1\frac{\iota^2m^2}{2m_1'+2m_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2'-2m_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m_2'+2m_2-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}+2\odot-2\Omega)$$

$$+\frac{11}{32}s_1\frac{\iota^2m^2}{2m_1'-2m_1+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2'+2m_2-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m_2'-2m_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\odot+2\Omega)$$

$$-\frac{9}{8}s_1\frac{e'^2\iota^2}{2m_1'-2\gamma_1'-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m_2'-2\gamma_2'-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-2m_2'+2\gamma_2'+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\Gamma'-2\Omega)$$

$$-\frac{1}{8}s_1\frac{\iota^2\left(\iota^2-\frac{45}{2}e'^2\right)}{4m_1'-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'+2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2'-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-2\Omega)$$

$$-\frac{1}{48}s_1\frac{e'^3}{m_1'-3\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1+m_2'-3\gamma_2'+\mu}+\frac{1-c_1}{1-m_2'+3\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-3\Gamma')$$

$$-\frac{1}{24}s_1\frac{e'4}{2m_1'-4\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m_2'-4\gamma_2'+\mu}+\frac{1-c_1}{1-2m_2'+4\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-4\Gamma')$$

$$-\frac{53}{16}\frac{e'^3\iota}{3m_1'-3\gamma_1'+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m_2'+3\gamma_2'-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+3m_2'-3\gamma_2'+\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-3\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{1}{48}\frac{e'^3\iota}{m_1'-3\gamma_1'+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m_2'-3\gamma_2'+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-m_2'+3\gamma_2'-\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-3\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{51}{8}s_2\frac{e'^2\iota^2}{4m_1'-2\gamma_1'-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-4m_2'+2\gamma_2'+2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1+4m_2'-2\gamma_2'-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-2\Gamma'-2\Omega)$$

$$+\frac{3}{128}s_2\frac{\iota^4}{4m_1'-4\omega_1}\left\{\frac{1}{1-4m_2'+4\omega_2+\mu}-\frac{1}{1+4m_2'-4\omega_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-4\Omega)$$

$$-\frac{77}{16}s_2\frac{e'^4}{4m_1'-4\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-4m_2'+4\gamma_2'+\mu}-\frac{1}{1+4m_2'-4\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-4\Gamma')$$

$$+\frac{7}{8}\frac{e'\iota^3}{3m_1'-\gamma_1'-3\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+3m_2'-\gamma_2'-3\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-3m_2'+\gamma_2'+3\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-\Gamma'-3\Omega)$$

$$-\frac{1}{8}\frac{e'\iota^3}{m_1'+\gamma_1'-3\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m_2'+\gamma_2'-3\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-m_2'-\gamma_2'+3\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\Gamma'-3\Omega)$$

$$-\frac{1}{16}s_1\frac{\iota^4}{2m_1'-4\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m_2'-4\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-2m_2'+4\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-4\Omega)$$

(21) Suite.

Digitized by Google

$$+\frac{53}{16}\frac{e'^3\iota}{3m'_1-3\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+3m'_2-3\gamma'_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-3m'_2+3\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-3\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{255}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m'_1+2m_1-2\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m'_2-2m_2+2\gamma'_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+2m'_2+2m_2-2\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma'-\Omega)$$

$$+\frac{51}{4}\frac{e'e\iota m}{3m'_1-m_1-\gamma'_1+\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m'_2+m_2+\gamma'_2-\gamma_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+3m'_2-m_2-\gamma'_2+\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma-\Omega)$$

$$-\frac{51}{4}\frac{e'e\iota m}{3m'_1+m_1-\gamma'_1-\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m'_2-m_2+\gamma'_2+\gamma_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+3m'_2+m_2-\gamma'_2-\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma-\Omega)$$

$$+\frac{33}{32}\frac{e'\iota m^2}{m'_1-2m_1+\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2+2m_2-\gamma'_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+m'_2-2m_2+\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+\Omega)$$

$$+\frac{33}{32}\frac{e'\iota m^2}{3m'_1-2m_1-\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+3m'_2-2m_2-\gamma'_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-3m'_2+2m_2+\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{45}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m_1-2\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+2m_2-2\gamma'_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-2m_2+2\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\odot-2\Gamma'-\Omega)$$

$$+\frac{45}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m'_1-2m_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+2m'_2-2m_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-2m'_2+2m_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\odot-\Omega)$$

$$-\frac{9}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1+m_1-\gamma'_1-\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2+m_2-\gamma'_2-\gamma_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-m'_2-m_2+\gamma'_2+\gamma_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma-\Omega)$$

$$+\frac{9}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1-m_1-\gamma'_1+\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2-m_2-\gamma'_2+\gamma_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-m'_2+m_2+\gamma'_2-\gamma_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma-\Omega)$$

$$+\frac{33}{8}s_1\frac{em^3}{4m'_1-3m_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+3m_2-\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m'_2-3m_2+\gamma_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-3\odot+\Gamma)$$

$$-\frac{33}{8}s_1\frac{em^3}{4m'_1-m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+m_2+\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m'_2-m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-\odot-\Gamma)$$

$$+\frac{225}{32}s_1\frac{e'^2m^2}{4m_1-2\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2+2\gamma'_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2-2\gamma'_2+\mu}\right\}\cos(4\odot-2\Gamma')$$

$$-\frac{345}{8}s_1\frac{e'^3m}{3m'_1+2m_1-3\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m'_2-2m_2+3\gamma'_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m'_2+2m_2-3\gamma'_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}+2\odot-3\Gamma')$$

$$-\frac{15}{16}s_1\frac{e'\iota^2m}{3m'_1+2m_1-\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m'_2-2m_2+\gamma'_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m'_2+2m_2-\gamma'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-2\Omega)$$

$$-\frac{45}{4}s_1\frac{e'em^2}{3m'_1-m_1+\gamma'_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m'_2+m_2-\gamma'_2+\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m'_2-m_2+\gamma'_2-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-\odot+\Gamma'-\Gamma)$$

(21) Suite.

Digitized by Google

$$-\frac{45}{4}s_1\frac{e'em^2}{m_1'+m_1-\gamma_1'+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'-m_2+\gamma_2'-\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2'+m_2-\gamma_2'+\gamma_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\odot-\Gamma'+\Gamma)$$

$$+\frac{45}{4}s_1\frac{e'em^2}{3m_1'-3m_1+\gamma_1'+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2'+3m_2-\gamma_2'-\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m_2'-3m_2+\gamma_2'+\gamma_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-3\odot+\Gamma'+\Gamma)$$

$$+\frac{45}{4}s_1\frac{e'em^2}{m_1'+3m_1-\gamma_1'-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'-3m_2+\gamma_2'+\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2'+3m_2-\gamma_2'-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+3\odot-\Gamma'-\Gamma)$$

$$+\frac{15}{16}s_1\frac{e'\iota^2m}{m_1'-2m_1+\gamma_1'+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'+2m_2-\gamma_2'-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2'-2m_2+\gamma_2'+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+2\mathfrak{Q})$$

$$-\frac{121}{128}s_1\frac{m^4}{2m_1'-4m_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m_2'-4m_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-2m_2'+4m_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-4\odot)$$

$$+\frac{225}{32}s_1\frac{e'^2m^2}{4m_1'-4m_1+2\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'+4m_2-2\gamma_2'+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2'-4m_2+2\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-4\odot+2\Gamma')$$

$$-\frac{69}{2}s_1\frac{e'^2em}{4m_1'+m_1-2\gamma_1'-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'-m_2+2\gamma_2'+\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2'+m_2-2\gamma_2'-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}+\odot-2\Gamma'-\Gamma)$$

$$+\frac{69}{2}s_1\frac{e'^2em}{4m_1'-m_1-2\gamma_1'+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'+m_2+2\gamma_2'-\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2'-m_2-2\gamma_2'+\gamma_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-\odot-2\Gamma'+\Gamma)$$

$$-\frac{3}{4}s_1\frac{e\iota^2m}{4m_1'+m_1-\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'-m_2+\gamma_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2'+m_2-\gamma_2-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\mathfrak{Q})$$

$$+\frac{3}{4}s_1\frac{e\iota^2m}{4m_1'-m_1+\gamma_1+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'+m_2-\gamma_2-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2'-m_2+\gamma_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-\odot+\Gamma+2\mathfrak{Q})$$

$$+\frac{15}{16}s_1\frac{e'\iota^2m}{m_1'-2m_1+\gamma_1'-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m_2'-2m_2+\gamma_2'-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-m_2'+2m_2-\gamma_2'+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-2\mathfrak{Q})$$

$$-\frac{3}{4}s_1\frac{e\iota^2m}{m_1-\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m_2-\gamma_2-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-m_2+\gamma_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(\odot-\Gamma-2\mathfrak{Q})$$

$$-\frac{3}{4}s_1\frac{e\iota^2m}{m_1-\gamma_1+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2+\gamma_2-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2-\gamma_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(\odot-\Gamma+2\mathfrak{Q})$$

$$+\frac{11}{32}s_1\frac{\iota^2m^2}{2m_1'-2m_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m_2'-2m_2-2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-2m_2'+2m_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\odot-2\mathfrak{Q})$$

$$-\frac{33}{16}s_2\frac{e'^2m^2}{4m_1'-2m_1-2\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-4m_2'+2m_2+2\gamma_2'+\mu}-\frac{1}{1+4m_2'-2m_2-2\gamma_2'+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-2\odot-2\Gamma')$$

$$+\frac{33}{32}s_2\frac{\iota^2m^2}{4m_1'-2m_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1+4m_2'-2m_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1-4m_2'+2m_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-2\odot-2\mathfrak{Q})$$

(21) Suite.

$$-\frac{75}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m'_1-2m_1+2\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m'_2+2m_2-2\gamma'_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+2m'_2-2m_2+2\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{15}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1-m_1+\gamma'_1+\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2+m_2-\gamma'_2-\gamma_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+m'_2-m_2+\gamma'_2+\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\odot+\Gamma'+\Gamma-\Omega)$$

$$+\frac{15}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1+m_1+\gamma'_1-\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2-m_2-\gamma'_2+\gamma_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+m'_2+m_2+\gamma'_2-\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\odot+\Gamma'-\Gamma-\Omega)$$

$$-\frac{55}{32}\frac{e'\iota m^2}{m'_1-2m_1-\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2-2m_2-\gamma'_2+\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-m'_2+2m_2+\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{33}{32}\frac{e'\iota m^2}{3m'_1-2m_1-\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m'_2+2m_2+\gamma'_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+3m'_2-2m_2-\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{35}{32}\frac{e'\iota m^2}{m'_1-2m_1+\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2-2m_2+\gamma'_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1-m'_2+2m_2-\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{9}{4}s_2\frac{\iota^2 em}{2m'_1+m_1-\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1+2m'_2+m_2-\gamma_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1-2m'_2-m_2+\gamma_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Omega)$$

$$-\frac{45}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m'_1-2m_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m'_2+2m_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+2m'_2-2m_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-2\odot+\Omega)$$

$$+\frac{45}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m_1-2\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2+2\gamma'_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+2m_2-2\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\odot-2\Gamma'+\Omega)$$

(21) Suite.

$$+\frac{9}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1+m_1-\gamma'_1-\gamma_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2-m_2+\gamma'_2+\gamma_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+m'_2+m_2-\gamma'_2-\gamma_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma+\Omega)$$

$$-\frac{9}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1-m_1-\gamma'_1+\gamma_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2+m_2+\gamma'_2-\gamma_2-\omega_2+\mu}+\frac{c_1-c_2}{1+m'_2-m_2-\gamma'_2+\gamma_2+\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma+\Omega)$$

$$+\frac{9}{4}s_2\frac{\iota^2 em}{2m'_1-m_1+\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1+2m'_2-m_2+\gamma_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1-2m'_2+m_2-\gamma_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Omega)$$

$$-\frac{45}{16}s_2\frac{e'\iota^2 m}{m'_1+2m_1-\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1+m'_2+2m_2-\gamma'_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1-m'_2-2m_2+\gamma'_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-2\Omega)$$

$$+\frac{45}{16}s_2\frac{e'\iota^2 m}{3m'_1-2m_1+\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1+3m'_2-2m_2+\gamma'_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1}{1-3m'_2+2m_2-\gamma'_2+2\omega_2+\mu}\right\}\cos(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-2\Omega)$$

$$+\frac{9}{2}s_2\frac{e'^2 em}{2m'_1+m_1-\gamma_1-2\gamma'_1}\left\{\frac{1}{1-2m'_2-m_2+\gamma_2+2\gamma'_2+\mu}-\frac{1}{1+2m'_2+m_2-\gamma_2-2\gamma'_2+\mu}\right\}\cos(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Gamma')$$

$$+\frac{45}{8}s_2\frac{e'^3 m}{m'_1+2m_1-3\gamma'_1}\left\{\frac{1}{1-m'_2-2m_2+3\gamma'_2+\mu}-\frac{1}{1+m'_2+2m_2-3\gamma'_2+\mu}\right\}\cos(\mathbb{C}+2\odot-3\Gamma'$$

Digitized by Google

$$+\frac{3}{4}s_1\frac{et^2m}{4m_1'-m_1+\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'+m_2-\gamma_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2'-m_2+\gamma_2-2\omega_2+\mu}\right\}\cos(4\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Omega)$$

$$-\frac{1}{4}s_1m\frac{\left(\frac{11}{2}m-\frac{3}{4}t^2+\frac{59}{3}m^2-\frac{549}{8}e'^2m\right.\\ \left.-\frac{91}{16}t^2m-\frac{55}{4}e^2m+\frac{893}{18}m^3\right)}{2m_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m_2+\mu}\right\}\cos 2\odot$$

$$-\frac{33}{8}s_1\frac{em^3}{m_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2-\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2+\gamma_2+\mu}\right\}\cos(\odot+\Gamma)$$

$$+\frac{33}{8}s_1\frac{em^3}{3m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2+\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(3\odot-\Gamma)\Big]$$

$$+\frac{3}{4}\frac{m_1^2}{n}\mu\left[s_1\frac{1-\frac{5}{2}e^2+\frac{13}{16}e^4}{2m_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+2m_2+\mu}\right\}\cos 2\odot\right.$$

$$-\frac{5}{2}s_2\frac{e\left(1+\frac{9}{8}e^2\right)}{m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1}{1-m_2+\gamma_2+\mu}-\frac{1}{1+m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(\odot-\Gamma)$$

$$+\frac{1}{2}s_1\frac{e\left(7-\frac{123}{8}e^2\right)}{3m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2+\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+3m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\cos(3\odot-\Gamma)$$

$$-\frac{1}{2}s_1\frac{e\left(1-\frac{1}{8}e^2\right)}{m_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2-\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+m_2+\gamma_2+\mu}\right\}\cos(\odot+\Gamma)$$

$$-\frac{1}{4}s_2\frac{e^2(9+7e^2)}{2m_1-2\gamma_1}\left\{\frac{1}{1-2m_2+2\gamma_2+\mu}-\frac{1}{1+2m_2-2\gamma_2+\mu}\right\}\cos(2\odot-2\Gamma)$$

$$+\frac{1}{2}s_1\frac{e^2\left(17-\frac{445}{12}e^2\right)}{4m_1-2\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2+2\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1+4m_2-2\gamma_2+\mu}\right\}\cos(4\odot-2\Gamma)$$

$$-\frac{1}{48}s_1\frac{e^3}{m_1-3\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m_2-3\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-m_2+3\gamma_2+\mu}\right\}\cos(\odot-3\Gamma)$$

$$-\frac{1}{24}s_1\frac{e^4}{2m_1-4\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m_2-4\gamma_2+\mu}+\frac{1-c_1}{1-2m_2+4\gamma_2+\mu}\right\}\cos(2\odot-4\Gamma)$$

$$-\frac{77}{16}s_2\frac{e^4}{4m_1-4\gamma_1}\left\{\frac{1}{1-4m_2+4\gamma_2+\mu}-\frac{1}{1+4m_2-4\gamma_2+\mu}\right\}\cos(4\odot-4\Gamma)$$

$$-\frac{53}{16}s_2\frac{e^3}{3m_1-3\gamma_1}\left\{\frac{1}{1-3m_2+3\gamma_2+\mu}-\frac{1}{1+3m_2-3\gamma_2+\mu}\right\}\cos(3\odot-3\Gamma).\Big]$$

(21) Suite.

Digitized by Google

15. On aura aussi :

$$
\begin{aligned}
-\sin\theta\Delta\Psi = {} & \frac{3}{4}\frac{m_1^2}{n}f\left[-\frac{\iota}{\omega_1}\left(1-\iota^2+\frac{3}{2}e'^2\right)\left\{(c_1+c_2)\frac{\mu(1-\omega_2)-\tilde{\omega}}{(1-\omega_2)^2-\tilde{\omega}}-(c_1-c_2)\frac{\mu(1+\omega_2)-\tilde{\omega}}{(1+\omega_2)^2-\tilde{\omega}}\right\}\sin\Omega\right] \\
& + \frac{3}{4}\frac{m_1^2}{n}f\mu\left[\frac{1}{2}s_1\frac{\iota^2\left(1-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{3}{2}e'^2\right)}{2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2\omega_2+\mu}\right\}\sin 2\Omega\right. \\
& + s_1\frac{\left(\begin{array}{l}1-\frac{1}{4}\iota^2-\frac{5}{2}e'^2+\frac{7}{16}\iota^4+\frac{5}{4}e'^2\iota^2 \\ +\frac{13}{16}e'^4-9e^2m^2-\frac{225}{16}e'^2m^2-\frac{121}{64}m^4\end{array}\right)}{2m_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2'+\mu}-\frac{1-c_1}{2+2m_2'+\mu}\right\}\sin 2\mathbb{C} \\
& - \frac{3}{2}s^2\frac{e'\left(1-\frac{3}{2}\iota^2+\frac{9}{8}e'^2\right)}{m_1'-\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-m_2'+\gamma_2'+\mu}+\frac{1}{1+m_2'-\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\Gamma') \\
& + \iota\frac{1-\frac{3}{4}\iota^2-\frac{5}{2}e'^2}{2m_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2'+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m_2'-\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-\Omega) \\
& - \frac{1}{4}\frac{\iota m\left(\frac{11}{2}m-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{59}{3}m^2\right)}{2m_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\odot-\Omega) \\
& + \frac{1}{2}s_1\frac{e'\left(7-\frac{7}{2}\iota^2-\frac{123}{8}e'^2-\frac{165}{16}m^2\right)}{3m_1'-\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2'+\gamma_2'+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m_2'-\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-\Gamma') \\
& - \frac{1}{2}s_1\frac{e'\left(1-\frac{1}{2}\iota^2-\frac{1}{8}e'^2+\frac{165}{16}m^2\right)}{m_1'+\gamma_1'}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'-\gamma_2'+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m_2'+\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\Gamma') \\
& + \frac{3}{16}s_2\frac{e'm\left(\frac{11}{2}m+\frac{59}{3}m^2+\frac{75}{4}e'^2-\frac{3}{4}\iota^2\right)}{m_1'-2m_1+\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-m_2'+2m_2-\gamma_2'+\mu}+\frac{1}{1+m_2'-2m_2+\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma') \\
& - \frac{3}{2}e'\iota\frac{1-\iota^2+\frac{9}{8}e'^2}{m_1'-\gamma_1'+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m_2'+\gamma_2'-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+m_2'-\gamma_2'+\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\Gamma'+\Omega) \\
& + \frac{3}{2}e'\iota\frac{1-\iota^2+\frac{9}{8}e'^2}{m_1'-\gamma_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'-\gamma_2'-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-m_2'+\gamma_2'+\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\Gamma'-\Omega)
\end{aligned}
\qquad (22)
$$

Digitized by Google

$$
\left.
\begin{aligned}
&-\frac{1}{2}e'\iota\,\frac{1-\frac{3}{4}\iota^2-\frac{1}{8}e'^2}{m'_1+\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2-\gamma'_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+m'_2+\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-\Omega)\\
&+\frac{1}{2}e'\iota\,\frac{7-\frac{21}{4}\iota^2-\frac{123}{8}e'^2}{3m'_1-\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m'_2+\gamma'_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+3m'_2-\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-\Omega)\\
&-\frac{3}{16}s_2\,\frac{e'^2m\left(15+\frac{265}{4}m\right)}{2m'_1-2m_1}\left\{\frac{1}{1-2m'_2+2m_2+\mu}+\frac{1}{1+2m'_2-2m_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\odot)\\
&+\frac{3}{4}s_1\,\frac{e'm\left(5-\frac{67}{16}\iota^2-\frac{25}{2}e^2+\frac{157}{8}m-\frac{565}{16}e'^2+\frac{4853}{64}m^2\right)}{3m'_1-2m_1+\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m'_2+2m_2-\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m'_2-2m_2+\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma')\\
&+\frac{3}{16}s_2\,\frac{e'^2m\left(15+\frac{307}{4}m\right)}{2m_1-2\gamma'_1}\left\{\frac{1}{1-2m_2+2\gamma'_2+\mu}+\frac{1}{1+2m_2-2\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(2\odot-2\Gamma')\\
&-\frac{1}{4}s_1\,\frac{e'm\left(15-\frac{267}{16}\iota^2-\frac{45}{16}e'^2-\frac{75}{2}e^2+\frac{713}{8}m+\frac{64265}{768}m^2\right)}{m'_1+2m_1-\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m'_2-2m_2+\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m'_2+2m_2-\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma')\\
&-\frac{1}{4}s_2\,\frac{9e'^2-\frac{27}{2}e'^2\iota^2+7e'^4}{2m'_1-2\gamma'_1}\left\{\frac{1}{1-2m'_2+2\gamma'_2+\mu}+\frac{1}{1+2m'_2-2\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma')\\
&-\frac{5}{4}s_2\,\frac{\iota^2\left(1-\iota^2-\frac{5}{2}e'^2\right)}{2m'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-2m'_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+2m'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\Omega)\\
&+\frac{53}{32}s_2\,\frac{\iota^2m^2}{2m_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-2m_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+2m_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\odot-2\Omega)\\
&+\frac{1}{2}s_1\,\frac{e'^2\left(17-\frac{17}{2}\iota^2-\frac{445}{12}e'^2\right)}{4m'_1-2\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+2\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2-2\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma')
\end{aligned}
\right\}\ (22)\ \text{Suite.}
$$

Digitized by Google

$$+\frac{1}{4}s_1 m\frac{\left(\begin{array}{l}\frac{11}{2}m-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{165}{2}e'^2+\frac{59}{3}m^2\\ +318e'^2m-\frac{91}{16}\iota^2 m-\frac{55}{4}e^2 m+\frac{893}{18}m^3\end{array}\right)}{4m'_1-2m_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+2m_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2-2m_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-2\odot)$$

$$-3s_1 em\frac{1-\frac{13}{8}\iota^2-\frac{35}{8}e'^2+\frac{9}{8}e^2-\frac{245}{16}m^2}{2m'_1+m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2-m_2+\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m'_2+m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma)$$

$$+3s_1 em\frac{1-\frac{13}{8}\iota^2-\frac{35}{8}e'^2+\frac{9}{8}e^2-\frac{245}{16}m^2}{2m'_1-m_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2+m_2-\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m'_2-m_2+\gamma_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma)$$

$$-\frac{5}{16}s_1 e'm\frac{\frac{11}{2}m-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{59}{3}m^2+\frac{75}{4}e'^2}{m'_1-2m_1-\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m'_2-2m_2-\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-m'_2+2m_2+\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-2\odot-\Gamma')$$

$$-\frac{1}{16}s_1\frac{e'^2m\left(255+\frac{5483}{4}m\right)}{2m'_1+2m_1-2\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2-2m_2+2\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m'_2+2m_2-2\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma')$$

$$-\frac{5}{16}s_1\frac{e'^2m\left(15+\frac{263}{4}m\right)}{2m'_1-2m_1+2\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2+2m_2-2\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m'_2-2m_2+2\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma')$$

$$+\frac{3}{4}s_1\frac{e'\iota^2}{m'_1-\gamma'_1+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m'_2+\gamma'_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c}{1+m'_2-\gamma'_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\Gamma'+2\Omega)$$

$$-\frac{3}{4}s_1\frac{e'\iota^2}{m'_1-\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m'_2-\gamma'_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-m'_2+\gamma'_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega)$$

$$-\frac{9}{4}\frac{e'^2\iota}{2m'_1-2\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m'_2+2\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m'_2-2\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'+\Omega)$$

$$+\frac{17}{2}\frac{e'^2\iota}{4m'_1-2\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-4m'_2+2\gamma'_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+4m'_2-2\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{21}{8}s_2\frac{e'\iota^2}{3m'_1-\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-3m'_2+\gamma'_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+3m'_2-\gamma'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-2\Omega)$$

$$+\frac{3}{8}s_2\frac{e'\iota^2}{m'_1+\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-m'_2-\gamma'_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+m'_2+\gamma'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-2\Omega)$$

$$+\frac{1}{4}\frac{\iota^3}{2m'_1-3\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+2m'_2-3\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-2m'_2+3\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-3\Omega)$$

(22) Suite.

Digitized by Google

$$-\frac{53}{16}s_2\frac{e'^3}{3m_1'-3\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-3m_2'+3\gamma_2'+\mu}+\frac{1}{1+3m_2'-3\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-3\Gamma')$$

$$+\frac{9}{4}\frac{e'^2\iota}{2m_1'-2\gamma_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+2m_2'-2\gamma_2'-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-2m_2'+2\gamma_2'+\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{51}{4}s_1\frac{e'em}{3m_1'+m_1-\gamma_1'-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2'-m_2+\gamma_2'+\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m_2'+m_2-\gamma_2'-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma)$$

$$-\frac{15}{4}s_1\frac{e'em}{m_1'-m_1+\gamma_1'+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'+m_2-\gamma_2'-\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m_2'-m_2+\gamma_2'+\gamma_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma'+\Gamma)$$

$$+\frac{51}{4}s_1\frac{e'em}{3m_1'-m_1-\gamma_1'+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2'+m_2+\gamma_2'-\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m_2'-m_2-\gamma_2'+\gamma_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma)$$

$$+\frac{15}{4}s_1\frac{e'em}{m_1'+m_1+\gamma_1'-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2'-m_2-\gamma_2'+\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m_2'+m_2+\gamma_2'-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\odot+\Gamma'-\Gamma)$$

$$-\frac{1}{4}e'\iota m\frac{15+\frac{713}{8}m}{m_1'+2m_1-\gamma_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m_2'-2m_2+\gamma_2'+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+m_2'+2m_2-\gamma_2'-\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-\Omega)$$

$$+\frac{1}{4}\iota m\frac{\frac{11}{2}m+\frac{165}{2}e'^2-\frac{3}{4}\iota^2+\frac{59}{3}m^2}{4m_1'-2m_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-4m_2'+2m_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+4m_2'-2m_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-2\odot-\Omega)$$

$$-3\frac{e\iota m}{2m_1'+m_1-\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2'-m_2+\gamma_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m_2'+m_2-\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Omega)$$

$$+3\frac{e\iota m}{2m_1'-m_1+\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2'+m_2-\gamma_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m_2'-m_2+\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Omega)$$

$$+\frac{3}{4}\frac{e'\iota m\left(5+\frac{157}{8}m\right)}{3m_1'-2m_1+\gamma_1'-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m_2'+2m_2-\gamma_2'+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+3m_2'-2m_2+\gamma_2'-\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{9}{4}s_2\frac{e'em}{m_1'-m_1+\gamma_1-\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-m_2'+m_2-\gamma_2+\gamma_2'+\mu}+\frac{1}{1+m_2'-m_2+\gamma_2-\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma')$$

$$+\frac{9}{4}\frac{e'em}{m_1'+m_1-\gamma_1-\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-m_2'-m_2+\gamma_2+\gamma_2'+\mu}+\frac{1}{1+m_2'+m_2-\gamma_2-\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma')$$

$$-\frac{3}{16}s_2\frac{e'm\left(\frac{11}{2}m+\frac{59}{3}m^2+\frac{195}{4}e'^2-\frac{3}{4}\iota^2\right)}{3m_1'-2m_1-\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-3m_2'+2m_2+\gamma_2'+\mu}+\frac{1}{1+3m_2'-2m_2-\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma')$$

$$+\frac{9}{8}s_1\frac{e'^2\iota^2}{2m_1'-2\gamma_1'+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2'+2\gamma_2'-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m_2'-2\gamma_2'+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'+2\Omega)$$

(22) Suite.

Digitized by Google

$$-\frac{165}{32}s_1\frac{e'm^3}{m'_1-4m_1+\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m'_2-4m_2+\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-m'_2+4m_2-\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-4\odot+\Gamma')$$

$$+\frac{9}{2}s_1\frac{e^2m^2}{2m'_1+2m_1-2\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2-2m_2+2\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m'_2+2m_2-2\gamma_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma)$$

$$+\frac{9}{2}s_1\frac{e^2m^2}{2m'_1-2m_1+2\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2+2m_2-2\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m'_2-2m_2+2\gamma_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma)$$

$$-\frac{11}{32}s_1\frac{\iota^2m^2}{2m'_1+2m_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2-2m_2+2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m'_2+2m_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Omega)$$

$$+\frac{11}{32}s_1\frac{\iota^2m^2}{2m'_1-2m_1+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m'_2+2m_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m'_2-2m_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Omega)$$

$$-\frac{9}{8}s_1\frac{e'^2\iota^2}{2m'_1-2\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m'_2-2\gamma'_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-2m'_2+2\gamma'_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'-2\Omega)$$

$$-\frac{1}{8}s_1\frac{\iota^2\left(\iota^2-\frac{45}{2}e'^2\right)}{4m'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-2\Omega)$$

$$-\frac{1}{48}s_1\frac{e'^3}{m'_1-3\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m'_2-3\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-m'_2+3\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-3\Gamma')$$

$$-\frac{1}{24}s_1\frac{e'^4}{2m'_1-4\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m'_2-4\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-2m'_2+4\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{53}{16}\frac{e'^3\iota}{3m'_1-3\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m'_2+3\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+3m'_2-3\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-3\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{1}{48}\frac{e'^3\iota}{m'_1-3\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2-3\gamma'_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-m'_2+3\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-3\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{51}{8}s_2\frac{e'^2\iota^2}{4m'_1-2\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-4m'_2+2\gamma'_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+4m'_2-2\gamma'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-2\Gamma'-2\Omega)$$

$$+\frac{3}{128}s_2\frac{\iota^4}{4m'_1-4\omega_1}\left\{\frac{1}{1-4m'_2+4\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+4m'_2-4\omega_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-4\Omega)$$

$$-\frac{77}{16}s_2\frac{e'^4}{4m'_1-4\gamma'_1}\left\{\frac{1}{1-4m'_2+4\gamma'_2+\mu}+\frac{1}{1+4m'_2-4\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-4\Gamma')$$

$$+\frac{1}{4}\frac{\iota^3}{2m'_1-3\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+2m'_2-3\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-2m'_2+3\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-3\Omega)$$

$$+\frac{7}{8}\frac{e'\iota^3}{3m'_1-\gamma'_1-3\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+3m'_2-\gamma'_2-3\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-3m'_2+\gamma'_2+3\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-\Gamma'-3\Omega)$$

(22) Suite.

Digitized by Google

$$-\frac{1}{8}\frac{e'\iota^3}{m'_1+\gamma'_1-3\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2+\gamma'_2-3\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-m'_2-\gamma'_2+3\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\Gamma'-3\Omega)$$

$$-\frac{1}{16}s_1\frac{\iota^4}{2m'_1-4\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m'_2-4\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-2m'_2+4\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-4\Omega)$$

$$+\frac{53}{16}\frac{e'^3\iota}{3m'_1-3\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+3m'_2-3\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-3m'_2+3\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-3\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{255}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m'_1+2m_1-2\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m'_2-2m_2+2\gamma'_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m'_2+2m_2-2\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}+2\odot-2\Gamma'-\Omega)$$

$$+\frac{51}{4}\frac{e'e\iota m}{3m'_1-m_1-\gamma'_1+\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m'_2+m_2+\gamma'_2-\gamma_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+3m'_2-m_2-\gamma'_2+\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-\odot-\Gamma'+\Gamma-\Omega)$$

$$-\frac{51}{4}\frac{e'e\iota m}{3m'_1+m_1-\gamma'_1-\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m'_2-m_2+\gamma'_2+\gamma_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+3m'_2+m_2-\gamma'_2-\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}+\odot-\Gamma'-\Gamma-\Omega)$$

$$+\frac{33}{32}\frac{e'\iota m^2}{m'_1-2m_1+\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2+2m_2-\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+m'_2-2m_2+\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+\Omega)$$

$$+\frac{33}{32}\frac{e'\iota m^2}{3m'_1-2m_1-\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+3m'_2-2m_2-\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-3m'_2+2m_2+\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{45}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m_1-2\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2+2\gamma'_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m_2-2\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\odot-2\Gamma'-\Omega)$$

$$+\frac{45}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m'_1-2m_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+2m'_2+2m_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-2m'_2-2m_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\odot-\Omega)$$

$$-\frac{9}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1+m_1-\gamma_1-\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2+m_2-\gamma_2-\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-m'_2-m_2+\gamma_2+\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma'-\Omega)$$

$$+\frac{9}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1-m_1+\gamma_1-\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2-m_2+\gamma_2-\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-m'_2+m_2-\gamma_2+\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma'-\Omega)$$

$$+\frac{33}{8}s_1\frac{em^3}{4m'_1-3m_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+3m_2-\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2-3m_2+\gamma_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-3\odot+\Gamma)$$

$$-\frac{33}{8}s_1\frac{em^3}{4m'_1-m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+m_2+\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2-m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-\odot-\Gamma)$$

$$+\frac{225}{32}s_1\frac{e'^2m^2}{4m_1-2\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2+2\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m_2-2\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(4\odot-2\Gamma')$$

$$-\frac{345}{8}s_1\frac{e'^3m}{3m'_1+2m_1-3\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m'_2-2m_2+3\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m'_2+2m_2-3\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}+2\odot-3\Gamma')$$

(22) Suite.

Digitized by Google

$$-\frac{15}{16}s_1\frac{e'\iota^2 m}{3m'_1-2m_1-\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m'_2+2m_2+\gamma'_2+2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m'_2-2m_2-\gamma'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-2\Omega)$$

$$-\frac{45}{4}s_1\frac{e'em^2}{3m'_1-m_1+\gamma'_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m'_2+m_2-\gamma'_2+\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m'_2-m_2+\gamma'_2-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-\odot+\Gamma'-\Gamma)$$

$$-\frac{45}{4}s_1\frac{e'em^2}{m'_1+m_1-\gamma'_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m'_2-m_2+\gamma'_2-\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m'_2+m_2-\gamma'_2+\gamma_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma'+\Gamma)$$

$$+\frac{45}{4}s_1\frac{e'em^2}{3m'_1-3m_1+\gamma'_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m'_2+3m_2-\gamma'_2-\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m'_2-3m_2+\gamma'_2+\gamma_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-3\odot+\Gamma'+\Gamma)$$

$$+\frac{45}{4}s_1\frac{e'em^2}{m'_1+3m_1-\gamma'_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m'_2-3m_2+\gamma'_2+\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m'_2+3m_2-\gamma'_2-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+3\odot-\Gamma'-\Gamma)$$

$$+\frac{15}{16}s_1\frac{e'\iota m^2}{m'_1-2m_1+\gamma'_1+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m'_2+2m_2-\gamma'_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m'_2-2m_2+\gamma'_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'+2\Omega)$$

$$-\frac{121}{128}s_1\frac{m^4}{2m'_1-4m_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m'_2-4m_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-2m'_2+4m_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-4\odot)$$

$$+\frac{225}{32}s_1\frac{e'^2m^2}{4m'_1-4m_1+2\gamma'_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+4m_2-2\gamma'_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2-4m_2+2\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-4\odot+2\Gamma')$$

$$-\frac{69}{2}s_1\frac{e'^2em}{4m'_1+m_1-2\gamma'_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2-m_2+2\gamma'_2+\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2+m_2-2\gamma'_2-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}+\odot-2\Gamma'-\Gamma)$$

$$+\frac{69}{2}s_1\frac{e'^2em}{4m'_1-m_1-2\gamma'_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+m_2+2\gamma'_2-\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2-m_2-2\gamma'_2+\gamma_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-\odot-2\Gamma'-\Gamma)$$

$$-\frac{3}{4}s_1\frac{e\iota^2m}{4m'_1+m_1-\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2-m_2+\gamma_2+2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2+m_2-\gamma_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Omega)$$

$$+\frac{3}{4}s_1\frac{e\iota^2m}{4m'_1-m_1+\gamma_1+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m'_2+m_2-\gamma_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m'_2-m_2+\gamma_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-\odot+\Gamma+2\Omega)$$

$$+\frac{15}{16}s_1\frac{e'\iota^2m}{m'_1-2m_1+\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m'_2-2m_2+\gamma'_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-m'_2+2m_2-\gamma'_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-2\Omega)$$

$$-\frac{3}{4}s_1\frac{e\iota^2m}{m_1-\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m_2-\gamma_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-m_2+\gamma_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(\odot-\Gamma-2\Omega)$$

$$-\frac{3}{4}s_1\frac{e\iota^2m}{m_1-\gamma_1+2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2+\gamma_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m_2-\gamma_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(\odot-\Gamma+2\Omega)$$

$$+\frac{11}{32}s_1\frac{\iota^2m^2}{2m'_1-2m_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m'_2-2m_2-2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-2m'_2+2m_2+2\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\odot-2\Omega)$$

(22) Suite.

Digitized by Google

$$-\frac{35}{16}s_2\frac{e'^2m^2}{4m'_1-2m_1-2\gamma'_1}\left\{\frac{1}{1-4m'_2+2m_2+2\gamma'_2+\mu}+\frac{1}{1+4m'_2-2m_2-2\gamma'_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-2\odot-2\Gamma')$$

$$+\frac{35}{32}s_1\frac{\iota^2m^2}{4m'_1-2m_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-4m'_2+2m_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+4m'_2-2m_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-2\odot-2\Omega)$$

$$-\frac{75}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m'_1-2m_1+2\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m'_2+2m_2-2\gamma'_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m'_2-2m_2+2\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\odot+2\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{15}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1-m_1+\gamma'_1+\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2+m_2-\gamma'_2-\gamma_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+m'_2-m_2+\gamma'_2+\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma'+\Gamma-\Omega)$$

$$+\frac{15}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1+m_1+\gamma'_1-\gamma_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2-m_2-\gamma'_2+\gamma_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+m'_2+m_2+\gamma'_2-\gamma_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\odot+\Gamma'-\Gamma-\Omega)$$

$$-\frac{55}{32}\frac{e^2\iota m^2}{m'_1-2m_1-\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2-2m_2-\gamma'_2+\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-m'_2+2m_2+\gamma'_2-\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{33}{32}\frac{e'\iota m^2}{3m'_1-2m_1-\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-3m'_2+2m_2+\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+3m'_2-2m_2-\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-2\odot-\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{33}{32}\frac{e'\iota m^2}{m'_1-2m_1+\gamma'_1-\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1+m'_2-2m_2+\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1-m'_2+2m_2-\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-\Omega)$$

$$-\frac{9}{4}s_2\frac{\iota^2em}{2m'_1+m_1-\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-2m'_2-m_2+\gamma_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+2m'_2+m_2-\gamma_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Omega)$$

$$-\frac{45}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m'_1-2m_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m'_2+2m_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m'_2-2m_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-2\odot+\Omega)$$

$$+\frac{45}{16}\frac{e'^2\iota m}{2m_1-2\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-2m_2+2\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+2m_2-2\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\odot-2\Gamma'+\Omega)$$

$$+\frac{9}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1+m_1-\gamma_1-\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2-m_2+\gamma_2+\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+m'_2+m_2-\gamma_2-\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+\odot-\Gamma-\Gamma'+\Omega)$$

$$-\frac{9}{4}\frac{e'e\iota m}{m'_1-m_1+\gamma_1-\gamma'_1+\omega_1}\left\{\frac{c_1+c_2}{1-m'_2+m_2-\gamma_2+\gamma'_2-\omega_2+\mu}-\frac{c_1-c_2}{1+m'_2-m_2+\gamma_2-\gamma'_2+\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}-\odot+\Gamma-\Gamma'+\Omega)$$

$$+\frac{9}{4}s_2\frac{\iota^2em}{2m'_1-m_1+\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-2m'_2+m_2-\gamma_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+2m'_2-m_2+\gamma_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Omega)$$

$$-\frac{45}{16}s_2\frac{e'\iota^2m}{m'_1+2m_1-\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-m'_2-2m_2+\gamma'_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+m'_2+2m_2-\gamma'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+2\odot-\Gamma'-2\Omega)$$

$$+\frac{5}{6}s_2\frac{e'\iota^2m}{3m'_1-2m_1+\gamma'_1-2\omega_1}\left\{\frac{1}{1-3m'_2+2m_2-\gamma'_2+2\omega_2+\mu}+\frac{1}{1+3m'_2-2m_2+\gamma'_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(3\mathbb{C}-2\odot+\Gamma'-2\Omega)$$

(22) Suite.

Digitized by Google

$$+\frac{9}{2}s_2\frac{e'^2em}{2m_1'+m_1-\gamma_1-2\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-2m_2'-m_2+\gamma_2+2\gamma_2'+\mu}+\frac{1}{1+2m_2'+m_2-\gamma_2-2\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}+\odot-\Gamma-2\Gamma')$$

$$-\frac{9}{2}s_2\frac{e'^2em}{2m_1'-m_1+\gamma_1-2\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-2m_2'+m_2-\gamma_2+2\gamma_2'+\mu}+\frac{1}{1+2m_2'-m_2+\gamma_2-2\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(2\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Gamma')$$

$$+\frac{45}{8}s_2\frac{e'^2m}{m_1'+2m_1-3\gamma_1'}\left\{\frac{1}{1-m_2'-2m_2+3\gamma_2'+\mu}+\frac{1}{1+m_2'+2m_2-3\gamma_2'+\mu}\right\}\sin(\mathbb{C}+2\odot-3\Gamma')$$

$$+\frac{3}{4}s_1\frac{et^2m}{4m_1'-m_1+\gamma_1-2\omega_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2'+m_2-\gamma_2+2\omega_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m_2'-m_2+\gamma_2-2\omega_2+\mu}\right\}\sin(4\mathbb{C}-\odot+\Gamma-2\Omega)$$

$$-\frac{1}{4}s_1m\frac{\left(\begin{array}{l}\frac{11}{2}m-\frac{3}{4}t^2+\frac{59}{3}m^2-\frac{549}{8}e'^2m\\-\frac{91}{16}t^2m-\frac{55}{4}e^2m+\frac{893}{18}m^3\end{array}\right)}{2m_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m_2+\mu}\right\}\sin 2\odot$$

$$-\frac{53}{8}s_1\frac{em^3}{m_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2-\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m_2+\gamma_2+\mu}\right\}\sin(\odot+\Gamma)$$

$$+\frac{33}{8}s_1\frac{em^3}{3m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2+\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(3\odot-\Gamma)\Bigg]$$

$$+\frac{3}{4}\frac{m_1^2}{n}\mu\Bigg[+s_1\frac{1-\frac{5}{2}e^2+\frac{13}{16}e^4}{2m_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-2m_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+2m_2+\mu}\right\}\sin 2\odot$$

$$-\frac{3}{2}s_2\frac{e\left(1+\frac{9}{8}e^2\right)}{m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1}{1-m_2+\gamma_2+\mu}+\frac{1}{1+m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(\odot-\Gamma)$$

$$+\frac{1}{2}s_1e\frac{7-\frac{123}{8}e^2}{3m_1-\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-3m_2+\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+3m_2-\gamma_2+\mu}\right\}\sin(3\odot-\Gamma)$$

$$-\frac{1}{2}s_1e\frac{1-\frac{1}{8}e^2}{m_1+\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-m_2-\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+m_2+\gamma_2+\mu}\right\}\sin(\odot+\Gamma)$$

$$-\frac{1}{4}s_2\frac{e^2(9+7e^2)}{2m_1-2\gamma_1}\left\{\frac{1}{1-2m_2+2\gamma_2+\mu}+\frac{1}{1+2m_2-2\gamma_2+\mu}\right\}\sin(2\odot-2\Gamma)$$

$$+\frac{1}{2}s_1\frac{e^2\left(17-\frac{445}{12}e^2\right)}{4m_1-2\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1-4m_2+2\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1+4m_2-2\gamma_2+\mu}\right\}\sin(4\odot-2\Gamma)$$

(22) Suite.

Digitized by Google

$$
\left.
\begin{aligned}
&-\frac{1}{48}s_1\frac{e^3}{m_1-3\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+m_1-3\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-m_2+3\gamma_2+\mu}\right\}\sin(\odot-3\Gamma)\\
&-\frac{1}{24}s_1\frac{e^4}{2m_1-4\gamma_1}\left\{\frac{1+c_1}{1+2m_2-4\gamma_2+\mu}-\frac{1-c_1}{1-2m_2+4\gamma_2+\mu}\right\}\sin(2\odot-4\Gamma)\\
&-\frac{77}{16}s_2\frac{e^4}{4m_1-4\gamma_1}\left\{\frac{1}{1-4m_2+4\gamma_2+\mu}+\frac{1}{1+4m_2-4\gamma_2+\mu}\right\}\sin(4\odot-4\Gamma)\\
&-\frac{53}{16}s_2\frac{e^3}{3m_1-3\gamma_1}\left\{\frac{1}{1-3m_2+3\gamma_2+\mu}+\frac{1}{1+3m_2-3\gamma_2+\mu}\right\}\sin(3\odot-3\Gamma)\Big].
\end{aligned}
\right\}\ (22)\ \text{Suite.}
$$

III.

16. Pour effectuer les calculs numériques des coefficients des différents termes, nous avons adopté les valeurs suivantes pour les diverses constantes qui y entrent :

$f = 2.18053$ [0.3385621]	$\mu = 0.00328$ [7.5158738]	$\tilde{\omega} = \mu^2 = 0.0000107$ [5.0317476]
$N = 9''.2231$ [0.9648769]	$m_1 = 6.28308$ [0.7981725]	$m_1' = 83.99710$ [1.9242642]
$-\omega_1 = 0.337572$ [9.5283666]	$\gamma_1 = 0.0000559$ [5.7474118]	$\gamma_1' = 0.710183$ [9.8513704]
$e = 0.0167712$ [8.2245642]	$e' = 0.054857$ [8.7394271]	$\iota = 0.0900295$ [8.9543851]
$\theta_{1800} = 23°27'54''.22$	$m = 0.0748013$ [8.8739093]	

Nous avons ainsi obtenu, en négligeant tous les termes dont les coeffi-

Digitized by Google

cients sont inférieurs à 0″.0001, les expressions suivantes pour $\Delta\theta$ et $\Delta\psi$, exprimées en longitudes moyennes :

17.

1800.	1900.
$\Delta\theta = +\ 9''.2231 \cos \Omega$	$+\ 9''.2240 \cos \Omega$
$-\ 0.0902_7 \cos 2\Omega$	$-\ 0.0902_8 \cos 2\Omega$
$+\ 0.0936_0 \cos 2\mathbb{C}$	$-\ 0.0004_6 \cos (2\mathbb{C} + 2\odot - 2\Gamma')$
$+\ 0.0194_1 \cos (2\mathbb{C} - \Omega)$	$+\ 0.0003_5 \cos (2\mathbb{C} - \odot + \Gamma)$
$+\ 0.0126_7 \cos (3\mathbb{C} - \Gamma')$	$-\ 0.0003_1 \cos (2\mathbb{C} + \odot - \Gamma)$
$-\ 0.0050_5 \cos (\mathbb{C} + \Gamma')$	$+\ 0.0002_8 \cos (3\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma' - \Omega)$
$-\ 0.0036_9 \cos (\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma')$	$+\ 0.0001_4 \cos (3\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma')$
$-\ 0.0031_7 \cos (\mathbb{C} - \Gamma' + \Omega)$	$+\ 0.0002_7 \cos (4\mathbb{C} - 2\Gamma' - \Omega)$
$+\ 0.0029_8 \cos (\mathbb{C} - \Gamma' - \Omega)$	$+\ 0.0001_8 \cos (2\odot - 2\Gamma' + \Omega)$
$+\ 0.0025_8 \cos (3\mathbb{C} - \Gamma' - \Omega)$	$-\ 0.0001_7 \cos (2\odot - 2\Gamma' - \Omega)$
$-\ 0.0023_4 \cos (2\odot - \Omega)$	$+\ 0.0001_6 \cos (4\mathbb{C} - 2\odot - \Omega)$
$+\ 0.0013_2 \cos (4\mathbb{C} - 2\Gamma')$	$-\ 0.0001_5 \cos (\mathbb{C} - 2\odot - \Gamma')$
$-\ 0.0010_3 \cos (\mathbb{C} + \Gamma' - \Omega)$	$-\ 0.0001_4 \cos (2\mathbb{C} - 2\odot + 2\Gamma')$
$-\ 0.0009_8 \cos (\mathbb{C} - \Gamma')$	$+\ 0.0001_3 \cos (2\mathbb{C} - 2\Gamma' - \Omega)$
$+\ 0.0008_3 \cos (4\mathbb{C} - 2\odot)$	$-\ 0.0001_2 \cos (2\mathbb{C} - 2\Gamma' + \Omega)$
$-\ 0.0007_5 \cos (\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma' - \Omega)$	

1800.	1900.
$+\ 0.5404_5 \cos 2\odot$	$+\ 0.5401_4 \cos 2\odot$
$+\ 0.0216_8 \cos (3\odot - \Gamma)$	$+\ 0.0216_2 \cos (3\odot - \Gamma)$
$-\ 0.0093_1 \cos (\odot + \Gamma)$	$-\ 0.0092_8 \cos (\odot + \Gamma)$
$+\ 0.0006_6 \cos (4\odot - 2\Gamma)$	
$-\ 0.0001_4 \cos (\odot - \Gamma)$	

18.

1800.	1900.
$\Delta\psi = -\ 17''.2421_2 \sin \Omega$	$-\ 17''.2591_2 \sin \Omega$
$+\ 0.2079_8 \sin 2\Omega$	$+\ 0.2079_7 \sin 2\Omega$
$-\ 0.2181_6 \sin 2\mathbb{C}$	$+\ 0.0003_8 \sin (2\mathbb{C} - 2\odot)$
$+\ 0.0680_8 \sin (\mathbb{C} - \Gamma')$	$+\ 0.0003_8 \sin (\mathbb{C} - 2\odot - \Gamma')$
$-\ 0.0377_0 \sin (2\mathbb{C} - \Omega)$	$-\ 0.0003_4 \sin (2\odot - 2\Gamma' + \Omega)$
$-\ 0.0297_0 \sin (3\mathbb{C} - \Gamma')$	$+\ 0.0003_3 \sin (3\mathbb{C} - \Gamma' - 2\Omega)$
$+\ 0.0117_1 \sin (\mathbb{C} + \Gamma')$	$+\ 0.0003_3 \sin (2\mathbb{C} - 2\odot + 2\Gamma')$
$+\ 0.0085_5 \sin (\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma')$	$+\ 0.0003_2 \sin (2\odot - 2\Gamma' - \Omega)$
$+\ 0.0060_8 \sin (\mathbb{C} - \Gamma' + \Omega)$	$-\ 0.0003_1 \sin (4\mathbb{C} - 2\odot - \Omega)$

Digitized by Google

$-0.0054_6 \sin(2\odot - 2\Gamma')$
$-0.0054_5 \sin(\mathbb{C} - \Gamma' - \Omega)$
$-0.0051_4 \sin(3\mathbb{C} - \Gamma' - \Omega)$
$+0.0043_9 \sin(2\odot - \Omega)$
$-0.0033_8 \sin(3\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma')$
$-0.0031_1 \sin(4\mathbb{C} - 2\Gamma')$
$+0.0028_0 \sin(2\mathbb{C} - 2\Gamma')$
$+0.0024_8 \sin(2\mathbb{C} - 2\Omega)$
$+0.0019_7 \sin(\mathbb{C} + \Gamma' - \Omega)$
$-0.0019_5 \sin(4\mathbb{C} - 2\odot)$
$+0.0014_3 \sin(\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma' - \Omega)$
$+0.0010_6 \sin(2\mathbb{C} + 2\odot - 2\Gamma')$
$-0.0007_8 \sin(2\mathbb{C} - \odot + \Gamma)$
$+0.0007_2 \sin(2\mathbb{C} + \odot - \Gamma)$
$-0.0005_4 \sin(4\mathbb{C} - 2\Gamma' - \Omega)$
$-0.0005_6 \sin(3\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma' - \Omega)$
$-0.0004_2 \sin(\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma')$
$+0.0002_6 \sin(2\mathbb{C} - 2\Gamma' + \Omega)$
$-0.0002_6 \sin(2\mathbb{C} - 2\Gamma' - \Omega)$
$-0.0002_4 \sin(2\odot - 2\Omega)$
$-0.0001_7 \sin(4\odot - 2\Gamma')$
$-0.0001_5 \sin(\mathbb{C} - \Gamma' + 2\Omega)$
$+0.0001_5 \sin(3\mathbb{C} - 3\Gamma')$
$-0.0001_5 \sin(2\mathbb{C} - \odot + \Gamma - \Omega)$
$+0.0001_5 \sin(3\mathbb{C} - 2\odot - \Gamma')$
$-0.0001_4 \sin(3\mathbb{C} - \odot - \Gamma' + \Gamma)$
$-0.0001_4 \sin(\mathbb{C} + \Gamma' - 2\Omega)$
$+0.0001_4 \sin(\mathbb{C} - \Gamma' - 2\Omega)$
$+0.0001_4 \sin(2\mathbb{C} + \odot - \Gamma - \Omega)$
$+0.0001_3 \sin(3\mathbb{C} + \odot - \Gamma' - \Gamma)$
$+0.0001_3 \sin(2\mathbb{C} + 2\odot - 2\Gamma' - \Omega)$
$-0.0001_2 \sin(\mathbb{C} + \odot + \Gamma' - \Gamma)$
$+0.0001_2 \sin(\mathbb{C} - \odot + \Gamma' + \Gamma)$

1800.	1900.
$-1\,2461_8 \sin 2\odot$	$-1.2463_1 \sin 2\odot$
$+0.1276_2 \sin(\odot - \Gamma)$	$+0.1273_0 \sin(\odot - \Gamma)$
$-0.0500_3 \sin(3\odot - \Gamma)$	$-0.0499_0 \sin(3\odot - \Gamma)$
$+0.0214_7 \sin(\odot + \Gamma)$	$+0.0214_1 \sin(\odot + \Gamma)$
$+0.0016_0 \sin(2\odot - 2\Gamma)$	
$-0.0015_5 \sin(4\odot - 2\Gamma)$	

19. Pour que nos formules soient plus facilement comparables à celles de Peters et de Nyren (*), nous transformerons encore la longitude moyenne du Soleil en longitude vraie, au moyen de la formule (6); les termes, relatifs au Soleil, dans $\Delta\theta$ et $\Delta\psi$ deviennent ainsi :

1800.	1900.
$+0.5410_9 \cos 2\odot$	$+0.5407_9 \cos 2\odot$
$+0\ 0088_5 \cos(\odot + \Gamma)$	$+0.0088_5 \cos(\odot + \Gamma)$
$+0.0035_6 \cos(3\odot - \Gamma)$	$+0.0035_0 \cos(3\odot - \Gamma)$
$-0.0001_0 \cos(\odot - \Gamma)$	
$+0.0000_5 \cos 2\Gamma$	

(*) *Bestimmung der Nutation der Erdachse* (Mémoires de l'Académie impériale de Saint-Pétersbourg, VII^e série, t. XIX, n° 2.

Digitized by Google

et :

$-1.2273_5 \sin 2\odot$		$-1.2274_5 \sin 2\odot$
$+0.1276_2 \sin(\odot - \Gamma)$		$+0.1273_1 \sin(\odot - \Gamma)$
$-0.0203_7 \sin(\odot + \Gamma)$		$-0.0203_1 \sin(\odot + \Gamma)$
$-0.0082_3 \sin(3\odot - \Gamma)$		$-0.0081_0 \sin(3\odot - \Gamma)$
	$-0.0005_4 \sin(2\odot - 2\Gamma)$	
	$-0.0000_8 \sin 2\Gamma$	

Cela étant, les résultats de la comparaison peuvent se résumer dans le tableau suivant, où nous avons consigné les termes pour lesquels la différence atteint au moins $0''.002$:

$\Delta\theta$

P	N	U
$+0.0886 \cos 2\mathbb{C}$	$+0.0888 \cos 2\mathbb{C}$	$+0.0936_0 \cos 2\mathbb{C}$
$-0.0011 \cos(\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma')$	$-0.0011 \cos(\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma')$	$-0.0036_9 \cos(\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma')$
. . . . .	$+0.0024 \cos(3\mathbb{C} - \Gamma' - \Omega)$	$+0.0025_8 \cos(3\mathbb{C} - \Gamma' - \Omega)$
$-0.0067 \cos(2\odot - \Omega)$	$-0.0067 \cos(2\odot - \Omega)$	$-0.0025_4 \cos(2\odot - \Omega)$
$+0.0023 \cos(3\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma')$	$+0.0023 \cos(3\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma')$	$+0.0001_4 \cos(3\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma')$
$+0.5510 \cos 2\odot$	$+0.5463 \cos 2\odot$	$+0.5410_9 \cos 2\odot$
	$\Delta\psi$	
$-0.2041 \sin 2\mathbb{C}$	$-0.2046 \sin 2\mathbb{C}$	$-0.2181_6 \sin 2\mathbb{C}$
$-0.0339 \sin(2\mathbb{C} - \Omega)$	$-0.0343 \sin(2\mathbb{C} - \Omega)$	$-0.0377_9 \sin(2\mathbb{C} - \Omega)$
$-0.0261 \sin(3\mathbb{C} - \Gamma')$	$-0.0262 \sin(3\mathbb{C} - \Gamma')$	$-0.0297_0 \sin(3\mathbb{C} - \Gamma')$
$+0.0025 \sin(\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma')$	$+0.0026 \sin(\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma')$	$+0.0085_5 \sin(\mathbb{C} + 2\odot - \Gamma')$
$+0.0053 \sin(2\odot - 2\Gamma')$	$+0.0054 \sin(2\odot - 2\Gamma')$	$-0.0054_6 \sin(2\odot - 2\Gamma')$
$+0.0057 \sin(\mathbb{C} - \Gamma' - \Omega)$	$+0.0057 \sin(\mathbb{C} - \Gamma' - \Omega)$	$-0.0054_5 \sin(\mathbb{C} - \Gamma' - \Omega)$
$+0.0125 \sin(2\odot - \Omega)$	$+0.0125 \sin(2\odot - \Omega)$	$+0.0043_9 \sin(2\odot - \Omega)$
$+0.0150 \sin(\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma')$	$+0.0143 \sin(\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma')$	$-0.0004_2 \sin(\mathbb{C} - 2\odot + \Gamma')$
$+0.0061 \sin(2\mathbb{C} - 2\odot)$	$+0.0060 \sin(2\mathbb{C} - 2\odot)$	$+0.0003_8 \sin(2\mathbb{C} - 2\odot)$
$-0.0024 \sin(2\odot - 2\Omega)$	$-0.0014 \sin(2\odot - 2\Omega)$	$-0.0002_4 \sin(2\odot - 2\Omega)$
$-1.2694 \sin 2\odot$	$-1.2588 \sin 2\odot$	$-1.2273_5 \sin 2\odot$

Digitized by Google

RECHERCHES

SUR

LE SPECTRE DU CARBONE

DANS L'ARC ÉLECTRIQUE

EN RAPPORT

AVEC LE SPECTRE DES COMÈTES ET LE SPECTRE SOLAIRE,

PAR

CH. FIEVEZ,

ASTRONOME A L'OBSERVATOIRE ROYAL DE BRUXELLES.

(Présentées à la Classe des sciences dans la séance du 6 décembre 1884.)

TOME XLVII.

Digitized by Google

Digitized by Google

RECHERCHES

SUR

E SPECTRE DU CARBONE

DANS L'ARC ÉLECTRIQUE

EN RAPPORT

AVEC LE SPECTRE DES COMÈTES ET LE SPECTRE SOLAIRE.

---

sait que le spectre des comètes est caractérisé par la présence de bandes faiblement lumineuses (une jaune, une verte, une bleue et une), dont l'intensité décroît plus ou moins uniformément depuis le côté ns réfrangible du spectre, où elle est maxima, jusqu'au côté opposé, où vanouit.

bandes, d'éclat différent, ne sont pas toutes également visibles dans le cométaire : la bande verte, qui est la plus brillante, peut être encore dans le spectre de la queue des comètes lorsque les autres bandes jà cessé d'être visibles. La bande violette a seulement été reconnue spectre de la comète *b* de 1881 et dans celui de la grande comète 2.

aible éclat des bandes cométaires ne permet guère de les étudier es spectroscopes puissants. Les progrès de l'analyse spectrale des dépendent en grande partie des perfectionnements réalisés dans la tion des miroirs et des lentilles de grande ouverture, et dans les photographiques rapides des rayons de toute couleur. On sait qu'à

Digitized by Google

l'aide de la photographie, W. Huggins a pu constater la présence des raies de Fraunhofer dans le spectre de la comète *b* de 1881 [1].

Étant donné la rareté d'apparition des brillantes comètes et la nécessité de se servir de spectroscopes peu dispersifs pour les étudier, on ne peut guère espérer actuellement d'acquérir des notions beaucoup plus complètes sur la structure de leur spectre, sans recourir à une méthode indirecte permettant l'usage de moyens d'investigation plus puissants.

L'emploi de cette méthode repose sur la certitude que nous avons de l'identité des bandes d'une comète avec celles d'une autre comète, et aussi avec les bandes spectrales du carbone.

Cette identité des bandes d'une comète avec celles d'une autre comète résulte de la concordance du grand nombre d'observations des spectres des comètes parues depuis 1864; elle résulte aussi de l'observation directe : car, le 22 juillet 1881, les comètes *b* et *c* étant toutes deux visibles, j'ai pu m'assurer qu'au même instant et dans les mêmes conditions d'observation, le bord de la bande verte de la comète *b* coïncidait absolument avec le bord de la bande verte de la comète *c* [2].

L'identité des bandes cométaires et des bandes carbonées a été constatée pour la première fois directement par W. Huggins [3], indirectement par Secchi [4], et après eux par un très grand nombre d'observateurs.

De plus, le spectre de la flamme du gaz d'éclairage peut être rendu absolument semblable à celui d'une comète en réduisant l'éclat de la flamme et en employant un spectroscope de faible dispersion [5].

Il résulte de l'ensemble de ces faits que la constitution des bandes cométaires peut être déduite de la constitution des bandes carbonées en tenant compte des modifications qui peuvent résulter de leur différence d'intensité lumineuse.

L'intensité lumineuse du spectre d'une comète peut dépendre de la température de l'astre ou de l'état de diffusion de la matière qui le constitue.

[1] W. Huggins, *Preliminary note on the Photographic Spectrum of Comet* b *1881*. *Proceedings of the Royal Society*, n° 213, 1881.

[2] Cette observation est inédite : je crois que c'est la seule de ce genre que l'on connaisse.

[3] W. Huggins, *Philosophical Transactions*, *1868*, p. 569.

[4] Secchi, *Le Soleil*, 2e partie, p. 410.

[5] J.-S. Stas, *Rapport sur un mémoire de M. von Konkoly*, Bulletin de l'Acad. roy. de Belgique, 5e série, t. VII.

Digitized by Google

La matière cométaire étant dans un état de diffusion tel qu'elle n'exerce aucune influence appréciable sur les observations astronomiques les plus délicates, il en résulte que le faible éclat des bandes spectrales doit être attribué à cet état de diffusion plutôt qu'à la température peu élevée de l'astre, car, quelle que soit cette température, elle peut devenir excessivement élevée, supérieure même à toutes celles que nous pouvons produire artificiellement, lorsque la comète arrive dans le voisinage du Soleil [1].

L'augmentation d'éclat des bandes carbonées, lorsque les comètes s'approchent du Soleil, et la présence des raies sodiques dans le spectre de la comète Wells (1882) confirment d'ailleurs cette assertion.

On est donc certain de ne pas s'écarter de la constitution des bandes cométaires en étudiant les bandes carbonées avec les moyens les plus énergiques dont on dispose dans les laboratoires.

Les bandes carbonées sont visibles dans le spectre de l'arc électrique (jaillissant entre deux électrodes de charbon) [2] avec une intensité lumineuse suffisante pour être analysée par un puissant spectroscope tel que celui employé à l'*Étude du spectre solaire* [3].

Lorsqu'on dirige un faisceau de rayons parallèles, émanant de l'arc, sur la fente de ce spectroscope, on observe un spectre continu sur lequel les bandes carbonées se détachent avec éclat : c'est *le spectre intégral de l'arc.*

Mais lorsque l'image des électrodes est projetée sur la fente de ce spectroscope, on reconnaît *que les bandes carbonées sont visibles dans l'espace existant entre les pointes de charbon, et que leur éclat varie inversement avec la distance des électrodes et directement avec l'intensité électrique.*

Ces bandes se montrent parfois dans le spectre de l'électrode positive lorsque l'intensité considérable du courant désagrège rapidement cette électrode.

[1] Suivant J. Herschel (*Outlines of Astronomy*, p. 401), la comète de 1843 s'est approchée à une distance de la surface solaire égale au septième du diamètre du Soleil : la température de la comète devait alors être le triple de celle produite au foyer de la grande lentille de Parker, où l'agate et le cristal de roche entraient en fusion. Tyndall (*La Lumière*, p. 183) prétend au contraire que la température d'une comète ne peut pas se conclure de sa proximité du Soleil.

[2] Cet arc électrique était produit par le courant d'une machine donnant 30 ampères et 70 volts aux bornes de la lampe.

[3] C. Fievez. Voir *Étude du Spectre solaire*, Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles, t. IV, nouvelle série.

Digitized by Google

Les bandes carbonées ainsi produites sont résolues en raies lumineuses d'intensités diverses et semblent ne différer entre elles que par la condensation plus ou moins grande de leurs éléments constituants.

Pour permettre d'apprécier jusqu'à quel point la résolution des bandes a pu être ainsi poussée, j'ai cru nécessaire de donner un spécimen de cette résolution comprenant le nombre, l'intensité et la distance normale des raies composantes.

Ce travail a été exécuté pour les trois bandes jaune, verte et bleue [1], en juxtaposant le spectre de l'arc électrique au spectre solaire dans le but de déterminer avec exactitude la position des raies carbonées par rapport à celle des raies solaires les plus voisines.

Les planches ci-jointes, ne comprenant pour chaque bande que 100 longueurs d'onde, c'est-à-dire la cinquième partie à peine de leur longueur totale, sont suffisantes pour faire ressortir leur similitude de structure et le nombre considérable des raies qui les composent; ces planches donnent en même temps la position exacte (par rapport aux raies solaires) du commencement de chacune de ces bandes.

Les raies carbonées sont représentées par des lignes de diverses longueurs, suivant leur intensité relative. Les raies les plus intenses de la bande verte et de la bande bleue sont même *doubles* lorsqu'on les observe avec une fente très fine : cette duplication n'est pas indiquée sur les planches.

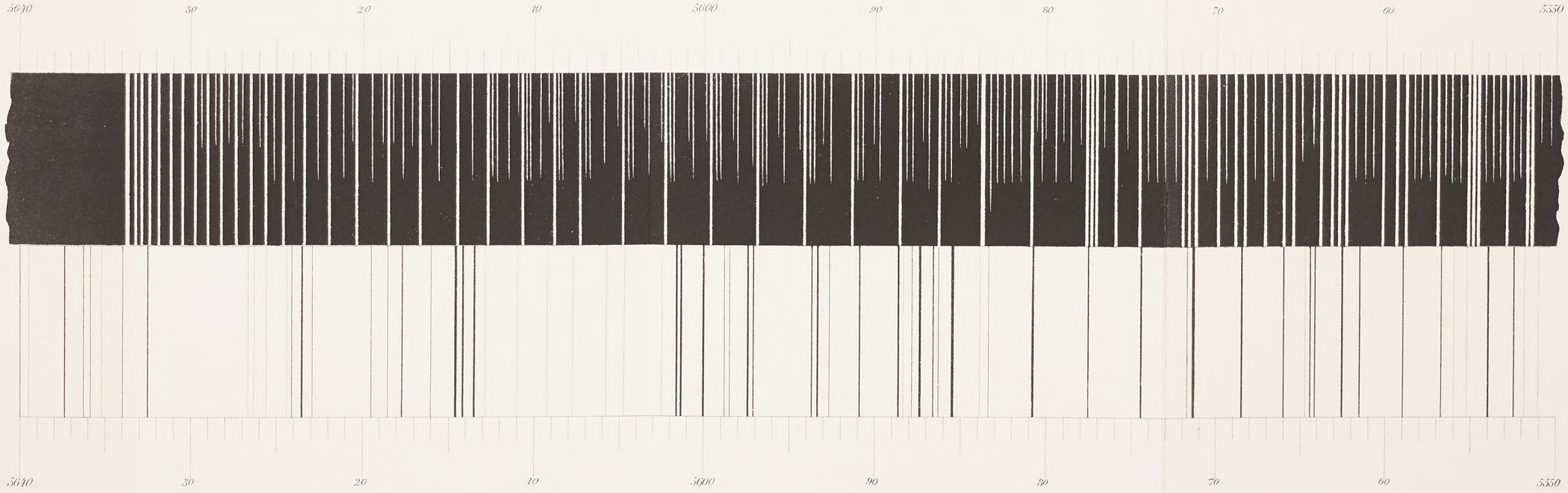
La plupart des raies constituant les bandes carbonées ne coïncident pas avec les raies solaires; on peut en conclure qu'elles n'existent pas dans le spectre solaire à l'état de *raies d'absorption*, mais on ne peut pas affirmer qu'elles n'existent pas à l'état de *raies brillantes*, étant donnée la difficulté actuelle d'une pareille vérification.

Enfin, on voit par ce qui précède qu'il est possible, en usant des ressources que nous offre le laboratoire du physicien, et après avoir épuisé les moyens *directs* d'investigation, d'acquérir des notions plus complètes sur la constitution des corps célestes.

[1] La bande violette était trop peu intense pour être dessinée dans ces conditions.

Digitized by Google

Bande Carbonée correspondant à la Bande Jaune du Spectre Cométaire.



Spectre Solaire.

Ch. Fievez Del.

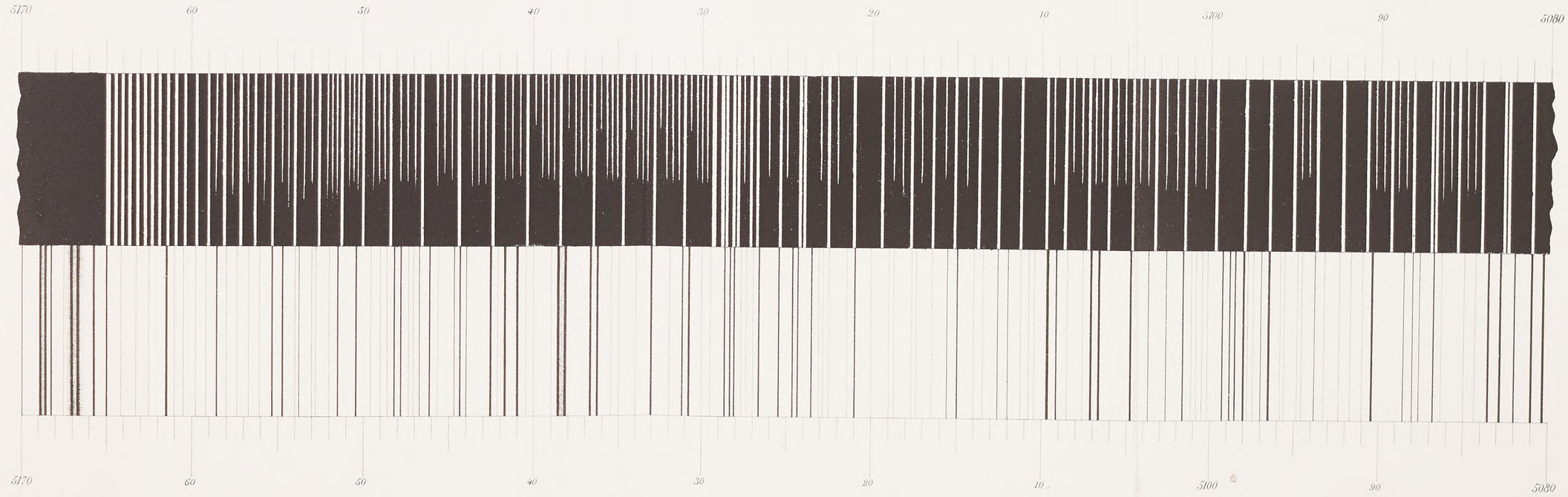
Lith. C. Severeyns Brux.

A. De Gheselle sc.

Digitized by Google

Digitized by Google

Bande Carbonée correspondant à la Bande Verte du Spectre Cométaire.



Spectre Solaire.

Ch. Fievez del.

Lith. C. Severeyns. Brux.

A. De Ghesselle sc.

Digitized by Google

Digitized by Google

Bande Carbonée correspondant à la Bande Bleue du Spectre Cométaire.

Spectre Solaire.

Ch. Fievez Del.

Lith. G. Severeyns. Brux.

A. De Ghesselle sc.

Digitized by Google

Digitized by Google

ÉTUDES

SUR

SPECT PHYSIQUE DE LA PLANÈTE JUPITER

PREMIÈRE PARTIE :

DESCRIPTION DES DESSINS EXÉCUTÉS A LOUVAIN PENDANT L'OPPOSITION DE 1881-1882, A L'AIDE DE LA LUNETTE DE SECRETAN, ET OBSERVATIONS DE LA TACHE ROUGE;

PAR

F. TERBY,

DOCTEUR EN SCIENCES.

(Présentées à la Classe des sciences dans la séance du 10 janvier 1885)

Digitized by Google

INTRODUCTION.

Depuis l'année 1881, j'ai porté à la planète Jupiter une attention plus spéciale [1]; pour ne point retarder davantage la publication des faits nombreux qui ont été enregistrés à Louvain concernant cette planète, je me décide aujourd'hui à présenter à l'Académie une description détaillée des dessins se rapportant à l'opposition de 1881-1882 et la série de mes observations des passages de la tache rouge pour la même époque. J'aurai l'honneur de soumettre successivement à ce corps savant la continuation de ces travaux, tantôt sous forme de discussion des résultats obtenus précédemment et déjà publiés, tantôt sous forme de description des observations nouvelles.

J'ai employé à ces recherches le réfracteur de Secretan, que j'ai eu déjà

[1] *Voy.* mes observations précédentes de Jupiter dans le Bull. de l'Acad. roy. de Belgique : *Aspect de Jupiter en 1872*, 2e série, XXXIV, nos 9 et 10;..... *en 1873*, 2e série, XXXVI, n° 11;..... *en 1874*, 2e série, XXXVIII, n° 11; *Aspect de l'ombre du Satellite II le 25 mars 1874*, 2e série, XL, n° 11; *Observations de Jupiter et de la tache rouge en 1879-80*, 2e série, XLIX, n° 3; *Phénomènes des Satellites de Jupiter pendant la nuit du 14 octobre et passage du Satellite III le 19 novembre 1883*, 3e série, VI, n° 12.

Digitized by Google

souvent l'occasion de signaler à l'Académie [1]; je rappelle que l'ouverture utile de cette lunette est de 9 centimètres et que ses grossissements le plus fréquemment utilisés sont de 120 et de 180 fois; dans des circonstances particulièrement favorables j'ai employé aussi le grossissement de 240 fois.

Les dessins ont été exécutés avec le plus grand soin et avec le plus de célérité possible pour éviter les inconvénients résultant du déplacement rapide des détails par la rotation de Jupiter; à cet effet, je notais l'heure en commençant le dessin, je fixais rapidement la position des détails par rapport au diamètre vertical et au diamètre horizontal apparents du disque et j'annotais l'heure aussitôt après; la position des divers accidents planétaires pouvait donc être considérée comme se rapportant à l'heure moyenne comprise entre ces deux instants extrêmes et rapprochés; je continuais ensuite l'observation pour compléter et perfectionner mon dessin.

Après avoir terminé la série de mes observations, j'ai calculé la longitude jovigraphique du méridien central de tous les dessins, en m'aidant des *Éphémérides* publiées par M. Marth [2] et en adoptant pour chaque figure l'heure moyenne citée plus haut. Les soins que j'ai pris à contrôler la marche de l'excellente montre à secondes qui me servait, comme on le verra d'ailleurs par le chapitre II de ce mémoire, me permettent de considérer les instants indiqués comme exacts dans les limites de 1 minute, ce qui est suffisant pour le but proposé.

Le méridien central de chaque dessin une fois fixé, j'ai cherché à me

[1] La lunette de Secretan sert à mes observations depuis vingt ans; les premières recherches que j'ai communiquées à l'Académie et faites à l'aide de ce réfracteur datent de 1864. J'ai la satisfaction d'annoncer à ce corps savant que, dans un avenir très prochain, je pourrai continuer ces travaux à l'aide d'un équatorial de huit pouces actuellement en construction pour moi chez le célèbre opticien de Dublin M. Grubb. Ce bel instrument sera installé dans une coupole à dôme tournant que j'achève de faire construire en ce moment.

[2] *Ephem. for phys. obs. of Jupiter 1881-82;* Monthly Not., XLI, n° 7, May 1881, p. 364.

Digitized by Google

rendre compte de la position des détails les plus intéressants que renfermaient les figures et j'ai préparé, à cet effet, sur papier transparent, des diagrammes de la grandeur des disques et munis de cercles de longitude espacés de 15° en 15°. La distance en longitude de chaque détail au méridien central a été mesurée avec soin et à plusieurs reprises et la longitude jovigraphique de l'accident en question en a été déduite. Je n'exagère nullement en évaluant à 6,000 au moins le nombre des mesures que j'ai effectuées de cette façon. Je suis loin d'attribuer à ce procédé une exactitude plus grande qu'il ne mérite et je me hâte de reconnaître que les longitudes signalées de cette façon ne sont autre chose que des approximations. Il m'a semblé pourtant qu'elles pourraient être consultées avec fruit et je me suis assuré plusieurs fois que, généralement, elles ne sortaient point des limites que l'on serait en droit d'exiger pour un tel résultat : je les ai comparées, en effet, plusieurs fois, aux longitudes plus exactes déduites des instants du passage des mêmes détails par le méridien central.

Les dessins que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie renferment un grand nombre de particularités intéressantes dont une discussion approfondie mènera, croyons-nous, à des résultats importants; pendant le cours de la description qui va suivre, je mets déjà en relief quelques-unes de ces particularités, de ces comparaisons, et j'en tire les résultats qui s'offrent à première vue. Un travail ultérieur en contiendra la discussion complète, à laquelle je convie d'ailleurs tous les astronomes qui s'occupent de Jupiter.

Il est fort difficile de rendre exactement, dans ces dessins, les différences souvent presque insensibles, quoique réelles, qui se montrent entre les bandes sous le rapport de leur degré plus ou moins grand d'obscurité ou d'éclat; c'est pourquoi j'ai cherché à indiquer par des chiffres ces nuances délicates : les chiffres arabes qui accompagnent les dessins sont destinés à marquer le degré relatif d'obscurité des bandes sombres, ces chiffres augmentant de valeur à mesure que la région sombre s'affaiblit; ainsi,

Digitized by Google

parmi les régions désignées par 1, 2, 3, 4, 5, c'est celle qui est accompagnée du chiffre 1 qui était la plus sombre et celle qui est désignée par 5 qui était la plus faible; les autres chiffres indiquent les degrés intermédiaires; j'ai suivi le même procédé pour les bandes brillantes en employant les chiffres romains I, II, III...; I sera la bande la plus brillante, III la plus sombre, etc...

Mes procédés de mesure n'ayant été qu'approchés, comme je le dis plus haut, la rotation de Jupiter entraînant d'ailleurs certaines erreurs inévitables dans la situation des détails représentés, je n'ai pas cru devoir rechercher une exactitude illusoire en tenant compte soit de la phase de la planète, soit de son ellipticité.

Digitized by Google

ÉTUDES

SUR

L'ASPECT PHYSIQUE DE LA PLANÈTE JUPITER.

I

DÉTAILS DES OBSERVATIONS.

1881.

Le 19 août, à 11$^{h}37^{m}$ (t. m. de Bruxelles); L (Longitude jovigraphique du méridien central) = *44°7*.

Ciel serein; observation rapide et incomplète à cause du vent; le dessin n'est qu'approché.

La tache rouge est près du bord occidental [1]; bande 3I [2] grise et *en chapelet* dans la moitié orientale; petite bande *inclinée* bien visible dans la région 3II; bande 3III grise; bande 4 rouge, pâle, moins sombre que 3I et 3III. Je ne distingue pas de séparation *d* entre 4 et 5.

Un premier résultat de la comparaison de ce dessin avec ceux que j'ai

[1] Dans les descriptions, on a entendu par *bord occidental*....., le bord situé réellement du côté de l'Occident pour l'observateur terrestre qui a devant lui le disque de Jupiter.

[2] Les différentes bandes de la planète ont été désignées ici d'après la notation adoptée par Lord Rosse dans son mémoire sur Jupiter observé en 1872 et 1873 (*Monthly Not.*, mars 1874). Cette notation est représentée dans la *figure 1bis* de ce mémoire. *Nous rappelons ici que les chiffres arabes et romains qui accompagnent nos figures n'ont, eux, aucun rapport avec cette notation, ni avec notre texte.*

Digitized by Google

faits en 1879 [1] est que la bande 3III, *très rouge* en 1879, est *grise* le 19 août 1881; tandis que la bande 4, *grise* et très peu marquée en 1879, est devenue *rouge* et fort accentuée en 1881.

Le 24 septembre, de 9h30m à 10h15m; L = 10°6 (pour 10h12m47s, instant du passage du milieu de la tache rouge).

Ciel serein, image très bonne par moments; néanmoins dessin incomplet.

La tache rouge est *effilée en pointe* à son extrémité occidentale; bande 3I grise; bandes 3III et 4 roses, moins colorées que la tache rouge; la bande 4 *longe la calotte polaire* nord; je ne vois *pas de bande claire* d, par conséquent.

Le 29 septembre, de 9h21m à 9h31m; L = 14°5; *fig. 18* [2].

Ciel serein.

Calotte polaire sud *bordée* par une *bande interrompue* depuis L = 4° à L = 24° environ; tache rouge *pointue aux deux bouts*. La bande 3I est la plus sombre, avec une *dentelure* au bord septentrional, à la longitude de 12° environ.

Dans la zone 3II, la dentelure est suivie par une *tache blanche* [3], brillante, elliptique, dont le milieu correspond à peu près à L = 25°.

Dans cette même zone règne une *bande fine* qui semble *interrompue* dans le voisinage de la dentelure, de L = 4° à L = 21° environ.

Bande 3III rose; bande 4 formée de *deux zones parallèles*, la supérieure moins apparente, grise, l'inférieure rose.

Entre la bande 4 et la calotte polaire septentrionale on voit la zone brillante *d* bien marquée et dans laquelle on soupçonne une *bande très fine* restée douteuse.

Le 30 septembre, de 9h33m à 9h42m; L = 172°4, *fig. 61*.

Ciel serein.

La calotte polaire sud n'est bordée par *aucune bande*.

[1] Voy. *Bull. de l'Acad.*, 2e série, XLIX, n° 3.

[2] Pour faciliter la comparaison ultérieure des dessins, nous les avons rangés par ordre de longitude du méridien central.

[3] Le contour des taches blanches *proprement dites* a été pointillé dans les dessins, de même que celui des régions *très brillantes*.

Digitized by Google

La bande 3I est grise, moins large aujourd'hui que 3III qui est la plus large du disque.

Tache brillante dans la zone 3II, à l'occident du méridien central, ayant L = 143°. Dans cette même zone, tronçon de bande fine de L = 157° à L = 187° environ.

La bande 3III, *très large*, passe sur le centre; elle est rose.

La bande 4 semble formée, comme le 29 septembre, de *deux zones parallèles*, la supérieure faible, grise, l'inférieure rose, plus accentuée. La calotte 5 est très faible, mais *séparée* de la bande 4. La zone *c* est visiblement plus large et plus brillante que la zone 3II.

Le 2 octobre, de 9h36m à 9h51m; le dessin a été fait plus spécialement de *9h36m à 9h46m*; L = 115°6, *fig. 45*.

Ciel serein.

Calotte 1 *bordée* par une bande interrompue de L = 100° à L = 145° approximativement.

Bande 3I *plus pâle* à l'occident de la longitude de 80°, munie d'une *dentelure* dont L = 115°.

Deux *taches blanches* brillantes, elliptiques, situées dans la région 3II, de part et d'autre de la dentelure; leurs centres ont pour L : 96° et 120°; la tache orientale étant la plus marquée, la plus brillante. Dans cette même région 3II règne une petite bande, dans la moitié orientale du disque, et suivant la seconde tache blanche.

La bande 3III est large, rouge sombre, *plus pâle à l'Orient*, à partir de L = 140°. Avec le grossissement de 120, 3I et 3III sont également grises et foncées; avec 180, 3III est rouge foncée et 3I grise.

La bande 4 est rose, *plus fine* et *plus pâle* dans sa partie occidentale, à partir de L = 95°.

La zone *d* est bien visible.

Le 3 octobre, de 9h20m à 9h31m; L = 256°7.

Ciel serein d'abord; les nuages survenus ensuite rendent l'observation insuffisante.

Je vois les calottes 1 et 5, celle-ci paraissant *en contact* avec la bande 4;

Digitized by Google

la bande 3I est grise, très sombre, les bandes 3III et 4 sont roses; 3III est à peine plus sombre que 4; 3III parait *double,* c'est-à-dire *bordée de gris* du côté méridional.

Le 5 octobre, de 9h17m à 9h25m; L = 195°1; *fig. 65.* Quelques nuages; image ondulante.

Calotte 1 *sans bordure* plus sombre; la bande 3I, grise, est *plus fine aux deux bords* du disque.

Dans la région 3II, figure une petite bande partielle, très fine, un peu douteuse, dans la moitié orientale du disque; elle commence à droite du méridien central, à la longitude d'environ 215°.

La bande 3III est rose au bord inférieur et offre une *proéminence* centrale, rose, marquée, dont le point culminant peut correspondre à L = 191°; la seconde moitié, supérieure, de 3III est grise, notablement *plus large* dans la moitié occidentale du disque que dans la moitié orientale.

Bande 4 également formée de *deux moitiés :* l'une, inférieure, rose, l'autre, supérieure, grise; celle-ci *plus étroite* vers le bord occidental que dans le restant du disque.

La bande 3I était visiblement plus près du centre que la bande 4.

Le 10 octobre, de 9h3m à 9h11m; L = 219°4.

Ciel nébuleux empêchant de voir les *détails* de la planète; on ne perçoit pas de couleurs; on voit et dessine 1, *a, b,* 3I, 3II, 3III, *c,* 4, *d,* 5; l'observation est insuffisante. Le calme de l'image permet toutefois de bien fixer la position des bandes; on constate que 3III passe *exactement sous* le centre.

Le 16 octobre, de 8h3m à 8h12m; L = 6°7; *fig. 12;* le dessin a été complété ensuite de 8h22m à 8h25m et de 8h41m à 8h43m.

Ciel assez beau; image souvent ondulante; quelques nuages; très bon dessin néanmoins.

Bande très faible longeant la calotte 1; cette bande *change de direction* à la longitude d'environ 47°, voisine de l'extrémité orientale de la tache rouge, qu'elle contourne en partie; elle continue ensuite sa route jusqu'au bord oriental, mais à une latitude plus élevée.

La tache rouge est *arrondie* aux extrémités et très colorée.

Digitized by Google

La bande 3I est grise pendant cette observation, de même que 4; 3I est un peu plus sombre que 4. La bande 3III est très sombre et très rouge. Mais, à 8^h41^m, je trouve que 3I et 4 sont devenues rosées, tandis que 3III a pris une teinte grise sombre; ce *changement* de coloration après un si court intervalle est fort remarquable.

La bande 3I est largement *entamée* à son bord septentrional par une *tache blanche,* à la longitude d'environ 19°.

Dans la zone 3II, brille cette *belle tache blanche,* elliptique, à grand axe incliné par rapport à l'équateur; son centre correspond à L = 21°.

Une petite bande partielle règne vers le bord oriental à partir de L = 37° et suit la tache blanche; cette bande n'a été observée qu'à 8^h43^m.

La bande 3III est fortement *élargie au milieu,* le point culminant correspondant à L = 7° à 8°.

Pas de trace évidente de séparation *d.*

Le 18 octobre, de 9^h17^m à 9^h42^m; L = 357°,4; fig. 10.

On a complété le dessin jusqu'à 10^h22^m.

Serein, image assez baveuse, mais très bon dessin.

Calotte polaire 1 *contenant une bande* qui est légèrement *arquée* et accuse, près du bord oriental, vers l'extrémité de la tache rouge, la *même allure* que celle du 16 octobre.

La tache rouge semble se terminer à ses deux bouts par une *pointe émoussée.*

La bande 3I est grise, peut-être très légèrement rosée, munie de trois *dentelures* dont L est respectivement : 357°, 15°, 23° en allant du bord occidental au bord oriental; la troisième dentelure est restée un peu douteuse.

Dans la zone 3II on voit deux *taches blanches,* assez brillantes, situées entre les dentelures de 3I, la première plus grande à L = 7°, la seconde à L = 17°; une bande fine, interrompue, sillonne aussi cette région dans les deux moitiés orientale et occidentale du disque.

La bande 3III est la plus sombre, très rougeâtre, munie d'une *proéminence* marquée dont le point culminant correspond à L = 4°.

Digitized by Google

Bande 4 rosée, séparée peu nettement de 5.

Les calottes 1 et 5 peu accusées.

Si nous comparons les dessins du *18* et du *16 octobre,* nous constatons qu'à ces deux dates le phénomène des *taches blanches et brillantes* se montrait au bord septentrional de la bande 3I, à des longitudes correspondant à celles de la tache rouge ; *mais les taches du 18 octobre accusent un mouvement marqué vers l'Ouest, relativement à cette tache.*

L'on est porté de même à supposer que le *point culminant* du bord méridional de 3III *s'est avancé par rapport à la tache rouge, participant ainsi au mouvement des taches blanches.*

Le 29 octobre, de 9^h51^m *à* 10^h4^m ; L = 230°5 ; *fig. 71.* On a continué à compléter le dessin jusqu'à 10^h11^m.

Serein d'abord, puis nuages par moments; enfin couvert.

La bande 3I est grise, très sombre, *plus pâle* depuis L = 208° jusqu'au bord occidental ; elle est munie d'une *dentelure* dont L = 225°.

On voit des tronçons de bande fine dans la zone 3II ; l'un d'eux *part de la dentelure* et se dirige en forme d'arc vers le bord oriental, où il tend à se confondre avec 3III.

La bande 3III est rouge sombre.

Dans la zone *c, bande fine* visible surtout vers le méridien central.

La zone 4 est *double :* rose claire à son bord septentrional, grise au bord méridional.

J'observe aussi, mais avec quelque doute, une *bande légère* dans la zone *d;* cette zone est très large aujourd'hui et la calotte polaire 5 est très sombre.

Le 4 novembre, de 8^h57^m *à* 9^h3^m ; L = 19°2 ; *fig. 20.* Le dessin a été confirmé et complété jusqu'à 9^h32^m.

Ciel toujours plus ou moins nuageux ou nébuleux ; il s'éclaircit seulement à la fin. Image faible, sans détails.

La calotte 1 contient une région *plus brillante;* cette calotte polaire est *bordée* par une bande bien visible, mais partielle, s'étendant de L = 34° jusqu'au bord oriental.

La tache rouge, très colorée, est suivie par une *région très brillante*

Digitized by Google

'extrémité antérieure (par rapport au mouvement de rotation) corres-
à L = 29°.

ns 3II règne une bande très fine mais certaine. 3II est visiblement
rise que *c* qui est brillante. Notons l'*absence de taches brillantes* dans
on 3II, alors que les 29 septembre, 16 et 18 octobre nous en avions
té de très marquées en mouvement plus rapide que la tache rouge [1].
calotte 5 renferme une *région très sombre.*

commencement de l'observation, les bandes 3III et 4 étaient grises et,
n, très légèrement rosées. Ce dernier détail peut être attribué à l'état
l, car ce n'est qu'à la fin des observations que celui-ci est devenu beau.

7 novembre, de 8h30m à 8h34m; L = 93°9; *fig. 40.*

aircie, image admirable, très calme et très nette; bon dessin, mais
vé à cause des nuages survenus à 8h34m.

bande qui *borde* la calotte 1 s'arrête à L = 124°. La bande 3I, grise,
plus large; elle est munie d'une *dentelure* dont L = 134° environ.

s la zone 3II, on voit une *tache blanche,* brillante, elliptique, inclinée
pport à l'équateur et précédant la dentelure; la longitude de son centre
121°; la dentelure est suivie par *un autre espace brillant* situé trop
u bord pour que l'on puisse bien juger de sa nature.

s la même zone règne une *bande très fine* qui semble en rapport avec
elure citée plus haut.

bande 3III est *étroite* et d'un rouge *très sombre.*

t plus large et rosée.

one *d* est très marquée.

3 novembre, de 5h58m à 6h8m; L = 154°4; *fig. 56.* Le dessin est con-
usqu'à 6h18m.

serein, bonne observation, image un peu ondulante.

tte 1 à bord *arqué,* avec *dentelure* dont L = 179°.

s la zone *a2b,* région *brillante* précédant la dentelure dont il vient
uestion.

ntéressantes observations de M. Denning ont déjà eu pour principal résultat de montrer
ment plus rapide des taches blanches comparées à la tache rouge.

Digitized by Google

Le satellite I, accompagné de son ombre, contiguë, se voit très bien au bord méridional de 3I.

La bande 3I est munie d'une *dentelure* en forme de tache très noire dont L = 171°; c'est la région la plus sombre du disque.

Dans 3II, on distingue une bande fine dont les trois *prolongements* dirigés vers le Sud atteignent la bande 3I, en circonscrivant deux régions plus pâles précédant la dentelure très sombre; le troisième de ces prolongements semble aboutir à la dentelure.

Les longitudes de ces trois prolongements de la bande fine paraissent être voisines de 117°, 147° et 165°.

La bande 3III est rouge foncée et *fine;* la bande 4 rose, plus marquée et *plus large;* la zone *c* est la plus *brillante* du disque.

L'intervalle *d* est assez étroit.

Les zones *d*, *c*, 3II, *a*2*b* sont placées ainsi par ordre de largeurs croissantes.

Le 8 novembre, de 8^h3^m *à* 8^h15^m; L = 230°6; *fig. 72.* L'observation a été continuée jusqu'à 8^h22^m.

Ciel serein.

Calotte polaire 1 *bordée* par une bande faible, *inclinée,* à bord ondulé. La région *a*2*b* est très brillante.

Bande 3I plus étroite que 3III et à peine plus sombre, munie d'une *dentelure* inclinée en sens inverse de la rotation et dont L = 247°.

Une tache *blanche* se montre dans 3II, à l'occident du méridien central; elle est difficile à voir, sa longitude est de 197°; une *seconde tache blanche* brillante est à l'Est, suivant la dentelure de 3I, et a pour L : 260°.

3III est rouge claire dans sa moitié inférieure et grise au-dessus; cette bande est *renflée* vers le milieu du disque.

4 est rosée, aussi sombre que 3III; *d* est très *large;* 5 est sombre, bien limitée, mais peu étendue.

Le 9 novembre, de 6^h42^m *à* 6^h48^m; L = 330°4; *fig. 5.*

Ciel serein.

La calotte 1 a un bord *concave,* s'approchant à droite de la tache rouge; celle-ci est au bord oriental.

Digitized by Google

3I est munie d'une *dentelure* très noire, dont L = 310°.

La zone 3II renferme une *bande fine,* plus accentuée à partir de l'extrémité de la dentelure précédente, avec laquelle elle semble en communication; cette bande se continue ensuite *en arc* et envoie un second prolongement vers 3I, à la longitude de 338°.

La bande 3III est plus *mince* que 4.

La calotte 5 est nettement *séparée* de 4 par l'intervalle *d* très large; 5 est marquée, bien limitée et bleuâtre.

Le 9 novembre, de 8h10m à 8h18m; L = 24°2; *fig. 24.* J'observe depuis 7h50m.

Ciel serein.

Calotte 1 *bordée* par une bande depuis L = 24°, ou depuis la tache rouge, dans la moitié orientale du disque.

3I contient une *tache très noire* dont L = 39°; celle-ci suit une tache blanche très *brillante* qui entame profondément le bord nord de la bande 3I à la longitude de 22°.

Une *dentelure* précède à son tour la tache blanche et sa longitude = 18°.

Dans 3II règne une *bande étroite,* renforcée sous la tache blanche, à partir de la dentelure, par conséquent.

Entre la bande 3I et cette strie, 3II est *grisâtre;* entre la bande fine et 3III, 3II est plus brillante.

La bande 3III est plus fine que 4; *d* est très large; 5 est bien limitée, bleuâtre.

Le 15 novembre, de 6h35m à 6h43m; L = 150°; *fig. 53.*

Ciel serein d'abord, puis nuages; le dessin est resté un peu incomplet.

Calotte polaire 1 *bordée* par une bande très faible, inclinée.

La zone 2 est représentée par une *ombre* très faible qui est sur le point de disparaître au bord occidental; ce n'est point la tache rouge.

La bande 3I est sombre, rougeâtre.

3III est grise, moins foncée que 4; elle semble *double* en certaines régions, notamment dans la moitié orientale du disque et vers le centre; peut-être y a-t-il là un effet de la bande fine souvent constatée dans 3II. Entre cette

Digitized by Google

bande fine et 3III on voit, vers le centre, une *ligne brillante* dont le milieu peut avoir L = 142°.

Une *tache très noire*, dans 3III, à droite du centre de Jupiter, région la plus sombre du disque, avec la bande 3I, correspond à L = 160°.

La bande 4 est rosée.

La calotte 5 est bien tranchée et la zone *d* très large.

Le 15 novembre, de 9h42m à 9h50m; L = 263°1.

Ciel serein d'abord, nuageux ensuite. Image très bonne, très calme, mais on aperçoit peu de détails.

La calotte 1 est *bordée* par une bande très faible.

Une bande fine règne en 3II; on en soupçonne également une, très fine, presque imperceptible dans la région *d*.

La calotte 5 a un bord *convexe*.

Le 16 novembre, de 6h33m à 6h44m; L = 300°1.

Éclaircies, vent fort; bonne image; peu de détails.

La calotte 1, très faible, est *bordée* par une zone très peu accusée, à bord *concave*, et *inclinée* par rapport à l'équateur.

Dans la région *a2b* on voit un espace *très brillant*, s'étendant entre les longitudes de 270° et de 310° environ.

Bande fine dans la zone 3II.

Calotte 5 très marquée.

Le 16 novembre, de 9h8m à 9h16m; L = 33°2; *fig. 25*.

Le dessin a été complété et vérifié jusqu'à 9h24m.

Même état du ciel et mêmes conditions qu'à l'observation précédente.

La calotte 1 est *bordée* par une bande faible, partielle, depuis L = 33° jusqu'au bord oriental.

La tache rouge est suivie par une surface *brillante* s'étendant de L = 31° à L = 63°.

Bande 3I *plus fine* vers le bord occidental, à partir de L = 3°.

Trois *taches blanches*, brillantes, petites et assez difficiles à voir entament le bord septentrional de la bande 3I; les deux premières sont arrondies, la troisième elliptique; elles répondent à L = 13°, 21°, 40°.

Digitized by Google

Cette fois, par une exception remarquable, la zone 3II est très claire.

La bande 3III est d'un rose plus foncé que 4.

La calotte 5 est étendue et plus marquée que 1; la séparation *d* est assez étroite.

Le 17 novembre, de 9h18m à 9h26m; L = 189°7; *fig. 64.* — Je continue l'observation jusqu'à 9h34m.

Éclaircies, vent; très bonnes images.

Calotte 1 peu étendue, *bordée* par une bande très faiblement *rosée*, *arquée* et munie d'une *dentelure* dont L = 167°.

A 9h44m, la bande longeant la calotte 1 était devenue parfaitement *rectiligne*.

3I est très sombre et faiblement *rosée*; elle *s'amincit* vers le bord occidental à partir de L = 194°; elle est munie de deux *dentelures*: la première dont L = 194°, la seconde sous forme de tache *très noire*, dont L = 216°.

La région 3II contient une *tache blanche*, brillante, elliptique, inclinée, dont L = 188°; elle est couchée le long et à droite d'une *expansion* de 3III.

Bande 3III, rosée, claire, inférieurement; très large, se prolongeant en gris le long de la tache blanche, à la longitude de 172°. Une bande très fine règne au-dessus de 3III, dans la moitié orientale du disque, depuis la tache blanche jusqu'à L = 224°; à partir de cette longitude, 3III est surmontée d'une zone grise jusqu'au bord oriental. Entre cette bande très fine et 3III, on voit un *espace clair allongé* qui a pour son milieu une longitude de 211°.

4 est rosée claire, *s'amincissant* vers le bord occidental, à partir de L = 179°.

Calotte 5 *de plus en plus accentuée* à mesure qu'on s'approche du pôle.

Le 18 novembre, de 6h25m à 6h32m; L = 235°3; *fig. 74.*

Le dessin, exécuté de 6h25m à 6h32m pour fixer la position des détails, a été continué et complété jusqu'à 7h2m.

Ciel serein, excellente image, surtout à 7h2m.

Calotte 1 *bordée* par une bande très faible avec *dentelure* dont L = 245°.

Digitized by Google

La région *a2b* est *ombrée* près du bord occidental; *a2b* est plus brillante que *c*.

3I est d'un rose foncé et munie de trois *dentelures* dont L = 223°, 255°, 280°.

Dans 3II on voit une *tache blanche,* brillante, elliptique, parallèle à l'équateur et dont L = 240°; elle est située entre les deux premières dents de 3I; on remarque aussi la *bande très fine* qui envoie trois *prolongements* dans la direction des trois dentelures de 3I.

3III *s'amincit* vers le bord oriental.

3III et 4 sont *doubles,* formées d'une bande rose en dessous et d'une bande grise au-dessus (vu à 7^h2^m).

Cette fois la région *d* renferme une bande fine très délicate, mais certaine, vue à 7^h2^m.

Le 18 novembre, de 8^h37^m à 8^h51^m; L = 317°3; fig. 1.

Dessin confirmé jusqu'à 8^h59^m. Image très bonne d'abord, se troublant de plus en plus à la fin.

Calotte 1 *bordée* par une bande *arquée,* concave; *l'ombre du satellite III* se projette près du bord de la planète, elle est visiblement *elliptique.* Tache rouge au bord oriental.

La région 3II renferme de nombreux détails trop difficiles à préciser, et une bande fine vue avec grande certitude.

La bande 3III est rouge sombre.

4 est rose; dans la région *d,* je vois, pendant un moment seulement, mais d'une façon tout à fait certaine, *une bande excessivement fine.*

Le 19 novembre, de 5^h59^m à 6^h7^m; L = 10°5; fig. 15.

L'observation a été continuée jusqu'à 6^h30^m.

Serein, mais image baveuse.

La calotte 1 est *bordée* à l'Orient par une bande commençant à la tache rouge, c'est-à-dire à la longitude de 30°.

3I est grise et moins foncée que 3III; il y a deux *dentelures,* dont L = 17° et 35°.

Dans 3II, on voit deux *taches blanches,* brillantes, quoique très faibles; la

Digitized by Google

seconde correspond à l'intervalle des dentelures précédentes; leurs centres ont pour L : 6° et 26°; elles sont allongées dans le sens de l'équateur et elliptiques.

On voit aussi, dans cette zone, une bande fine très faible, un peu douteuse, qui traverse tout le disque.

3III est rouge foncée, c'est la bande la plus sombre cette fois; elle *s'amincit* vers les deux bords du disque, ayant sa plus *grande extension* vers le Sud à la longitude de 10° environ.

4 est rosée; dans la zone *d*, on voit, à 6^h30^m, une *bande excessivement fine*, à peine perceptible.

Le 19 novembre, de 8^h15^m à 8^h27^m; L = 93°9; *fig. 39.*

Le dessin a été complété ensuite jusqu'à 8^h40^m.

Image troublée; les détails de 3II n'ont pu être remarqués que grâce à l'emploi du diaphragme réduisant l'ouverture de l'objectif à $77^{mm},5$; de cette façon ces détails se voient d'une façon persistante.

1 renferme un *espace clair* dont le milieu peut correspondre à L = 86°; le bord *arqué* de la calotte est muni d'une *dentelure* dont L = 119°.

Je soupçonne encore une trace de la tache rouge au bord occidental.

Dans 3II, on voit une *petite bande*, au centre, de L = 84° à L = 104°.

Une bande fine va du bord occidental à L = 119°, c'est-à-dire jusqu'à la tache brillante.

Entre la bande fine et 3III se voient deux *stries lumineuses* dont le milieu a pour L : 93° et 108°.

La grande *tache blanche*, de forme elliptique, inclinée, a pour longitude 135°.

La bande 3III est rosée, avec *tache très sombre*, dont L = 128°. La largeur, plus grande au centre qu'aux bords, de cette bande, a sensiblement augmenté depuis 5^h59^m, tandis que la nuance en est devenue moins sombre.

Le 21 novembre, de 6^h10^m à 6^h15^m; L = 317°3; *fig. 2.*

Observation continuée jusqu'à 6^h19^m.

Courtes éclaircies, image mauvaise, ondulante, vent.

La calotte 1 est *bordée* par une bande *arquée*, avec *dentelure* dont L = 309°.

Digitized by Google

Je soupçonne la tache rouge au bord oriental.

La bande 3III est étroite.

Le 21 novembre, de 8h26m à 8h36m; L = 41°; *fig. 26*. L'observation a été complétée jusqu'à 8h53m.

Image admirablement nette et calme, mais le vent et les nuages gênent beaucoup.

La calotte 1 est *bordée* par une bande fort marquée, surtout depuis la tache rouge (L = 31°) jusqu'au bord oriental; cette bande semble toucher la tache. Celle-ci est suivie par une *surface brillante* qui échancre la bande; le centre de cette surface a pour L : 44°.

3I a trois *dentelures*, dont L = 26°, 43°, 68°.

Dans la région 3II, on voit, entre les deux premières dentelures, un espace *peu brillant*, et, entre les deux dernières, une *ligne brillante* inclinée, longeant et précédant la dernière dentelure sous forme de tache blanche allongée. Les milieux de ces espaces clairs ont respectivement pour L : 34° et 57°.

Une bande fine règne, avec quelques interruptions très difficiles à préciser, de l'un à l'autre bord du disque, en s'accentuant sous les taches claires.

Le 23 novembre, de 8h3m à 8h14m; L = 328°5; *fig. 4*.

Observation continuée jusqu'à 8h36m; serein d'abord, puis nuageux.

La calotte 1 est très faible, à bord concave aboutissant à droite à la tache rouge. Celle-ci est précédée d'une région *très brillante, étincelante*, appelant l'attention, s'étendant en partie sous la tache, dans la zone *b*, par conséquent. Le milieu de cette région brillante correspond à L = 24°.

3I est plus mince aux deux bords du disque, avec *proéminence* du côté septentrional et dont L = 306°.

La bande fine de 3II est trop difficile à dessiner avec détails.

3III est rosée, très foncée, plus étroite que 3I et 4, plus foncée que 4; elle *s'amincit* vers les bords.

Le 23 novembre, de 9h14m à 9h28m; L = 12°3; *fig. 17*.

L'observation a été continuée jusqu'à 9h45m.

Vent et nuages par moments; belle image; bonne observation.

Digitized by Google

La calotte 1 est *bordée* par une bande depuis la tache rouge (L = 12°), qu'elle semble toucher, jusqu'au bord oriental.

La tache rouge est précédée et suivie par deux espaces très *brillants*, le premier dont L = 5°, le second dont L = 52°; le premier s'avance sous la tache.

La bande 3I semble *inclinée* par rapport à l'équateur, à 9^h14^m; mais il y a peut-être là une illusion d'optique provenant des *traits* sombres *inclinés*, si visibles, surtout à la fin des observations, entre les bandes 3I et 3III.

La bande 3I est munie de cinq *dentelures*, dont la troisième et la quatrième sont très apparentes; ces dentelures se *prolongent* dans les traits inclinés dont il vient d'être question. Les longitudes de ces cinq dents sont : 347°, 9°, 19°, 32°, 57°.

Dans la région 3II se voient trois *taches blanches* situées entre les quatre dernières dentelures et correspondant à L = 13°, 25°, 46°. Ces taches sont peu brillantes, les deux premières sont arrondies, la troisième est allongée et un peu inclinée.

De fines bandes inclinées partent des dentelures signalées.

3III est rosée, sombre, plus foncée que 4 et plus large qu'à 8^h3^m.

Dans la région *d*, on voit une bande très fine et douteuse.

Le 24 novembre, de 6^h44^m à 7^h2^m; L = 73°4; fig. 33.

Nébuleux; vent; images calmes mais faibles et insuffisantes; les couleurs ne sont pas perceptibles, à l'exception de celle de la tache rouge.

Calotte 1 très faible, *bordée* par une bande *inclinée*.

Tache rouge au bord occidental; cette fois elle ne paraît pas suivie d'une tache brillante.

Dans la région 3II on voit *deux parties claires* s'étendant l'une de L = 54° au bord occidental, l'autre de L = 88° au bord oriental.

Une bande partielle *très fine* s'étend de l'une à l'autre de ces régions claires en passant par le méridien central.

Le bord sud de 3III *se relève* au milieu du disque pour atteindre son point culminant dans le méridien central et, sous l'arc ainsi formé, on remarque une *ligne claire*, dont le milieu a pour L : 73°.

Digitized by Google

Le 24 novembre, de 8h37m à 8h53m; L = 141°1 ; *fig. 52.*

Mêmes conditions qu'à 6h44m ; très bon dessin ; couleurs à peine perceptibles.

Calotte 1 à bord *arqué*, très faible ; *aucune bande* accusée ne la termine.

Une *région brillante* règne dans *a2b*, depuis L = 153° jusqu'au bord oriental.

3I a une *dentelure* dont L = 151°.

3II est *ombrée* près du bord occidental; cette région contient une *tache très brillante*, qui étincelle par moments à la longitude de 144°, et qui se prolonge dans une position inclinée, le long de la dentelure de 3I jusqu'à L = 156°.

La bande 3III est rougeâtre ; elle a *deux expansions* marquées : l'une dont le point culminant se trouve à la longitude de 133° et qui précède immédiatement la tache brillante de 3II, et la seconde dont L = 188°.

La bande 4 est rosée également.

Dans la zone *d*, on voit une région *très brillante* s'étendant de L = 108° à L = 171°.

La calotte 5 est *bordée* par une bande *excessivement fine*, restée un peu douteuse.

Le 27 novembre, de 6h44m à 6h50m; L = 161°3; *fig. 58.*

Vent violent ; image très bonne, mais dessin seulement approché.

Une bande *longe le bord* de la calotte 1.

La région 3II est grisâtre. La bande 3III a une *proéminence* marquée vers le méridien central ; son point culminant a pour L : 159°.

Les bandes 3I et 3III sont également sombres.

Le 3 décembre, de 6h7m à 6h10m; L = 321°1 ; *fig. 3.*

Observation et dessin inachevés à cause des nuages.

Une bande fort faible et *arquée* longe la calotte 1.

La région *a2b* est beaucoup *plus large* au bord oriental qu'au bord occidental à cause de la position *inclinée* de cette bande.

Tache rouge au bord oriental.

La bande 3I a une *dentelure* dont L = 326°.

Digitized by Google

Dans 3II, on voit au moins une *tache blanche* dont la position n'a pu être fixée à cause des nuages survenus ; on voit aussi une bande *fine* parcourant une partie du disque.

Bande *très fine* et très certaine dans la région *d*.

Les couleurs ne sont pas perceptibles.

Le 9 décembre, de 8^h14^m *à* 8^h21^m ; L = 222° ; *fig. 69.* L'observation a été continuée jusqu'à 8^h31^m.

Éclaircies plus ou moins nébuleuses ; bonne image.

La calotte 1 est faible, *bordée* par une bande légèrement *arquée*, et renferme une *région plus brillante* au bord occidental.

La région *a2b* est très brillante.

La bande 3I a une *dentelure très noire* dont L = 217°.

Dans la région 3II règne une bande fine plus accusée sous la dentelure.

La bande 3III passe contre le centre par son bord méridional ; elle est rosée, foncée, *étroite*.

La bande 4 est rosée, plus large que 3III.

La calotte 5 est mal limitée, mais nettement séparée de 4 par la région *d* très large.

J'ai encore observé de 8^h47^m à 8^h56^m ; l'image était magnifique, le ciel beaucoup plus découvert ; l'existence de la *bande fine* dans 3II a été pleinement confirmée ; on y soupçonnait des interruptions très difficiles à voir ; et la calotte polaire 5 semblait encore mal limitée. Dans ces circonstances favorables, je n'ai pas remarqué de trace de bande fine dans la région *d*.

Le 12 décembre, de 5^h22^m *à* 5^h35^m ; L = 211°3 ; *fig. 68.* Observation continuée jusqu'à 5^h48^m.

Éclaircies toujours nébuleuses ; image faible, observation des détails difficile ; néanmoins bon dessin.

La calotte 1 est *bordée* par une bande à peine indiquée mais *arquée*.

La bande 3I est munie de *trois dentelures* très noires, apparaissant d'abord comme des taches ou des points noirs ; leurs longitudes sont : 211°, 226°, 241°. La nature de ces taches n'a été reconnue qu'à 5^h48.

Une bande fine règne dans 3II, marquée surtout sous les deux premières

Digitized by Google

dentelures, entre les longitudes de 204° et de 231°; mais les relations de cette bande avec les dentelures et aussi sa continuité sont restées douteuses.

La bande 3III est *plus mince* et plus foncée que 4.

La calotte 5 est mal limitée.

Le 12 décembre, de 8h38m à 8h45m; L = 328°. Observation commencée depuis 8h13m.

Serein; l'image est tellement mauvaise qu'un dessin complet est impossible; je n'obtiens un résultat passable qu'en diaphragmant l'objectif. Je ne vois avec assurance que 3I, 3III et 4, la première grise foncée, les deux autres roses.

3I est munie d'une *dentelure* à la longitude de 342°, se recourbant vers l'Est et se prolongeant en une bande fine jusqu'à L = 12°.

Le 18 décembre, de 4h59m à 5h10m; L = 19°5; *fig. 21*. L'observation a été continuée jusqu'à 5h41m.

Ciel serein d'abord; puis des nuages passent; vent; image très belle.

Couleurs peu sensibles.

La calotte 1 contient une région *claire* et est *bordée* par une bande qui présente une *concavité* accusée le long du bord de la tache rouge.

La zone *a2b* est un peu plus *brillante* à l'orient de la tache rouge, par conséquent à partir de L = 35° jusqu'au bord oriental.

La bande 3I est un peu *plus large* à droite qu'à gauche.

La région 3II présente *des tronçons de bande fine reliés par une sorte d'arc ou de pont dont la forme est très caractéristique; la longitude du milieu de cet arc est à peu près 32°.*

Le 18 décembre, de 6h33m à 6h50m; L = 78°2; *fig. 35*.

Serein.

Calotte 1 *bordée* par une bande faible, *arquée*, avec *dentelure* dont L = 115°.

La tache rouge est au bord occidental; elle n'est pas suivie, cette fois, par un espace plus brillant.

Digitized by Google

La bande 3I est munie de trois *dentelures* aux longitudes de 68°, 91°, 128°. La deuxième se présente sous forme de *tache très noire.*

Dans 3II, on voit deux *taches blanches,* allongées, parallèles à l'équateur : la première, plus brillante, entre les deux premières dentelures, et dont le milieu a pour L : 80°; la seconde, moins éclatante, entre la 2e et la 3e dentelure, et dont le milieu a pour L : 105°.

Traces de *bande fine,* d'abord à la longitude de 54°, puis sous les deux taches blanches.

La calotte 5 présente à son bord une proéminence remarquable, plus sombre, dont le point culminant a pour L : 90°.

Couleurs très faibles.

Le 18 décembre, de 8h18m à 8h24m; L = 138°3; *fig. 51.* Observation continuée jusqu'à 8h28m.

Serein, mais vent, néanmoins bonne observation.

La bande qui *longe* la calotte polaire 1, *arquée* depuis le bord occidental, prend une direction *rectiligne* depuis L = 160°, en devenant beaucoup plus sombre en ce point, et se continue ainsi jusqu'au bord oriental.

La bande 3I a une *dentelure* dont L = 100°.

Dans 3II on voit une *tache blanche* près du bord occidental, précédant cette dentelure; sa longitude très approximative est voisine de 88°.

Une bande fine parcourt la plus grande partie de la zone.

La bande 3III est étroite.

La région *d* est beaucoup plus étroite que lors des deux précédentes observations du même jour.

Colorations faibles.

Le 19 décembre, de 5h3m à 5h16m; L = 173°; *fig. 62.* Observation continuée jusqu'à 5h19m.

Serein.

La calotte polaire 1 est assez claire.

La bande *longeant* 1 est presque rectiligne de L = 136° jusqu'au bord oriental, tandis que de la même longitude au bord occidental elle se relève en *arc* très accusé, déterminant ainsi une *dentelure* à cette longitude.

Digitized by Google

Bande 3I munie de deux *dentelures*, la première très noire ayant L = 172°, la seconde plus claire dont L = 189°.

Dans 3II on ne voit *pas de taches blanches* proprement dites entre les dentelures. Il y a une *faible bande* interrompue dont les tronçons semblent en rapport avec ces dentelures.

Une bande *très fine, noire*, borde la calotte polaire 5.

Colorations faibles.

Le 20 décembre, de 6h23m à 6h32m; L = 10°6; *fig. 16*. Observation continuée jusqu'à 6h45m.

Serein, puis de plus en plus nuageux; finalement couvert; éclairs depuis 6h32m; vent. Bonne image.

Calotte 1 en partie *claire*, limitée par une *bande* interrompue sous forme de *tache* à la longitude de 354° [1], puis sous forme de zone sombre depuis la tache rouge (L = 40°) jusqu'au bord oriental.

Tache rouge précédée et suivie par des *régions claires* et brillantes; la première, qui précède, s'avance sous la tache.

La bande 3I est échancrée à la longitude de 69° par une *tache blanche*, brillante, située près du bord oriental.

Dans la zone 3II, on retrouve les tronçons de bande fine reliés par le *pont ou l'arc* dont il a été question plus haut (18 déc. 4h59m). Le milieu de cet arc a pour L : 20°. *Il s'est visiblement avancé par rapport à la tache rouge depuis le 18;* j'ai porté une attention spéciale à la position relative des deux taches.

3III est toujours plus étroite que 4.

Le 20 décembre, de 8h15m à 8h29m; L = 79°8, *fig. 36*.

Serein, mais le vent, en agitant l'instrument, rend le dessin difficile et un peu incomplet; nuages ensuite.

Calotte 1 *bordée* par une bande complète, *inclinée*.

La tache rouge est au bord occidental, sans région plus brillante à sa suite.

[1] Cette tache présente une grande analogie avec celle que M. Barnard, de Nashville (E. U.), a observée en 1880, sous la même latitude. (Lettre de M. Barnard.)

Digitized by Google

La bande 3I a trois *dentelures* aux longitudes de 59°, 81° et 104°. La dentelure du milieu est très marquée et noire.

Dans la zone 3II sont deux *taches blanches* assez brillantes, placées entre les dentelures signalées plus haut, allongées parallèlement à l'équateur; la seconde est plus courte; leurs longitudes sont: 72° et 92°.

Une bande fine règne surtout sous les taches blanches.

La calotte 5 offre, à son bord, une *proéminence* sombre, marquée, dont le point culminant a une longitude d'environ 96°.

Il est impossible de comparer les dessins du 18 décembre à 6^h33^m (*fig. 35*) et du 20 décembre à 8^h15^m (*fig. 36*), sans admettre que les dentelures de 3I, les deux taches blanches, d'une part, la tache rouge et la proéminence de la calotte boréale, de l'autre, ont changé de position relative. Le 18, la dentelure médiane la plus foncée était, à fort peu près, à la même longitude que la protubérance de la calotte 5; le 20, la longitude de la dentelure a évidemment beaucoup diminué par rapport à celle de la proéminence.

A l'inspection de ces deux dessins, on est porté à croire que *la bande 3I et les taches blanches sont animées d'un mouvement commun plus rapide que celui de la tache rouge et de la calotte 5.*

La comparaison des dessins du 18 décembre à 4^h59^m (*fig. 21*) et du 20 à 6^h23^m (*fig. 16*) conduit à la même conclusion d'un *mouvement de la bande 3II plus rapide que celui de la tache rouge,* puisque *la tache en forme de* PONT *que contiennent les dessins de ces dates s'est visiblement avancée par rapport à la tache rouge.*

Le 21 décembre, de 8^h19^m à 8^h31^m; L = 232°; *fig. 73.*

Toujours plus ou moins nuageux; mauvais.

La calotte 1 est *bordée* par une bande complète.

Il est impossible de dessiner avec certitude les détails de 3II qui se manifestent d'une façon trop fugitive.

On voit, dans cette zone, une bande confuse, étroite, munie d'une *proéminence* voisine de L = 227°.

Les bandes 3III et 4 sont très roses et plus larges qu'à l'ordinaire.

L'intervalle *d* est étroit.

Digitized by Google

Le 22 décembre, de 4h55m à 5h12m; L = 260°6 ; *fig. 80.*

J'ai continué à observer jusqu'à 5h18m.

Observation difficile; images constamment affaiblies et voilées par les vapeurs; néanmoins très bon dessin; les détails font nécessairement défaut.

La calotte 1 est *bordée* par une bande inclinée.

La bande 31 est grise, à peine plus sombre que 3III, avec *dentelure* dont L = 270°.

Dans 3II, on voit un fragment de *bande étroite,* sous la dentelure, à la longitude de 272° et également entre L = 282° et L = 315°. Ces deux fragments apparaissent comme deux petits traits dont le second a été bien vu seulement vers 5h18m.

3III est rose, plus large dans la moitié occidentale du disque jusqu'à L = 245°.

Calotte 5 plus sombre que d'ordinaire.

Le 22 décembre, de 5h59m à 6h10m; L = 297°5, *fig. 86.*

Mêmes conditions qu'à 4h55m; observation difficile, mais très digne de confiance pourtant.

La bande qui *longe* la calotte 1 a une *concavité* marquée.

La bande 31 est *plus noire et plus large* du bord oriental jusqu'à L = 289°; elle s'affaiblit et s'amincit vers le bord occidental à partir de cette longitude, où elle est peut-être même interrompue. En tous cas, à la longitude de 289°, il y a un *brusque* changement de nuance dans la bande.

La bande fine de 3II est restée douteuse.

La région *d* est très large.

De 8h6m à 8h24m, l'image est trop mauvaise pour permettre de dessiner; je constate le passage de la tache rouge et je puis m'assurer qu'une *tache blanche,* située sous la bande noire 31, suit de très près l'extrémité orientale de la tache rouge et se trouve encore assez près du bord oriental du disque.

J'ai encore essayé d'observer après 9 heures, mais une image détestable a empêché tout résultat.

Le 23 décembre, de 4h54m à 5h7m; L = 49°3 ; *fig. 29.*

L'observation a été commencée à 4h30m; mais l'image a été si mauvaise

Digitized by Google

que je n'ai pu faire le dessin qu'à 4^h54^m. Encore celui-ci est-il resté très imparfait.

Serein.

Une bande complète, un peu *arquée,* longe la calotte 1 ; elle semble toucher la tache rouge. Celle-ci n'est pas suivie d'un espace brillant.

La bande 3I est très noire vers le méridien central ; elle devient *brusquement* moins foncée à la longitude de 34°, et jusqu'au bord occidental ; cette diminution d'intensité dans 3I est tellement brusque que l'on croirait à une solution de continuité. Par moments, la région noire apparaît comme une *tache isolée.*

Dans 3II, on croit voir deux *taches blanches,* faibles, très peu brillantes, qui entament la bande 3I à la longitude de 20° et à celle de 31°, c'est-à-dire dans un lieu précédant immédiatement la région sombre de 3I. Ces deux taches blanches sont un peu en retard par rapport au milieu de la tache rouge.

Le 23 décembre, de 6^h8^m à 6^h18^m ; L = 93°1 ; *fig. 38.* Observation continuée jusqu'à 6^h23^m.

Serein ; image détestable ; je ne parviens à faire un dessin qu'en diaphragmant l'objectif, réduit ainsi à $77^{mm},5$ d'ouverture.

La bande de la calotte 1 est *arquée.*

La bande 3I a une *dentelure* bien marquée dont L = 93° ; une trace de dentelure apparaît aussi, très faible, en L = 63°.

En 3II on soupçonne une *tache claire* entre les deux dentelures de 3I ; sa longitude serait 78°.

La calotte 5 a une *proéminence* marquée, son point culminant ayant pour longitude 93°. C'est évidemment la proéminence observée déjà les 18 décembre, à 6^h33^m, et 20 décembre à 8^h15^m.

De 7^h34^m à 7^h59^m, image trop mauvaise ; je ne vois pas de taches blanches.

Le 24 décembre, de 6^h13^m à 6^h28^m ; L = 248° ; *fig. 77.* Observation commencée à 5^h54^m.

Serein, mais images très mauvaises ; je ne parviens à compléter mon dessin qu'en diaphragmant l'objectif et de 6^h13^m à 6^h28^m.

Digitized by Google

Une bande à peine distincte *borde* la calotte 1 ; peut-être est-elle très légèrement *arquée?*

L'ombre du Satellite I se projette sur *a2b* près du bord oriental.

La bande 3I a une *dentelure* dont L = 213°. Une seconde dentelure est soupçonnée à la longitude de 238°.

Dans la bande 3II on voit des espaces *clairs* au nombre de trois : 1° précédant la première dentelure, à la longitude de 193° ; 2° entre les deux dentelures, à la longitude de 229°, et 3° suivant la deuxième dentelure à la longitude de 255° ; ce ne sont pas des taches blanches et brillantes proprement dites.

Au-dessous de ces régions claires règne une zone grisâtre qui semble reposer sur la bande 3III ; généralement la région de 3II qui repose sur 3III est plus claire que la région qui touche 3I, la séparation entre ces deux zones d'éclat différent se faisant par la bande fine souvent signalée ; mais aujourd'hui l'on constate que la région longeant immédiatement 3III est plus sombre, au contraire.

Dans cette ligne sombre on distingue, partant de la première dentelure, une portion de bande *très noire ;* celle-ci s'étend jusqu'à la longitude de la deuxième dentelure, bornant ainsi au Nord l'espace clair, ou tache blanchâtre, signalé entre les deux dentelures.

Les bandes 3III et 4 sont d'un rose très faible ; la région *d*, séparant 4 de 5, est très large.

Le 30 décembre, de 4^{h}21^m à 4^{h}25^m ; L = 359°4 ; *fig. 11.* Observation continuée jusqu'à 5^{h}34^m.

Ciel serein, léger brouillard ; clair de lune ; image d'une admirable netteté.

Calotte 1 divisée *en deux parties* par une zone brillante qui en sépare complétement une bande sombre très légère ; celle-ci est munie d'une *dentelure* précédant l'extrémité occidentale de la tache rouge, dentelure plus sombre, sous forme de *tache isolée,* dont L = 356°. Cette bande contourne la tache rouge au Sud et semble presque en contact avec elle.

La tache rouge est clairement *terminée en pointe* à son extrémité occidentale ; elle est précédée et suivie par des régions brillantes très marquées ; ce sont les surfaces les plus brillantes du disque.

Digitized by Google

La bande 3I, grise, présente cinq *dentelures* dont L = 327°, 337°, 3°, 4°, 51°. Son bord méridional, d'autre part, offre une *saillie en arc* à la ongitude de 42°, c'est-à-dire entre les deux dentelures les plus orientales. Entre ces dentelures on voit quatre *régions claires,* dont les deux dernières, urtout, sont de véritables *taches blanches ;* ces régions sont : 1° à la longi-ude de 334°, petite tache blanchâtre; 2° à la longitude de 352°, tache claire plus allongée; 3° L = 19°, assez belle tache blanche allongée; 4° L = 44°, tache blanche arrondie, vue seulement un peu avant 4^h48^m.

A la suite de la quatrième tache blanche, la bande 3I est brusquement *interrompue* à une longitude qui peut correspondre à 54°; puis la bande se continue, mais plus faiblement accusée.

Sous les taches blanches règnent de fins tronçons de bande semblant partir des dentelures et se dirigeant vers l'Est, avec une inclinaison marquée par rapport à l'équateur; cet aspect rappelle celui du 23 novembre, à 9^h14^m, *fig.* 17, comparable sous plus d'un rapport avec le dessin d'aujourd'hui.

La bande 3II est claire sous ces tronçons de bande fine.

3III est rosée foncée, mais étroite.

La bande 4 est formée d'une zone *rose en dessous* et d'une zone *grise au-dessus.*

Entre 4 et 5, dans la zone *d, très fine bande* certaine, mais excessivement difficile.

Ce dessin est excellent et reproduit très fidèlement la position des divers détails et notamment celle des taches blanches, des dentelures et leur situation relativement à la tache rouge.

Le 30 décembre, de 5^h58^m à 6^h17^m ; L = 62°6 ; fig. 32.

Image encore bonne, mais pas aussi stable; très bon dessin.

La calotte 1 est *bordée* par une bande légèrement *arquée,* touchant presque la tache rouge. On ne distingue plus l'espace brillant qui suivait cette tache à 4^h21^m.

La bande 3I est fort remarquable et parfaitement observée : il y a trois *dentelures* dont L = 37°, 72°, 99°; la dernière est inclinée vers l'Est; la première est la quatrième du dessin précédent (*fig. 11*) d'après lequel je lui attribuais une longitude de 34°.

Digitized by Google

Une *solution de continuité* a pour L : 55°; c'est la même que je figurais au bord oriental dans le dessin de 4^h21^m et à laquelle j'attribuais une longitude de 54°.

La cinquième dentelure du dessin précédent (L = 51°) est encore représentée ici, à la rigueur, immédiatement avant l'interruption de la bande (L = 54°).

Depuis L = 55°, lieu de cette interruption, la bande se continue, mais beaucoup *plus noire*, jusqu'au bord oriental.

On retrouve également la saillie du bord méridional de la bande (L = 47°); le dessin précédent (*fig. 11*) me faisait attribuer à ce détail une longitude de 42°.

La région faible de la bande 3I se continue à partir de cette longitude, au delà de la solution de continuité, le long du bord méridional de la région noire, jusqu'à L = 85°.

On retrouve également les deux *taches blanches* les plus orientales du dessin précédent, et qui occupent ici la moitié occidentale du disque; elles ont pour L : 14° et 47°; le dessin précédent a donné 19° et 44°; une troisième tache blanche figure au bord oriental et a pour longitude 112°.

Ces taches blanches sont peu brillantes.

De la première dentelure part une *bande fine inclinée* qui se dirige vers l'Est et parcourt une partie de la zone 3II.

La bande 3III est plus large qu'à 4^h21^m.

La calotte 5 est fort remarquable : elle renferme une région *plus sombre*, comme l'indique notre dessin; cette région fait *saillie* au bord, à la longitude de 80° (point culminant).

Il faut comparer cette saillie à celle qui a été observée le 23 décembre à 6^h8^m (*fig. 38*), et surtout à celles du 20 décembre à 8^h15^m (*fig. 36*) et du 18 décembre à 6^h33^m (*fig. 35*); celle du 20 avait pour longitude de son point culminant 96°; celle du 18 avait 90°.

Le 30 décembre, de 7^h42^m à 7^h47^m; L = 121°2; fig. 47.

L'observation a été rapide à cause de la grande hauteur de Jupiter qui la rendait très incommode; bonne image; dessin un peu approché pour ce motif; détails incomplets.

Digitized by Google

La bande qui *longe* la calotte 1 est *arquée.*

La bande 3I a trois *dentelures,* dont L = 91°, 111°, 141°.

Dans la zone 3II on voit une *tache blanche* qui semble identique avec la troisième du dessin précédent (*fig. 32*), mais le dessin actuel donne la longitude de 99° au lieu de 112°, comme donnait la *figure 32.* Une telle différence peut être attribuée, d'un côté, à la proximité à laquelle la tache se trouvait du bord lors de la première observation et, d'autre part, aux conditions moins favorables dans lesquelles se faisait la seconde.

La dentelure précédant la tache blanche et qui, ici, a pour L : 91°, semble identique avec celle pour laquelle le dessin de 5^h58^m avait donné 99°.

On voit une bande fine dans la zone 3II; elle est interrompue sous la première dentelure et sa continuation part de cette dentelure inclinée vers l'Est et va jusqu'au bord oriental, en passant à gauche de la tache blanche et sous elle.

Cette direction des dentelures et des bandes fines qui en émanent semble un fait général observé très fréquemment durant cette opposition.

La bande 3III est assez large.

Le 31 décembre, de 4^h39^m à 4^h50^m; L = 162°8; *figure 59.* L'observation a été continuée jusqu'à 5^h35^m.

Éclaircies plus ou moins nébuleuses; des nuages passent constamment.

La calotte polaire 1 est *bordée* par une bande grise *rectiligne* depuis L = 140° jusqu'au bord oriental. A la longitude de 140° cette bande *change de direction* et s'enfonce dans la calotte polaire pour atteindre le bord occidental beaucoup plus près du pôle. La calotte 1 se continue sans bordure depuis L = 140° jusqu'au bord occidental.

La zone *a2b* est ombrée depuis L = 172° jusqu'au bord oriental.

La bande 3I est munie de quatre *dents* certaines, la troisième excessivement visible et *noire;* leurs longitudes sont 127°, 149°, 176°, 206°.

Dans 3II, on voit une *tache blanche* entre la troisième dentelure et la quatrième, par conséquent à la longitude de 191°. Cette tache est allongée, un peu inclinée à l'équateur, dans le sens généralement observé, c'est-à-dire

Digitized by Google

de haut en bas et de gauche à droite ; elle brille surtout lors de son passage au méridien central.

On voit de plus une bande très fine allant, dans 3II, du bord occidental jusque près de la dentelure principale (L = 172°).

Une bande en forme d'*arc,* très noire, bien dessinée, part de cette dentelure très sombre, contourne la tache blanche et va au bord oriental [1].

Cette fois, la bande 3III est plus claire que 4.

La calotte 5 est *bordée* d'une ligne excessivement *fine,* mais *noire,* et la région *d* est très marquée.

A 4^h50^m, le Satellite III apparaît au bord du disque, sur la calotte polaire 1, puis effectue sa sortie.

1882.

Le 1er janvier 1882, de 5^h20^m à 5^h29^m; L = 337°4 ; *fig.* 7. L'observation a été continuée jusqu'à 5^h37^m.

Éclaircies, vent.

La calotte 1 est très pâle, elle s'étend à l'Occident jusqu'à une *bande* qui va du bord occidental à L = 322°, avec une direction inclinée à l'équateur.

Une bande partielle en forme de *tache isolée* se voit ensuite jusque contre la tache rouge, également au bord de la calotte polaire, entre L = 349° et L = 14° [2]; celle-ci n'atteint de cette façon qu'une latitude plus élevée au bord occidental.

La zone *a2b* est d'un *blanc d'argent* et la tache rouge est précédée d'une tache *très brillante* s'étendant aussi sous la tache rouge elle-même.

[1] Mes observations de 1873 renferment des exemples de bandes en arc semblables à celle-ci. *V.* l. c., *fig. 2, 3, 4, 9* et *11.*

[2] A comparer aux *figures 13, 16,* etc.

Digitized by Google

La bande 3I est munie d'une série de petites *dentelures,* sous forme d'on-
ations de son bord, vers la longitude de 317°, et d'une très grande den-
re dont L = 349°. Cette bande semble *interrompue* brusquement près
bord oriental à une longitude approchée de 23°; on constate qu'elle se
inue ensuite, mais beaucoup *plus pâle.*

En 3II on voit une série de petites *taches blanches* peu brillantes, corres-
dant aux intervalles des petites dentelures signalées à la longitude
317°, et un grand espace *clair,* qui n'est pas une tache blanche brillante
prement dite, suit la grande dentelure [1].

Des tronçons de bande fine se montrent de L = 287° à L = 341° et
uis L = 356° à L = 37°; cette ligne sombre est donc interrompue
la grande dentelure et semble continuer ensuite celle-ci au-dessous de
ande tache claire qui suit.

e *1er janvier, de* 6^h7^m *à* 6^h23^m; L = 7°9; *fig. 13.* L'observation a été
inuée jusqu'à 7^h6^m.

êmes conditions qu'à 5^h20^m.

a calotte 1 est encore très faible; une légère ombre la *borde* au limbe
lental; on retrouve la *tache isolée* précédant la tache rouge; le dessin
el lui donne pour L : de 348° à 8°.

ne ombre légère *borde* la calotte vers le bord oriental depuis la tache
e (L = 33°).

a tache rouge est précédée et suivie par des régions plus brillantes.

a bande 3I a trois *dentelures,* dont L = 358°, 25°, 41°; elles s'incli-
comme toujours, vers l'Est.

est évident que la première dentelure du dessin actuel est identique
la grande dentelure du dessin précédent (*fig.* 7), qui lui donnait
L : 349°.

faut distinguer quatre points importants dans ce dessin : *a*) l'extrémité occidentale de la
solée bordant la calotte 1 et précédant la tache rouge, *b*) l'extrémité occidentale de la tache
c) le lieu du changement brusque d'intensité dans la teinte sombre de 3I, *d*) la grande
ure.

comparant ce dessin à la *figure 8,* on constate que les points *a, c, d* sont doués d'un
ment de déplacement *commun* par rapport au point *b* (tache rouge).

Digitized by Google

La deuxième dentelure (L = 25°) précédait donc l'interruption contenue dans le dessin de 5^h20^m et n'était pas encore visible à cause de sa proximité du bord; l'interruption elle-même était due à l'espace clair qui entame profondément la bande à la suite de cette deuxième dentelure; à 7^h6^m, alors que cette région approchait du méridien central, on ne voyait pas de solution de continuité réelle.

Enfin la troisième dentelure (L = 41°) est plutôt le commencement d'une région beaucoup plus sombre de 3I, qui, ici, suit donc immédiatement la tache rouge à une longitude de 43°. Cette teinte plus foncée n'a été remarquée que lorsque la région en question s'était plus avancée sur le disque.

Ce dessin renferme, dans la zone 3II, deux *taches blanches,* brillantes à leur passage par le méridien central, placées précisément entre les trois dentelures, par conséquent aux longitudes de 12° et 30°.

On reconnaît ici les deux taches blanches du 30 décembre; dans les dessins de ce jour, à 4^h21^m, *fig. 11,* et à 5^h58^m, *fig. 32,* on leur attribue les longitudes de 14° et 19° pour la première et de 47° et 44° pour la seconde. Leur position, *relevée avec beaucoup de soin relativement à celle de la tache rouge,* conduit inévitablement à conclure à *leur déplacement dans le sens direct ou de la rotation, par rapport à cette tache; à ce déplacement participent aussi les dentelures qui les limitent et la région plus noire qui les suit.*

Sommes-nous en présence des mêmes taches blanches et dentelures que le 20 décembre, à 8^h15^m (*fig. 36*), accidents qui, depuis cette date, sont venus atteindre les mêmes longitudes que la tache rouge, *par un mouvement plus rapide vers l'Ouest que celui de cette tache?*

Dans la zone 3II, on voit de plus des tronçons de bande fine avec interruptions sous les dentelures et placés, par conséquent, sous les taches blanches.

Les bandes 3III et 4 sont roses; mais 4 va en s'amincissant vers le bord occidental.

Vers 6^h37^m, 3III est beaucoup plus étroite que 4; celle-ci est devenue d'une largeur uniforme.

Digitized by Google

Le 4 janvier, de 5h33m à 5h41m; L = 76°1; *fig. 34*. L'observation a été
inuée jusqu'à 5h50m.
Des nuages passent constamment, puis, à la fin, le ciel se couvre entière-
t. Dessin incomplet pour les détails de 3II.
La bande qui *longe* la calotte 1 a un aspect *granulé* depuis la tache
ge jusque L = 81°. Cette bande est *inclinée* sur l'équateur, mais *rectiligne*.
calotte 1 est assez marquée, mais moins sombre que 5.
e ne vois pas de tache brillante suivant la tache rouge.
La bande 3I est très sombre, noire, avec *dentelure* dont L = 49°.
Dans 3II on voit une bande fine, dont les détails sont incomplétement
rés.
La bande 3III est plus sombre que 4, elle est rose et a une *proéminence*
méridien central (L = 74°, point culminant).
La calotte 5 a une *proéminence* marquée à son bord supérieur; le point
minant a pour L : 110°. Rappelons que les 18 décembre, à 6h33m
35), 20 décembre à 8h15m (*fig. 36*), 23 décembre à 6h8m (*fig. 38*),
décembre à 5h58m (*fig. 32*), nous avons remarqué une proéminence de
alotte 5 aux longitudes : 90°, 96°, 93°, 80°.
L'examen de ces dessins porte à conclure que *la bande 3I, ses dentelures
ches blanches sont animées d'un mouvement de rotation plus rapide que
ache rouge et cette proéminence,* car ces deux derniers accidents ont
ervé à peu près la même position relative. Quant aux taches blanches
ux dentelures de 3I, observées le 30 décembre (*fig. 11* et *32*) et le
anvier (*fig. 13*), au-dessous de la tache rouge, elles ne se montrent
le 4 janvier, dans la même région; c'est probablement l'effet de la
dité plus grande de leur mouvement par rapport à la tache rouge, rapi-
constatée déjà le 1er janvier, quand nous les avons trouvées sous la
e rouge, après les avoir vues en arrière de cette tache le 20 décembre
36).

e 7 janvier, de 5h10m à 5h22m; L = 154°5; *fig. 57*. Observation com-
cée depuis 5h, souvent interrompue par des nuages; on a continué ensuite
u'à 5h27m.

Digitized by Google

La calotte 1 est composée de *trois parties* que le dessin indique mieux que toute description : 1° une calotte polaire proprement dite très petite; 2° une bande rectiligne, plus sombre, depuis L = 169° jusqu'au bord oriental, se recourbant vers le Sud à partir de cette longitude et continuant sa route vers le bord occidental à une latitude plus élevée; 3° une bande légère allant du bord occidental à L = 154°.

Dans la zone *a2b* une bande très faible, observée pour la première fois, au-dessus de 3I, va de L = 116° à L = 156°.

La bande 3I a 4 dentelures, dont L = 114°, 137°, 159°, 174°.

Dans 3II on voit trois *taches blanches,* assez brillantes, entre ces dentelures; leurs longitudes sont respectivement : 125°, 148°, 166°; le reste de la zone 3II est ombré jusqu'à la bande fine qui règne surtout sous les taches blanches.

La bande 3III est rose et plus sombre que 4 qui, d'ailleurs, est rose également.

La calotte 5 est *bordée* par une très *fine bande noire.*

Le 7 janvier, de 5h59m à 6h5m; L = 182°3; *fig. 63.*

Observation continuée jusqu'à 6h19m; ciel d'abord serein, puis des nuages passent.

La bande *longeant* la calotte 1 est munie d'une *dentelure* vers le bord occidental, probablement celle que j'ai vue également à 5h10m à la longitude de 169°. Le dessin actuel lui attribue une longitude moins considérable (137° environ).

La bande 3I est *interrompue* à la longitude de 213°, sans que je sois à même de bien juger la nature de cette solution de continuité apparente.

La zone 3II contient une bande fine incomplète, surtout dans la moitié occidentale depuis L = 180°.

La zone 3III est rose, plus sombre que 4, qui est rosée également; 3III a une *protubérance* grise dont L = 214°.

Une bande grise longe la calotte 5 au commencement de l'observation, et en est séparée.

Le 8 janvier, de 5h12m à 5h20m; L = 304°8.

Nuageux, vent, puis couvert.

Digitized by Google

essin insuffisant à cause de l'état du ciel; la bande 3I a une *dentelure* prononcée dont L = 304° environ.

e 9 janvier, de 5h39m à 5h50m ; L = 112°,4 ; *fig. 44.*

essin continué jusqu'à 5h59m et à 6h12m et 6h22m, à la faveur d'éclaircies; nuages passent constamment.

a calotte 1 est *bordée* par une bande très faible.

es *ombres* des Satellites I et II se projettent sur la zone *a2b*, la première de la bande 3I.

a bande 3I a quatre *dentelures*, les trois dernières *inclinées* visiblement l'Est; les longitudes en sont : 82°, 105°, 128°, 162°.

es régions de 3II, comprises entre les dentelures, sont *les plus brillantes* a zone; les traits blancs qui longent la troisième dentelure, en avant et rrière, sont minces et très brillants.

a bande 3III est rose et bordée de gris dans la région 3II.

a calotte 5 a une *proéminence* à son bord, à la longitude de 82° (point inant), probablement la même dont il a été déjà question (Voy. *4 janvier, 33m*).

es nuances relatives des bandes ont été annotées à 6h12m, à la faveur e éclaircie.

6h22m, la bande *longeant* la calotte 1 devient *très noire* vers le bord ntal.

'ombre du Satellite II semblait *grise* et celle du Satellite I *noire*. En nçant plus loin sur le disque, l'ombre du Satellite II *devint plus noire*, que aussi foncée que celle de I; arrivée plus près du bord occidental, bre du Satellite II *redevint grise*. Pendant l'observation suivante, l'ombre atellite I *resta noire* durant tout le passage [1].

e 9 janvier, de 6h41m à 6h54m ; L = 150°5; *fig. 54.*

a calotte 1 est très claire, *bordée* par une bande *arquée* jusqu'à la *dentelure* a pour longitude 163° ; puis cette bande devient rectiligne et *très noire* u'au bord oriental. C'est évidemment la même dentelure qui a été observée

Voy., sur l'*Aspect de l'ombre du Satellite II*, ma notice insérée dans le BULL. DE L'ACAD., rie, XL, n° 11.

Digitized by Google

aussi le 7 janvier, à 5^h10^m (*fig. 57*); le dessin de cette époque lui attribue L = 169°.

Une bande légère part du bord occidental et se dirige vers la dentelure, qu'elle atteint à peu près; elle reste séparée de la calotte polaire.

L'ombre du Satellite II longe cette bande faible; elle devient plus grise en s'approchant du bord.

La bande 3I a deux *dentelures,* dont L = 114° et 176°; la première semble être celle qui, à 5^h39^m (*fig. 44*), occupe, d'après le dessin, la longitude de 128°.

Ces deux dentelures ont les mêmes longitudes que la première et la quatrième du 7 janvier, à 5^h10^m (*fig. 57*), et la position de celle qui a pour L : 176°, relativement à la dentelure de la calotte polaire, est sensiblement la même qu'à cette date.

Une bande fine règne dans 3II.

Le bord de la calotte 5 est *proéminent* à la longitude de 182°.

Les Satellites I et II, après leur sortie, se *rapprochent excessivement;* à 6^h23^m, ils ressemblent à une jolie étoile double; à 6^h42^m a lieu le plus grand rapprochement.

Le 10 janvier, de 5^h26^m à 5^h32^m; L = 253°4; *fig. 78.*

L'observation a été continuée jusqu'à 5^h44^m, à 6^h7^m et à 6^h23^m.

Serein, mais le vent gêne au commencement.

La calotte 1 est *bordée* par une bande légèrement *arquée.*

3I est munie de quatre *dentelures,* dont L = 248°, 260°, 273° et 293°.

La deuxième dentelure est petite, la troisième se prolonge en bande fine dirigée vers l'Est, comme d'ordinaire.

Entre ces dents on voit trois *taches blanches* dont L = 255°, 265°, 282°; les deux premières sont très brillantes.

La bande 3I a une *proéminence* à son bord méridional, au-dessus de la première tache blanche.

La région 3II contient plusieurs bandes *inclinées* partant des dentelures et une bande fine plus marquée sous les taches blanches.

La bande 3III est plus étroite que 4 et d'un rouge marqué.

Digitized by Google

A 6^h23^m la troisième tache blanche est au méridien central ; nous déduisons ce passage une longitude de 286°, alors que le dessin exécuté de 5^h26^m à 32^m conduit à 282°.

Des nuages persistants empêchent l'observation jusqu'au 26 janvier.

Le 26 janvier, de 4^h58^m à 5^h5^m; L = 121°8; *fig. 48.* L'observation a é continuée jusqu'à 5^h21^m.

Ciel serein, image très bonne et très calme.

La calotte 1 est *bordée* par une bande *arquée*, avec *dentelure* dont L = 149°. bande est rose depuis le bord occidental jusqu'à la dentelure ; depuis le-ci au bord oriental elle est noire.

La bande 3I est rose pâle dans sa moitié supérieure, depuis le bord occiital jusqu'à la longitude de 122° ; elle est ensuite très faiblement rosée squ'au bord oriental.

La moitié orientale de 3I, depuis le méridien central, est plus foncée ; il a trois dentelures, dont L = 116°, 130°, 144°.

Dans 3II on voit deux *taches blanches* entre les dentelures ; les longitudes sont : 125° et 137° ; elles sont très visibles.

On voit, dans 3II, surtout au-dessous des taches blanches, une bande ble, mais assez élargie, qui embrasse ces taches ; elle part de L = 87° et jusqu'à L = 142°.

La bande 3III est plus étroite que 4, mais rouge sombre comme elle.

La distance du pôle sud à 3I était manifestement plus grande que celle pôle nord à la bande 4.

Le 26 janvier, de 8^h19^m à 8^h33^m; L = 245°4; *fig. 76.*

L'observation est reprise encore de 8^h40^m à 8^h45^m.

Serein ; image baveuse par moments ; cependant bonne observation.

La calotte 1 est *bordée* par une bande légèrement *arquée* et peut-être rosée.

La bande 3I a une *dentelure* dont L = 290° ; cette dentelure est peut-e suivie d'une *tache blanche ;* ces détails sont trop près du bord et ne se ent que de 8^h40^m à 8^h45^m.

Une bande fine marquée règne dans 3II.

3III est rouge et étroite ; 4 est rosée.

Digitized by Google

Le bord de la calotte 5 est convexe.

La distance du pôle sud au bord méridional de 3I est plus grande que la distance du pôle nord au bord septentrional de 4.

Le 27 janvier, de 4h55m à 5h2m; L = 270°3; *fig. 82.*

Observation continuée jusqu'à 5h8m, puis de 5h24m à 5h32m.

Serein, sauf quelques nuages épars.

La calotte 1 est *bordée* par une bande légère, *inclinée* sur l'équateur.

La bande 3I a trois *dentelures*, dont L = 280°, 297°, 314°; la moyenne est très petite, la troisième a été remarquée seulement à 5h24m, alors qu'elle était déjà plus avancée sur le disque.

Dans la zone 3II on voit deux *taches blanches* mal définies, dont les longitudes sont : 291° et 305°, entre les dentelures, par conséquent.

Il y a des traces de bande fine au-dessous des taches blanches surtout.

On voit une *bande fine* presque certaine, mais très faible dans la zone *d*. Une tache noire se remarque dans la calotte 5 à la longitude de 285°.

Le 27 janvier, de 7h47m à 8h16m; L = 20°9; *fig. 22.*

Serein; léger brouillard; image baveuse; dessin fort difficile, mais bon néanmoins.

La calotte 1 est très claire. La bande qui la *borde* est *interrompue* depuis le bout occidental de la tache rouge jusqu'à son bout oriental, le premier tronçon, compris entre les longitudes de 345° et de 20°, formant une *tache séparée.*

La tache rouge est précédée et suivie par des régions très brillantes; elle semble moins nette et moins colorée que d'habitude.

Il y a une bande fine dans 3II.

Le 29 janvier, de 5h53m à 5h59m; L = 245°6.

Des nuages passent constamment; mauvaise observation ; dessin insuffisant.

La calotte 1 est *bordée* par une bande *inclinée.*

La bande 3I a une *dentelure* dont la position est restée douteuse; elle peut correspondre à L = 245°.

La bande 3III est étroite, et 4 est plus large que d'ordinaire et plus pâle.

Digitized by Google

Le 29 janvier, de 8h18m à 8h29m; L = 334°7.
Grande éclaircie; les nuages arrivent avant que le dessin soit terminé.
La bande 3III est très rose.

Le 31 janvier, de 4h56m à 5h6m; L = 152°9; *fig. 55.*
Observation continuée jusqu'à 5h15m.
Serein; image admirablement nette et calme.
La calotte polaire 1 est *bordée* par une bande *rectiligne* depuis L = 127° qu'au bord oriental.
A partir de la *dentelure* qui occupe la longitude de 127°, la bande s'enfonce dans la calotte polaire en se recourbant et va rejoindre le bord occidental plus près du pôle. Le 31 décembre 1881, de 4h39m à 4h50m (*fig. 59*) L = 162°8), j'ai observé une *dentelure* et une configuration tout à fait analogues dans la calotte polaire; ces détails se rapportent à la même longitude à très peu près (140° pour la dentelure du 31 décembre et 162°8 pour le méridien central) et semblent devoir être identifiés. On peut dire de même du dessin du 19 décembre 1881, de 5h3m à 5h16m, L = 173°, L = 162, qui donne pour la dentelure de la calotte polaire 136°.
La bande 3I a quatre *dentelures*, dont L = 123°, 148°, 163°, 188° [1]. Les deux médianes sont plus petites.
Dans 3II, entre ces dentelures, sont trois *taches blanches* aux longitudes 135°, 157°, 175°; la deuxième est moins brillante que les autres; celles-ci sont très blanches; peut-être une quatrième tache blanche suit-elle la quatrième dentelure à la longitude de 202°.
La bande 3III est plus étroite que 4.
L'espace *d* est très restreint.

Le 31 janvier, à 9h36m, ciel serein; image trop mauvaise pour dessiner; j'ai vu, au bord oriental, une *tache sombre* dans la région *a2b;* est-ce la tache rouge qui doit arriver au méridien central vers 11h20m? La calotte 1 est limitée par une *bande* visible seulement vers les bords du disque; la

[1] Comparez également ces longitudes à celles des quatre *dentelures* de 3I dans la *figure 59*, 31 décembre 1881, de 4h39m à 4h50m : 127°, 149°, 176°, 206°.

Digitized by Google

portion de cette bande située au bord oriental accompagne et précède la tache rouge.

Le 1er février, de 8h5m à 8h22m; L = 59°5; *fig. 31.*

Serein; images très troublées d'abord, puis devenant un peu plus calmes; dessin approché.

La calotte 1 est limitée par une bande *courbée*, légèrement *inclinée*, partant de la tache rouge (L = 39°) et allant jusqu'au bord oriental. Cette bande paraît toucher la tache rouge et est interrompue au-dessus de celle-ci jusqu'au bord occidental.

La zone *a2b* est brillante à l'Orient de la tache rouge.

La bande 31 a trois *dentelures*, dont L = 64°, 84°, 104°.

La troisième dentelure se continue par une région *très noire*, dans la bande, jusqu'au bord oriental.

Dans la zone 311, on trouve deux *taches blanches* entre les dentelures; elles correspondent aux longitudes de 73° et 94°. Il y a aussi une bande fine allant de l'un bord à l'autre du disque et limitant les deux taches blanches au Nord.

La calotte 5 contient une région beaucoup plus *noire* qui s'étend jusqu'au bord oriental.

La longitude du méridien central de ce dessin diffère peu de celle du 30 décembre 1881, de 5h58m à 6h17m (L = 62°6, *fig. 32*). Nous avons signalé, à cette date, la région plus sombre et *proéminente* de la calotte 5. Cette région a été vue encore à d'autres dates que nous avons mentionnées; nous la retrouvons donc aujourd'hui et sa position, relativement à la tache rouge, est encore sensiblement la même.

Le 2 février, de 5h17m à 5h33m; L = 107°9; *fig. 43.*

Serein; assez bonne observation; mais l'image est presque toujours troublée.

La calotte 1 est limitée par une bande *arquée*, avec dentelure dont L = 77°.

La bande 31 est *très noire* à partir de L = 71° jusqu'au bord oriental; elle présente deux dentelures, dont L = 98° et 118°.

Digitized by Google

Dans la région 3II figurent deux *taches blanches,* l'une, dont L = 56°, vançant dans la partie claire de 3I; l'autre, peu brillante, allongée, entre deux dentelures et ayant pour L : 110°; celle-ci est limitée au Nord par trait grisâtre; on ne peut vérifier positivement si ce trait se confond avec bande fine bien marquée régnant d'un bord à l'autre et passant sous les hes blanches.

La bande 3III est plus rouge que 4, mais plus étroite.

Le 2 février, de 7h59m à 8h17m; L = 206°4; *fig. 66.* Observation progée jusqu'à 8h30m. Image mauvaise d'abord; elle devient meilleure à la Serein, léger brouillard.

La bande qui *longe* la calotte 1 est *très rose* et légèrement *arquée.*

La bande 3I est munie de deux *dentelures,* dont L = 202° et 224°.

Une bande fine règne dans 3II.

La bande 3III est rose; 4 est grise.

La zone *d* est très étroite.

Le 3 février, de 4h54m à 5h3m; L = 242°2; *fig. 75.*

Observation continuée jusqu'à 5h14m.

Ciel serein, léger brouillard.

Une bande *borde* la calotte 1; celle-ci est assez marquée.

3I est munie de deux *dents* soupçonnées près du bord oriental aux longies de 271° et de 303°.

Une trace de bande fine existe dans 3II, surtout sous les dentelures.

Le 3 février, à 8h27m; L = 8°2; *fig. 14.*

Serein, léger brouillard; image souvent troublée; observation très diffie.

La bande qui *longe* la calotte 1 est encore interrompue au-dessus de la he rouge; celle-ci est précédée et suivie par des régions brillantes.

3I a deux *dentelures noires* vues à 9h14m; leurs longitudes sont : 34° 72°.

Une bande fine règne dans 3II.

A 8h56m, j'ai constaté que 3III et 3I n'étaient pas parallèles; elles étaient s distantes au bord oriental.

Digitized by Google

A 9^h25^m, je découvre une tache blanche, brillante suivant la deuxième dentelure, *fig. 28*.

Le 3 février, à 9^h25^m; L = 43°2; *fig. 28.*

Serein, léger brouillard. Dessin inachevé; mêmes détails qu'à 8^h27^m.

Le dessin actuel donne pour longitudes des deux *dentelures :* 36° et 60°.

La *tache blanche* qui suit la seconde dentelure a pour L. : 66°.

La bande 3I est *très noire* à la suite de cette tache blanche, depuis la longitude de 73° jusqu'au bord oriental. Le commencement de cette région plus sombre a donc lieu à la même longitude à très peu près que le 2 février, de 5^h17^m à 5^h33^m, *fig. 43*.

Le 10 février, de 8^h9^m à 8^h23^m; L = 333°2; *fig. 6.*

Serein ; très bonne image.

La calotte 1 est très claire; une bande partielle *rose* la *borde* depuis L = 333° jusqu'au bord oriental; cette bande, étroite à son extrémité, s'élargit vers le bord; elle ressemble à la tache rouge comme forme et couleur.

La tache rouge, au bord oriental, est précédée par un espace brillant.

A 8^h23^m, je soupçonne une *tache blanche* au bord septentrional de 3I, sous l'extrémité occidentale de la tache rouge.

Dans la zone 3II, on voit une bande fine *inclinée,* aboutissant à une petite tache grise, dont L = 321°, et qui appartient à la bande 3III; cette tache ressemble à l'ombre d'un Satellite, et pourtant aucune ombre ne peut en rendre compte en ce moment.

La bande 3III est plus large, moins marquée, moins sombre que 4, mais rose.

Le 10 février, de 9^h28^m à 9^h43^m; L = 21°3; *fig. 23.* Observation continuée jusqu'à 9^h55^m.

Serein ; image parfaitement nette et calme.

La calotte supérieure est claire; la *bande* qui la termine est interrompue le long de la tache rouge.

Celle-ci n'est précédée par aucun espace brillant.

La bande 3I est composée de *deux parties* séparées par une *solution de continuité,* dont L = 21°; depuis cette longitude la bande est *plus large* et

Digitized by Google

s noire jusqu'au bord oriental; je n'ai pu vérifier avec assez de certitude istence d'une *tache blanche* dans la solution de continuité.

La zone 3II est plus large que *c*; elle est traversée par la bande fine linée partant de la solution de continuité de 3I et allant au bord occi-tal.

La bande 3III est beaucoup plus étroite que 4.

Le 11 février, de 6h20m à 6h39m; L = 59°1; *fig. 30.*

Serein, très bonne observation.

Le long d'une partie de la calotte 1, très faible, se voit une sorte de bande nuage *rouge* qui rivalise pour la couleur avec la tache rouge; elle part L = 44° et va au bord oriental.

La tache rouge n'est précédée ni suivie par aucun espace brillant.

La bande 3I commence à *s'amincir* vers la longitude de 59°, en allant s le bord occidental; elle semble interrompue près de ce bord vers la gitude de 4°. Par suite de cet amincissement de 3I, il y a une *dépression ctement sous la tache rouge;* aucune trace de ce détail ne se montrait ore le *1er février,* ni le *3;* le *10 février,* de grands changements s'étaient duits sous la tache rouge; il y avait en ce point une solution de conti-é; nous pouvons donc conclure que *la dépression dont nous parlons s'est duite ou a pris place sous la tache rouge entre les instants des observa-s du 10, à 9h28m, et du 11, à 6h20m.* Ce fait a de l'importance, car la ression dont il s'agit ici a beaucoup occupé depuis les observateurs [1].

La bande 3III est plus étroite que 4.

La calotte 5 est très marquée, à bord un peu convexe.

e 11 février, de 8h4m à 8h15m; L = 119°6; *fig. 46.*

Observation continuée jusqu'à 8h27m; ciel serein.

La calotte 1 est *rosée* ainsi que la bande qui la *borde;* celle-ci a une *elure* dont L = 156°; elle est plus foncée à partir de cette longitude u'au bord oriental.

[1] Mon dessin 26 de 1879 renferme un aspect analogue (*voy.* lieu cité). Mes observations 83-1884, que je soumettrai à l'Académie dans un avenir aussi prochain que possible, *feront aître exactement la configuration de cette dépression.*

Digitized by Google

La bande 3I a une saillie à son bord méridional à la longitude de 119° environ, et *trois dentelures* dont la médiane est très petite; leurs longitudes sont : 100°, 119°, 141°. Les deux plus grandes dentelures sont visibles même avec le grossissement de 80 fois [1].

La zone 3II renferme deux *taches blanches,* peu brillantes, entre les dentelures signalées; les longitudes en sont : 112° et 126°; elles sont presque confondues, la dentelure qui les sépare étant très petite.

Une bande fine, reliant les deux grandes dentelures, passe sous les taches blanches.

La bande 3III est rose; 4 est grise.

Le 12 février, de 6h22m à 6h31m; L = 207°6; *fig. 67.*

Observation continuée jusqu'à 6h40m. Ciel serein.

La calotte 1 est très *pâle,* limitée par une bande très rose, rectiligne.

La bande 3I est munie de trois *dentelures,* dont L = 192°, 222°, 247°.

Une bande fine règne dans la zone 3II.

La bande 3III est très rouge; 4 est plutôt grise.

Le 12 février, de 7h55m à 8h5m; L = 264°1; *fig. 81.*

L'observation est continuée jusqu'à 8h9m. Ciel serein. Image moins bonne, détails plus difficiles à voir.

La calotte 1 est très *pâle,* bordée par une bande *rose;* l'ombre du Satellite III se projette sur la calotte polaire.

La bande 3I n'a pas de *dentelure* visible, mais on voit une *tache blanche* dans la zone 3II; sa longitude est de 266°; elle est très brillante.

Une petite bande *noire,* étroite, se voit à gauche de la tache blanche et en dessous; sa longitude approchée est 253°.

La bande 3III est rouge; 4 est grise foncée.

La calotte 5 est bien limitée, beaucoup plus éloignée de 4 qu'à 6h22m.

Le 6 mars, de 6h31m à 6h43m; L = 278°5; *fig. 84.*

L'observation a été continuée jusqu'à 6h51m; éclaircies nébuleuses.

[1] Ce dessin est à comparer à la *figure 47* (30 décembre, de 7h42m à 7h47m) (L = 121°2). La *figure 47* contient des *dentelures situées à des longitudes presque identiques :* 91°, 111°, 141°. On y voit une tache blanche qui a pour L : 99°, et qui, dans la *figure 32,* a pour L : 112° (30 décembre, de 5h58m à 6h17m).

Digitized by Google

La calotte 1 est *bordée* par une bande *rose*.
La bande 3I a deux *dentelures* dont L = 271° et 293°.
Cette bande est beaucoup plus pâle au bord occidental jusqu'à L = 251°; emble y avoir une *solution de continuité* à cette longitude; 3I diminue ucoup de largeur vers le bord oriental.
Une *tache blanche* a été soupçonnée à la longitude de 243°, sous la région lus faible de 3I.
La bande 3III est rose pâle; 4 est rouge foncée.
La calotte 5 est à bord convexe et bien marquée.

Le 6 mars, de 8h8m à 8h22m; L = 337°7; *fig. 8.*
Serein; l'image devient ondulante. Teintes peu sensibles.
La bande qui *borde* la calotte 1 se voit seulement depuis L = 331° jusqu'au d oriental; son extrémité devance donc beaucoup la tache rouge.
La bande 3I pâlit brusquement depuis L = 17° jusqu'au bord oriental; offre une *dentelure* bien accusée dont L = 328°, et s'amincit vers le bord idental; tous ces détails précèdent de beaucoup la tache rouge.
La bande 3III est *rosée* faible, avec *proéminence* dont le point culminant our L : 19°.
La bande 4 est grise et formée de *granulations,* comme lors de l'observa- de 6h31m, d'ailleurs (*fig. 84*).
On ne peut comparer cette observation avec celle du 1er janvier, à 5h20m . 7), sans être frappé du changement de position relative de quatre détails paraissent identiques, à première vue, dans les deux dessins : *a*) l'extré- é occidentale de la tache rouge; *b*) l'extrémité occidentale de la bande qui ge la calotte 1; *c*) la dentelure de 3I; *d*) le lieu où la nuance de la bande 3I faiblit. *Les points* b, c, d *semblent, d'un mouvement commun, s'être ncés plus rapidement que le point* a, *de façon à devancer la tache rouge.*

Le 6 mars, à 9h16m; L = 14°6; *fig. 19.*
Observation continuée jusqu'à 9h40m. Serein; image de plus en plus ulante, dessin assez bon.
La calotte 1 est claire et *bordée* par une bande grise assez irrégulière, plus ite au-dessus de la tache rouge.
La tache rouge est précédée et suivie par des régions très brillantes.

Digitized by Google

La bande 31 est de *largeur variable ;* la plus petite épaisseur correspond à L = 14°.

La bande 3III est *rose,* avec *expansion* marquée, rose, à la longitude de 340° ; cette expansion a l'aspect d'une *seconde tache rouge.* La bande 3III est plus pâle et plus faible dans la moitié orientale.

La bande 4 est grise, la calotte 5 a un bord convexe et est très sombre.

Le 12 mars, de 6h44m à 6h52m; L = 106°2; *fig. 42.*

Éclaircies d'abord, puis nuageux; observation continuée jusqu'à 7h15m.

La calotte 1 est *bordée* par une bande faible, avec concavité marquée jusqu'à la longitude de 121° (*dentelure*); depuis cette longitude jusqu'au bord oriental la bande est rectiligne et plus marquée.

31 est entamée par une *tache blanche,* brillante, dont L = 123° ; le grand axe de cette tache est incliné par rapport à l'équateur ; elle suit une *dentelure* fine (L = 116°) de 31, se prolongeant en *bande très déliée* sous la tache blanche.

La bande 3III est moins marquée que 4; ces deux bandes sont roses.

La calotte 5 est mieux séparée de la bande 4 à gauche qu'à droite.

Les teintes sont peu marquées ; la bande 31 surtout est rouge.

Le 12 mars, de 8h25m à 8h32m; L = 167°; *fig. 60.*

Dessin continué jusqu'à 8h44m; serein; bonne image.

La calotte 1 est très claire; elle est *bordée* par une *bande rose,* plus foncée à droite à partir de L = 174° jusqu'au bord oriental.

31 *s'amincit* et s'affaiblit près des bords.

Il y a une bande fine dans 3II.

Le 13 mars, de 6h46m à 6h57m; L = 258°5 ; *fig. 79.* Observation continuée jusqu'à 7h3m.

Ciel serein.

La calotte 1 est *rose, bordée* par une trace de bande sombre près du bord oriental, à partir de L = 265°.

La bande 31 a quatre *dentelures* excessivement difficiles à voir, mais presque certaines, dont L = 213°, 243°, 270°, 299°.

Digitized by Google

Très légère bande dans 3II.
3III est très rose; 4 est rouge sombre; l'intervalle *d* est très large.

Le 13 mars, de 8h10m à 8h14m; L = 307°2; *fig. 87*. Observation continuée jusqu'à 8h24m.
Ciel serein.
On ne voit pas de calotte 1. Il y a une bande partielle de L = 327° jusau bord oriental; cette bande semble être la tache rouge, mais sa teinte se la distingue comme aspect.
La bande 3I a une *dentelure* sous forme de tache *très noire;* la longitude est : 287°.
La bande 3III s'amincit vers les bords; elle est très rose.
La bande 4 est très déliée, faiblement rosée.
La calotte 5 est bien marquée et sombre, nettement séparée de 4.

Le 14 mars, de 6h34m à 6h50m; L = 43°; *fig. 27*. Observation continuée qu'à 7 heures. Ciel serein.
Les couleurs sont peu marquées, même pour la tache rouge.
La calotte 1, *très pâle,* est *bordée* par une bande partielle : 1° du bord idental à L = 8°, 2° de L = 43° au bord oriental; cette bande semble ıc interrompue au-dessus de la tache rouge.
L'ombre du Satellite II se projette sur la bande près du bord occidental.
La tache rouge n'est précédée ni suivie par aucun espace brillant.
La bande 3I est étroite dans sa moitié occidentale et très large dans sa ıtié orientale; ce changement de largeur prend origine à partir de la *telure* dont L = 48°.
Une très petite *tache blanche* suit la dentelure; sa longitude est 55°.
La calotte 5 a une limite convexe.

Le 14 mars, de 8h16m à 8h26m; L = 102°8; *fig. 41*. Observation continue jusqu'à 8h40m; ciel serein.
La calotte 1 est légèrement *arquée;* son bord est plus sombre et rectiligne uis L = 133° jusqu'au bord oriental; la calotte 1 renferme de nombreux ails, mais trop difficiles à préciser; on y voit *une tache plus sombre* dont

Digitized by Google

L = 113°; cette observation est possible surtout avec le grossissement de 240 fois.

La bande 3I a une *dentelure* dont L = 103°, se prolongeant en bande déliée vers l'Est, dans 3II. Une autre portion de bande fine se voit près du bord oriental dans 3II.

La dentelure est suivie par une petite *tache blanche* dont L = 108°.

Le passage de celle-ci par le méridien central à 8^h27^m lui donne une longitude de 106°4 qui présente un accord très satisfaisant avec celle que nous déduisons du dessin.

La région 3II est plus large que *c*.

La bande 4 est rosée et *granulée ;* la calotte 5 est à bord convexe.

Les couleurs sont peu marquées.

Le 17 mars, de 6^h28^m à 6^h36^m; L = 127°4; *fig. 49.* Observation continuée jusqu'à 6^h50^m. Léger brouillard; ciel serein.

La calotte I est *arquée* jusqu'à la longitude de 128° (*dentelure*); à partir de cette dentelure elle est *bordée* d'une bande rectiligne jusqu'au bord oriental; la calotte est rosée légèrement.

La bande 3I est très large, mais s'amincit au bord; elle a quatre *dentelures* dont L = 110°, 142°, 154°, 162°. Entre celles-ci on voit trois *taches* assez *peu brillantes* et *blanches,* dont L = 127°, 149°, 157°. Les deux dernières sont très petites.

Une bande déliée longe les taches blanches dans 3II.

Une région plus sombre se remarque dans 5.

Le 18 mars, de 6^h56^m à 7^h6^m; L = 295°1; *fig. 85.* Dessin continué jusqu'à 7^h12^m; ciel serein.

La calotte 1, *très pâle,* est *bordée* par une bande depuis L = 317° jusqu'au bord oriental.

La bande 3I a une *dentelure* dont L = 325°.

La bande 3III, *rouge,* offre une *dépression* sous la dentelure précédente et, de plus, deux *proéminences* dont L = 297° et 350°.

La bande 4 est large et grise.

Calottes polaires confuses; celle du Nord a une limite indécise.

Digitized by Google

La distance du bord méridional de 3I au pôle Sud est visiblement plus ite que la distance du bord septentrional de 3III au pôle Nord.

Le 18 mars, de 8h33m à 8h42m; L = 353°5; *fig. 9*. Observation conti-ée jusqu'à 8h47m; ciel serein.

La bande *longeant* la calotte 1 est *rosée* et s'arrête près de la tache rouge, ne longitude de 28°.

La bande 3I a deux *dentelures* dont L = 333° et 354°, la seconde est s petite.

La calotte 5 a un bord convexe.

Le 19 mars, de 6h47m à 6h57m; L = 79°9; *fig. 37*. Observation continuée qu'à 7h2m. Ciel serein, léger brouillard.

Une bande partielle *longe* la calotte 1, sauf près des bords du disque, c'est-lire de L = 50° à L = 115°.

a2b est légèrement ombrée près du bord oriental; l'ombre du Satellite I projette, elle est noire grisâtre.

La bande 3I a deux *dentelures* dont L = 45° et 112°; elles se prolon-nt vers l'Est par une bande déliée dans 3II.

La bande 3I est largement entamée à la longitude de 55° par une *tache nche*.

La bande 3III est très fine; 4 est assez large et rapprochée de la calotte 5. s teintes sont peu marquées.

Le 19 mars, de 8h16m à 8h24m; L = 133°1; *fig. 50*.

On continue jusqu'à 8h32m; ciel serein; léger brouillard.

Une bande *rosée longe* la calotte 1 sauf vers les bords, c'est-à-dire de = 103° à L = 170°; elle a donc l'aspect d'une *grande tache isolée*.

La bande 3I est munie de deux *dentelures* (L = 97° et 133°).

Vers le centre on voit une très légère trace de bande déliée dans 3II.

Jupiter devient difficile à observer; les teintes sont presque imper-tibles.

Le 20 mars, de 6h45m à 6h52m; L = 227°9; *fig. 70*.

Observation continuée jusqu'à 7h; ciel serein.

Digitized by Google

La bande qui *longe* la calotte 1 est d'un rose très faible; la calotte elle-même est *rosée*.

La bande 3I a sa plus *grande largeur* au centre (L = 228°), et deux autres *expansions* vers le Nord, aux L = 163° et 288°.

La calotte 5 est très petite et se confond presque avec la bande 4.

Sa limite, confuse d'abord, devient plus tranchée ensuite.

Le 20 mars, de 8^h *à* 8^h7^m; L = 273°3; *fig. 83.* Observation continuée jusqu'à 8^h12^m.

Des nuages passent constamment; dessin incomplet.

La calotte 1 est très peu marquée.

La bande 3III est rouge, avec *proéminence* à la longitude de 273°.

La bande 4 est très étroite; la calotte 5 est étendue, à bord courbé?

Le 21 mars, de 8^h34^m *à* 8^h42^m; L = 84°3.

Ciel serein; Jupiter bas et ondulant; dessin incomplet et imparfait.

Il y a trace de bande *longeant* la calotte 1; celle-ci est fort claire.

L'ombre du Satellite II se projette sur *a2b*.

La bande 3I est interrompue brusquement sous la tache rouge, près du bord occidental; je ne vois pas de taches blanches.

Le 22 mars, de 8^h32^m *à* 8^h35^m; L = 231°7.

Éclaircies; ondulant.

La difficulté des observations de Jupiter augmente de jour en jour; la calotte 1 semble *rosée;* la bande 3I est noire; la bande 3III est rouge, large et près du centre. L'ensemble des deux bandes est visiblement plus près du pôle Sud que du pôle Nord.

Le 23 mars, de 6^h35^m *à* 6^h47^m; L = 313°9; *fig. 88.* Observation continuée jusqu'à 6^h51^m; ciel serein; image médiocre.

La bande *longeant* la calotte 1 apparaît au bord oriental seulement; elle est d'un rose marqué et a l'aspect d'une *tache isolée* que l'on prendrait pour la tache rouge.

La bande 3I, grise, présente une *dentelure* fort difficile à voir; à droite de celle-ci, presque au méridien central, se trouve une petite *tache blanche* excessivement difficile, mais certaine.

Les bandes 3III et 4 sont roses. La calotte 5 est marquée.

Digitized by Google

Le 23 mars, de 8^h35^m à 8^h45^m; L = 139°7.

Image trop ondulante pour dessiner. Jupiter est devenu trop difficile à server.

Je vois la tache rouge dont le milieu n'a pas encore atteint le méridien ntral; on voit 3I, grise, et les bandes rosées 3III et 4. Il est impossible s'assurer, d'une façon certaine, si la tache blanche de M. DENNING est ésente sous la tache rouge, comme cet astronome l'avait prédit pour ce ur. (Voy. *Monthly Not.*, janvier 1882, p. 99.)

Dans le tableau suivant, j'ai rangé les observations d'après les longitudes oissantes du méridien central :

NNÉE.	JOUR.	HEURE [1].	L.	FIGURE.	ANNÉE.	JOUR.	HEURE [1].	L.	FIGURE.
1881	16 octobre. .	8h 7m30s	6°7	12	1881	20 décembre.	8h22m 0s	79°8	36
1882	1 janvier . .	6 15 0	7.9	13	1882	19 mars. . .	6 52 0	79.9	37
1882	3 février . .	8 27 0	8.2	14	1882	21 mars. . .	8 38 0	84.3	»
1881	19 novembre.	6 3 0	10.5	15	1881	23 décembre.	6 13 0	93.1	38
1881	20 décembre.	6 27 30	10.6	16	1881	19 novembre.	8 21 0	93.9	39
1881	23 novembre.	9 21 0	12.3	17	1881	7 novembre.	8 32 0	93.9	40
1881	29 septembre.	9 26 0	14 5	18	1882	14 mars. . .	8 21 0	102 8	41
1882	6 mars. . .	9 16 0	14.6	19	1882	12 mars. . .	6 48 0	106.2	42
1881	4 novembre.	9 0 0	19.2	20	1882	2 février . .	5 25 0	107.9	43
1881	18 décembre.	5 4 30	19.5	21	1882	9 janvier . .	5 44 30	112.4	44
1882	27 janvier . .	8 1 30	20.9	22	1881	2 octobre. .	9 41 0	115.6	45
1882	10 février . .	9 35 30	21.3	23	1882	11 février . .	8 9 30	119.6	46
1881	9 novembre.	8 14 0	24.2	24	1881	30 décembre.	7 44 30	121.2	47
1881	16 novembre.	9 12 0	33.2	25	1882	26 janvier . .	5 1 30	121.8	48
1881	21 novembre.	8 31 0	41.0	26	1882	17 mars. . .	6 32 0	127.4	49
1882	14 mars. . .	6 42 0	43.0	27	1882	19 mars. . .	8 20 0	133.1	50
1882	3 février . .	9 25 0	43.2	28	1881	18 décembre.	8 21 0	138.3	51
1881	19 août . . .	11 37 0	44.7	»	1882	23 mars. .	8 40 0	139 7	»
1881	23 décembre.	5 0 30	49.3	29	1881	24 novembre.	8 45 0	141.1	52
1882	11 février . .	6 29 30	59.1	30	1881	15 novembre.	6 39 0	150.0	53
1882	1 février . .	8 13 30	59.5	31	1882	9 janvier . .	6 47 30	150.5	54
1881	30 décembre.	6 7 30	62.6	32	1882	31 janvier . .	5 1 0	152.9	55
1881	24 novembre.	6 53 0	73.4	33	1881	8 novembre.	6 3 0	154.4	56
1882	4 janvier . .	5 37 0	76.1	34	1882	7 janvier . .	5 16 0	154.5	57
1881	18 décembre.	6 41 30	78.2	35	1881	27 novembre.	6 47 0	161.3	58

[1] Heure moyenne.

Digitized by Google

ANNÉE.	JOUR.	HEURE [1].	L.	FIGURE.	ANNÉE.	JOUR.	HEURE [1].	L.	FIGURE.
1881	31 décembre.	4h44m30s	162°8	59	1881	15 novembre.	9h46m 0s	263°1	»
1882	12 mars. . .	8 28 30	167.0	60	1882	12 février . .	8 0 0	264.1	81
1881	30 septembre.	9 37 30	172.4	61	1882	27 janvier . .	4 58 30	270.3	82
1881	19 décembre.	5 9 30	173.0	62	1882	20 mars. . .	8 3 30	273.3	83
1882	7 janvier . .	6 2 0	182.3	63	1882	6 mars. . .	6 37 0	278.5	84
1881	17 novembre.	9 22 0	189.7	64	1882	18 mars. . .	7 1 0	295.1	85
1881	5 octobre. .	9 21 0	195.1	65	1881	22 décembre.	6 4 30	297.5	86
1882	2 février . .	8 8 0	206.4	66	1881	16 novembre.	6 38 30	300.5	»
1882	12 février .	6 26 30	207.6	67	1882	8 janvier . .	5 16 0	304.8	»
1881	12 décembre.	5 28 30	211.3	68	1882	13 mars. . .	8 12 0	307.2	87
1881	10 octobre. .	9 7 0	219.4	»	1882	23 mars. . .	6 41 0	313.9	88
1881	9 décembre.	8 17 30	222.0	69	1881	18 novembre.	8 44 0	317.3	1
1882	20 mars. . .	6 48 30	227.9	70	1881	21 novembre.	6 12 30	317.3	2
1881	29 octobre. .	9 57 30	230.5	71	1881	3 décembre	6 8 30	321.1	3
1881	8 novembre.	8 9 0	230.6	72	1881	12 décembre.	8 41 30	328 0	»
1882	22 mars. . .	8 33 30	231.7	»	1881	23 novembre.	8 8 30	328.5	4
1881	21 décembre.	8 25 0	232.0	73	1881	9 novembre.	6 45 0	330.4	5
1881	18 novembre.	6 28 30	235.3	74	1882	10 février . .	8 16 0	333.2	6
1882	3 février . .	4 58 30	242.2	75	1882	29 janvier . .	8 23 30	334.7	»
1882	26 janvier . .	8 26 0	245.4	76	1882	1 janvier . .	5 24 30	337.4	7
1882	29 janvier . .	5 56 0	245.6	»	1882	6 mars. . .	8 15 0	337.7	8
1881	24 décembre.	6 20 30	248.0	77	1881	24 septembre.	9 41 0	351 0	»
1882	10 janvier . .	5 29 0	253.4	78	1882	18 mars. . .	8 37 30	353.5	9
1881	3 octobre. .	9 25 30	256.7	»	1881	18 octobre. .	9 29 30	357.4	10
1882	13 mars. . .	6 51 30	258 5	79	1881	30 décembre.	4 23 0	359.4	11
1881	22 décembre	5 3 30	260.6	80					

[1] Heure moyenne.

Digitized by Google

REMARQUES GÉNÉRALES.

I. La calotte 5 a été constamment plus foncée que la calotte 1, et même, à la fin des observations, en février et mars 1882, la calotte 1 était souvent complétement claire.

II. La calotte 1 s'est montrée grise en 1881, de même que la bande qui, souvent, la limitait; il faut excepter une seule observation, faite le 17 novembre 1881, de 9^h18^m à 9^h26^m, pendant laquelle cette bande était rosée. En 1882, la teinte rosée est apparue plus fréquemment dans ces régions; nous la trouvons le 26 janvier dans la bande qui longe la calotte 1; en février et mars, la calotte 1 et cette bande sont fréquemment rosées.

III. La bande 3I était *généralement* grise, et les bandes 3III et 4 roses; cependant les observations suivantes ont fait exception à cette règle, la bande 3I s'étant montrée rose également : 1881, *16 octobre*, de 8^h3^m à 8^h12^m; *18 octobre*, de 9^h17^m à 9^h42^m; *15 novembre*, de 6^h35^m à 6^h43^m; *17 novembre*, de 9^h18^m à 9^h26^m; *18 novembre*, de 6^h25^m à 6^h32^m; 1882, *9 janvier*, de 5^h39^m à 5^h50^m; *26 janvier*, de 4^h58^m à 5^h5^m; *12 mars*, de 6^h44^m à 6^h52^m.

IV. A plusieurs reprises, les bandes 3III et 4 sont apparues doubles, et toujours, dans ce cas, la teinte rose affectait leur moitié inférieure ou septentrionale seulement.

V. On peut encore dire, comme fait général, que la bande 3I était, le plus souvent, la plus sombre de toutes. En examinant nos dessins on trouvera pourtant des exceptions à cette règle et nous croyons inutile de les énumérer ici.

Digitized by Google

VI. De même, *généralement,* la région *a2b* était la plus brillante parmi toutes les zones claires, tandis que la bande 3II avait le moins d'éclat, surtout *au-dessus* de la bande déliée qui la sillonnait; l'inspection des chiffres qui accompagnent nos dessins suffira pour faire connaître les exceptions à ce fait le plus souvent vérifié.

VII. Fréquemment les dentelures de 3I ont offert une inclinaison vers l'Est, ou en sens inverse de la rotation; elles se prolongeaient souvent en bandes déliées courant dans cette direction.

VIII. Les zones 3I, 3II et peut-être 3III, en y comprenant leurs dentelures, leurs taches blanches, leurs proéminences, leurs taches noires, etc., ont paru douées d'un mouvement de rotation plus rapide que la tache rouge et que certains accidents de la calotte polaire septentrionale. L'identification de ces détails est donc très difficile; *peut-être la grande variabilité de la surface de Jupiter doit-elle son origine autant à des déplacements, soit apparents, soit réels, des détails observés, qu'à des changements véritables de forme;* le mystère dont cette planète est encore enveloppée gît tout entier dans la solution de ce problème : QUELLES TACHES SONT FIXES? LESQUELLES SONT MOBILES, LESQUELLES SONT VARIABLES? Peut-être la *discussion* plus approfondie de nos observations, que nous nous proposons de soumettre un peu plus tard à l'ACADÉMIE, et les recherches que nous avons faites (1883-4) ou que nous ferons aux oppositions *suivantes* jetteront-elles quelque jour sur cette intéressante énigme.

Digitized by Google

II

PASSAGES DE LA TACHE ROUGE PAR LE MÉRIDIEN CENTRAL APPARENT DE JUPITER.

Afin de pouvoir apprécier la valeur des résultats que j'obtenais dans ce genre de travail, j'ai institué une série parallèle d'observations des phénomènes des satellites de Jupiter, et je crois intéressant de faire connaître d'abord les comparaisons suivantes :

1881, novembre 23 ; éclipse du Satellite I ; réapparition.

Première apparition, observée à Louvain (L), à . .	$8^h\,48^m\,34^s$	t. m. de Bruxelles.	
ou à	8 31 5,1	t. m. de Greenwich.	
— — — à Greenwich (G), à . .	8 30 54	—	[1]
— — — à Oxford (O), à . . .	8 30 38	—	[2]
Réapparition d'après le *Nautical Almanac* (N. A.), à	8 30 56	—	

On a donc :

$$L - G = +\,0^h\,0^m\,11^s,1$$
$$L - O = +\,0\;0\;27,1$$
$$G - O = +\,0\;0\;16,0$$
$$N.\,A. - L = -\,0\;0\;9,1$$
$$N.\,A. - G = +\,0\;0\;2,0$$
$$N.\,A. - O = +\,0\;0\;18,0$$

1881, septembre 29 ; éclipse du Satellite I ; disparition.

Premier obscurcissement, observé à Louvain, à	$9^h\,49^m\,47^s$	t. m. de Bruxelles.	
ou à	9 32 18,1	t. m. de Greenwich.	
— — — à Oxford, à	9 32 54	—	
D'après le *Nautical Almanac*, disparition, à. .	9 34 27	—	

$$L - O = -\,0^h\,0^m\,15^s,9$$
$$N.\,A. - L = +\,0\;2\;8,9$$
$$N.\,A. - O = +\,0\;1\;53,0$$

[1] *Monthly Not.*, mars 1882, p. 242.
[2] *Ibid.*, p. 246.

Digitized by Google

Disparition complète, observée à Louvain, à. . $9^h 32^m 33^s$ t. m. de Bruxelles.
ou à 9 35 4,1 t. m. de Greenwich.
— — — à Oxford, à . . 9 54 53 —
D'après le *Nautical Almanac*, disparition à. . 9 34 27 —

L — O = + $0^h 0^m 11^s,1$
N. A. — L = — 0 0 57,1
N. A. — O = — 0 0 26,0

Prenant les moyennes des deux observations de Louvain et d'Oxford, pour les comparer à l'indication *unique* du *Nautical Almanac* :

Premier obscurcissement, à Louvain, à $9^h 32^m 18^s,1$ t. m. Greenwich. } MOYENNE :
Disparition complète, — à 9 35 4,1 — } $9^h 33^m 41^s,1$
Premier obscurcissement, à Oxford, à 9 32 34 — } MOYENNE :
Disparition complète, — à 9 54 53 — } $9^h 33^m 45^s,5$
Disparition, d'après le *Nautical Almanac*, à $9^h 34^m 27^s$.

L — O = — $0^h 0^m 2^s,4$
N. A. — L = + 0 0 45,9
N. A. — O = + 0 0 43,5

1882, janvier 1er ; éclipse du Satellite I ; réapparition.

Première apparition, observée à Louvain, à. . . $7^h 24^m 0^s,5$ t. m. Bruxelles.
ou à 7 6 31,6 t. m. Greenwich.
Réapparition, d'après le *Nautical Almanac*, à. . 7 6 44 —

N. A. — L = + $0^h 0^m 12^s,4$.

1882, janvier 31 ; éclipse du Satellite I ; réapparition.

Première apparition, observée à Louvain, à. . . $9^h 37^m 26^s,7$ t. m. Bruxelles.
ou à 9 19 57,8 t. m. Greenwich.
Réapparition, d'après le *Nautical Almanac*, à. . 9 19 31 —

N. A. — L = — $0^h 0^m 26^s,8$.

Ces observations de Louvain offrent donc avec les données du *Nautical Almanac* des écarts du même ordre que celles de Greenwich et d'Oxford; elles ne s'écartent pas plus des résultats de ces deux observatoires que ceux-ci ne diffèrent entre eux. L'appréciation de l'instant du passage d'un point quelconque de la tache rouge au méridien central de Jupiter pouvant difficilement se faire avec certitude avec une approximation plus grande que celle de la minute, je crois donc pouvoir soumettre avec confiance mes résultats aux astronomes.

Digitized by Google

Voici d'ailleurs les précautions que j'ai prises pour arriver à apprécier l'instant du passage le plus rigoureusement possible.

Procédant simplement par estimation à l'œil, sans aucun appareil de mesure, j'imagine un méridien passant par l'extrémité de la tache rouge et rencontrant la bande 31; il est plus facile, en effet, de noter l'instant où le méridien en question coupe en deux parties égales l'étendue visible de la bande que d'apprécier celui où une extrémité de la tache se trouve au méridien central. Quant au passage du milieu de la tache, il correspond à l'instant où les deux fragments de la corde décrite par celle-ci et joignant ses extrémités aux bords de Jupiter deviennent égaux.

J'ai constaté une grande analogie entre le procédé que j'indique et celui qu'emploie M. Barnard, de Nashville (E. U.)[1]; cette analogie se poursuit aussi dans les détails suivants.

L'astronome qui a pour but d'observer le passage du milieu de la tache, par exemple, constate toujours qu'il lui serait possible d'indiquer plusieurs instants successifs, dans les limites d'une minute environ, au moins, comme correspondant au phénomène de ce passage. Pour obvier à cet inconvénient, j'ai noté, pour chaque passage, trois instants successifs; je les désignerai, pour me faire comprendre, par les lettres α, β et γ.

Supposons qu'il s'agisse du passage de l'extrémité occidentale (*preceding*) de la tache; j'ai ainsi :

α = instant où l'on commence à croire que l'extrémité *va franchir* le méridien central.
β = — — — — *franchit* —
γ = — — — — *a franchi* —

J'adopte, pour instant du passage, une moyenne de ces trois résultats. J'ai donc, après avoir renouvelé la même observation et le même calcul pour le milieu de la tache et pour la seconde extrémité :

I = instant du passage de l'extrémité occidentale (*preceding*).
B = instant du passage du milieu.
II = instant du passage de l'extrémité orientale (*following*).

[1] *Science*, January 1881, p. 10.

Digitized by Google

Et j'adopte pour M, instant du passage du *milieu*, une moyenne de I, B et II.

J'ai employé ce procédé pour composer le tableau suivant; mais la réalisation de mon plan n'a pas toujours été complète, soit que des nuages survenus m'aient empêché de réunir toutes les observations nécessaires, soit que j'aie dû fixer mon attention plus spécialement sur les détails physiques du disque planétaire, qui faisaient l'objet principal de mon étude. Pour la plupart de ces observations, un aide exercé a bien voulu se charger de noter la seconde, pendant que j'avais l'œil à la lunette de SECRETAN.

Voici les instants des passages des deux extrémités (I et II) et du milieu (M) de la tache rouge, en temps moyen de Bruxelles. Nous donnons les longitudes de ces trois points, pour chaque instant considéré, et la longueur que l'on peut en déduire pour la tache en degrés de longitude jovigraphique.

PASSAGES DE LA TACHE ROUGE.

DATES.	INSTANTS DES PASSAGES			LONGITUDES			LONGUEUR.
	I.	M.	II.	I.	M.	II.	
1881. 24 septembre . . .	9h41m20s	10h12m47s	.. ..	351°6	10°6	.....	58°0
29 septembre . . .	8 51 48	9 20 0	9h44m42s	353,8	10,9	25°8	32,0
16 octobre	8 0 51	8 21 1	8 44 20	2,7	14,9	29,0	26,3
18 octobre	9 29 26	9 54 59	10 20 48	357,4	12,8	28,4	31,0
* 4 novembre . .	.....	8 54 37	9 21 17	.....	15,9	32,0	32,2
* 9 novembre . . .	... .	8 0 22	8 26 22	.....	15,9	31,6	31,4
* 10 novembre . . .	.....	.. ..	9 11 29	.....	.....	32,8	... - ...
** 19 novembre . . .	5 49 40	6 13 52	6 39 44	2,4	17,0	32,7	30,2
21 novembre . .	....	.....	8 21 2	.....	.....	35,0	... - ..
** 23 novembre . .	9 5 1	9 30 54	9 56 5	2,6	18,5	33,5	30,8
* 18 décembre . . .	.....	5 5 52	5 34 37	.....	20,4	37,7	34,8
20 décembre . . .	6 20 56	6 45 40	.....	6,6	21,6	.....	29,9
23 décembre . . .	.....	.....	4 38 13	.....	.....	35,8	.....
** 30 décembre . . .	4 35 20	4 59 58	5 26 34	6,9	21,8	37,8	30,9
*1882. 1 janvier	6 13 31	6 37 24	.. ..	7,0	21,5	.....	28,9
* 27 janvier	....	8 8 11	. .....	.....	24,9	.....	.....

Digitized by Google

DATES.	INSTANTS DES PASSAGES			LONGITUDES			LONGUEUR.
	I.	M.	II.	I.	M.	II.	
1882. 3 février	$8^h27^m13^s$	$8^h55^m\ 0^s$*	$9^h19^m14^s$*	8°3	25°1	39°7	31°4
* 10 février	.....	9 41 58	.....	....	25,2	....	.....
6 mars	9 15 35	9 38 58	.....	14,4	28,5	.....	28,2
14 mars	.....	.....	6 41 21	.....	.....	42,6	.....
					LONGUEUR MOYENNE. . .		31°14

Les meilleures observations sont marquées d'astérisques; parmi celles-ci, on a signalé par deux astérisques celles qui ne laissent rien à désirer.

L'*ensemble* des observations donne pour longueur de la tache, à la surface de Jupiter, une moyenne de 31°14.

L'ensemble des observations les meilleures, marquées d'astérisques, conduit à une moyenne de 31°3.

Enfin, si nous consultons les trois observations marquées de deux astérisques et qui n'ont rien laissé à désirer, nous obtenons 30°6.

Il résulte de l'examen de notre tableau que la longitude jovigraphique des trois points considérés dans la tache a augmenté pendant la période des observations, la tache subissant un léger retard sur la période de rotation adoptée. Voici les résultats que nous obtenons en calculant la valeur diurne de ce retard :

PÉRIODE.	POINT de la tache.	AUGMENTATION de L.	AUGMENTATION diurne.	PÉRIODE.	POINT de la tache.	AUGMENTATION de L.	AUGMENTATION diurne.
29 sept. 1881 — 3 fév. 1882.	I	14°5	0°11	4 nov. 1881 — 3 fév. 1882.	II	7°7	0°08
—	M	14,2	0,11	19 nov. 1881 — 1 janv. 1882.	I	4,6	0,11
—	II	13,9	0,11	—	M	4,5	0,10
24 sept. 1881 — 6 mars 1882.	I	22,8	0,14	19 nov. 1881 — 30 déc. 1881.	I	4,5	0,11
—	M	17,9	0,11	—	M	4,8	0,12
29 sept. 1881 — 14 mars 1882.	II	16,8	0,10	—	II	5,1	0,12
4 nov. 1881 — 3 fév. 1882.	M	9,2	0,10			MOYENNE. . .	0°11

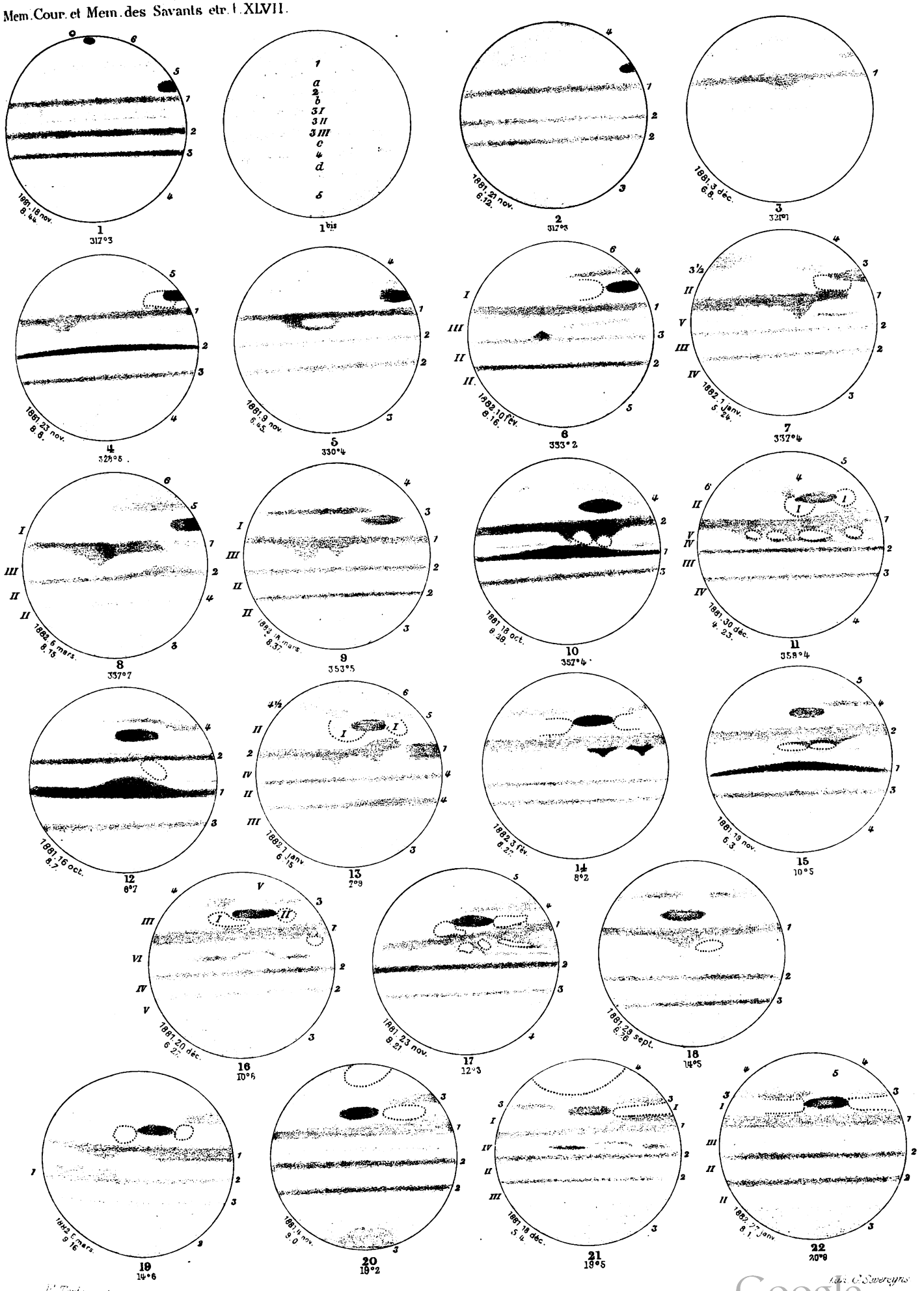
Digitized by Google

Le tableau suivant contient la durée du passage de toute la tache rouge au méridien central.

DATES.	HEURES.	DURÉE.
1881. 24 septembre. . .	(10h12m47s — 9h41m20s)2	1h 2m54s
29 septembre. . .	9 44 42 — 8 51 48	0 52 54
16 octobre. . . .	8 44 20 — 8 0 51	0 43 29
18 octobre. . . .	10 20 48 — 9 29 26	0 51 22
* 4 novembre. . .	(9 21 17 — 8 54 37)2	0 53 20
* 9 novembre. . .	(8 26 22 — 8 0 22)2	0 52 0
** 19 novembre . .	6 39 44 — 5 49 40	0 50 4
** 23 novembre. . .	9 56 5 — 9 5 1	0 51 2
* 18 décembre. . .	(5 34 37 — 5 5 52)2	0 57 30
20 décembre. . .	(6 45 40 — 6 20 56)2	0 49 28
** 30 décembre. . .	5 26 34 — 4 35 20	0 51 14
* 1882. 1 janvier	(6 37 24 - 6 13 31)2	0 47 46
* 3 février	9 19 14 — 8 27 13	0 52 1
6 mars	(9 38 58 — 9 15 35)2	0 46 46
	MOYENNE. . .	0h51m33s

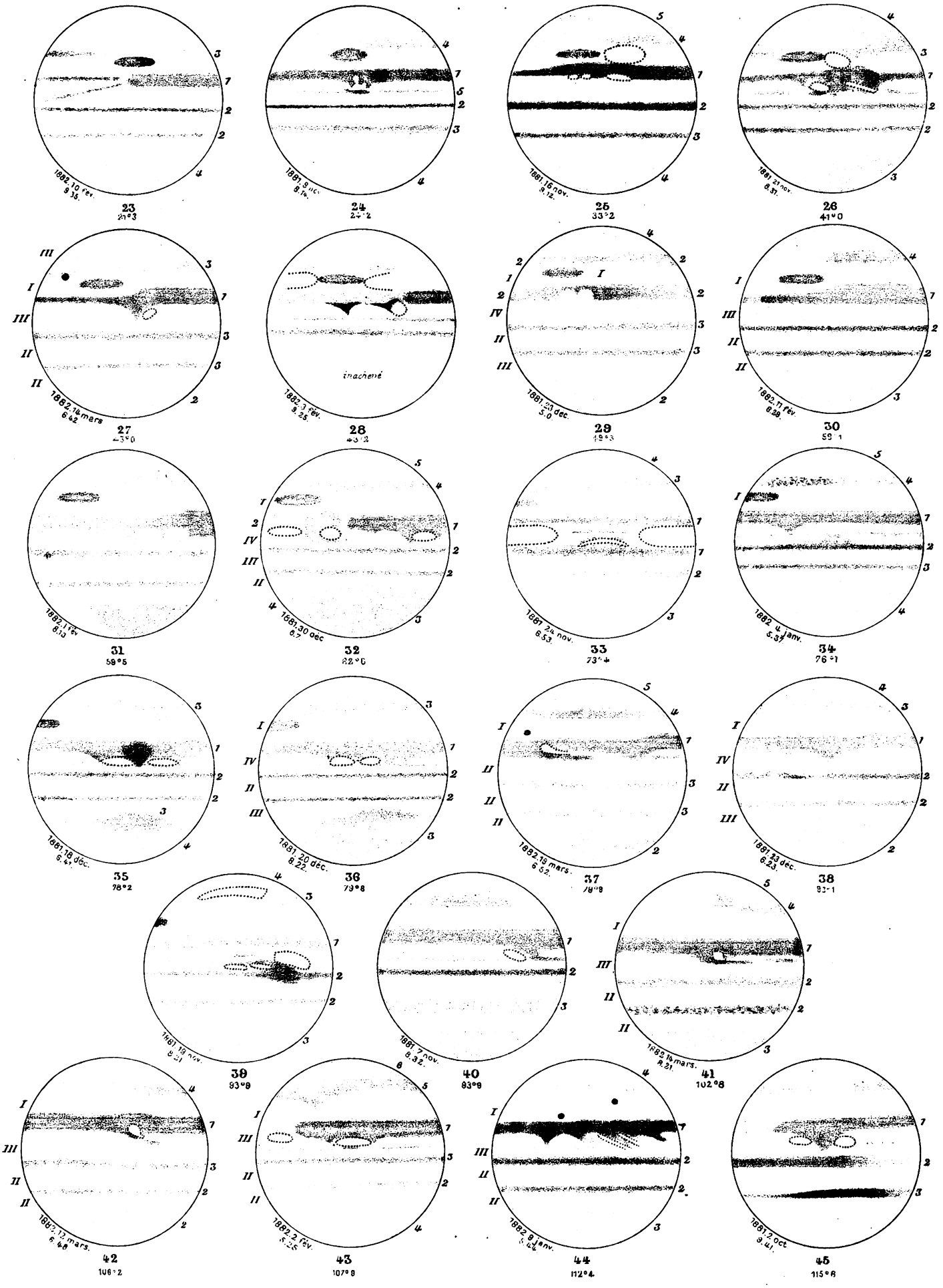
En négligeant la première observation dont le résultat est plus fort et moins valable, on a 50m41s; en prenant les meilleures observations (astérisques) on obtient : 51m52s; et les observations qui ne laissent rien à désirer (**) donnent : 50m47s. On peut donc adopter pour durée du passage : 51m.

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

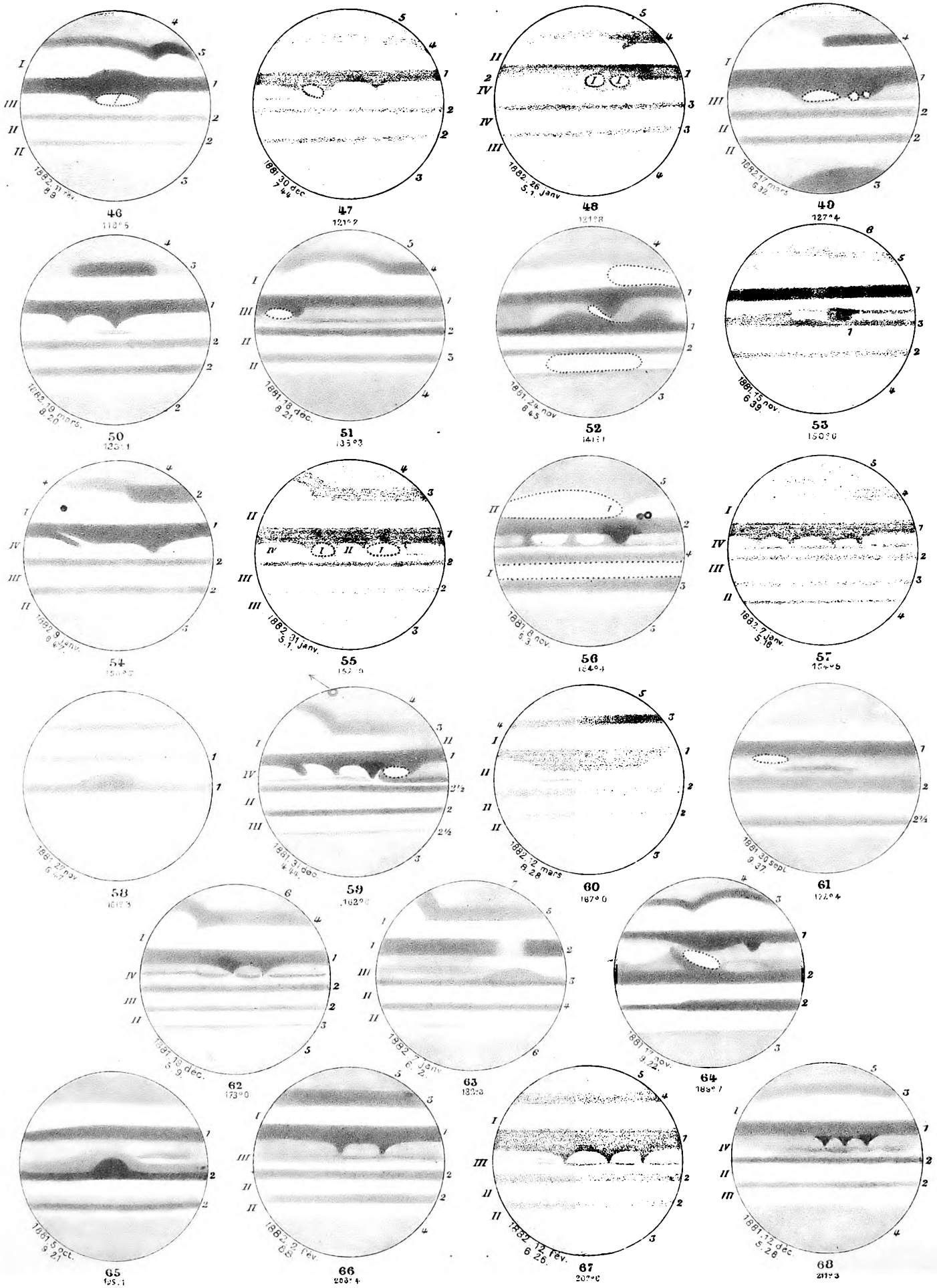


F. Terby ad nat. del.

Luth. C. Sweerts

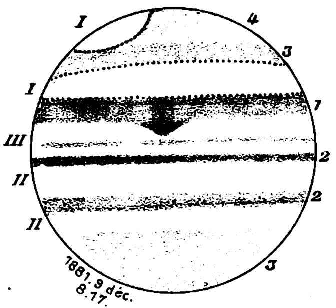
Digitized by Google

Digitized by Google

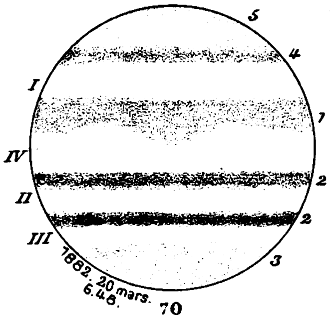


Digitized by Google

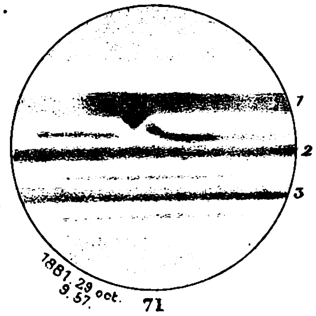
Digitized by Google



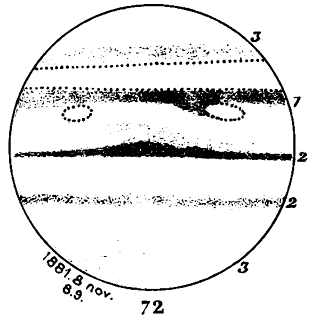
69
222°0



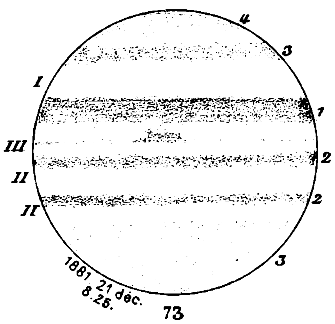
70
227°3



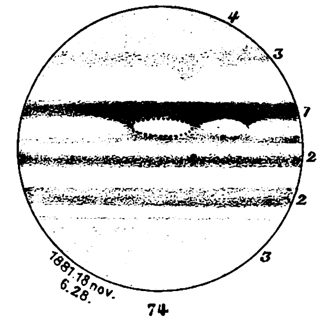
71
230°5



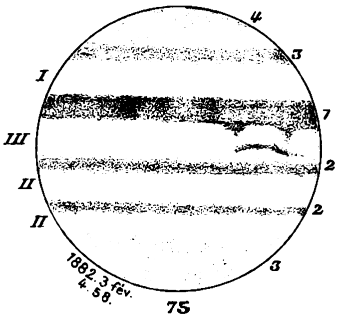
72
230°8



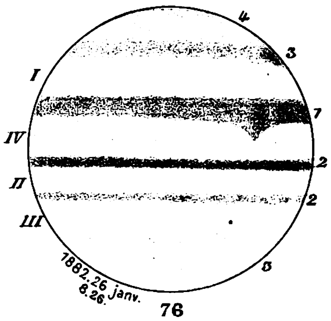
73
232°0



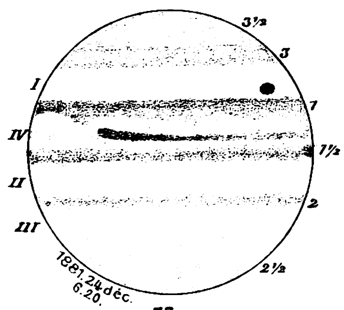
74
235°3



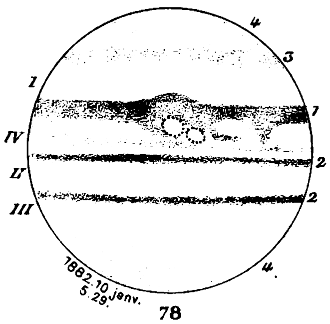
75
242°2



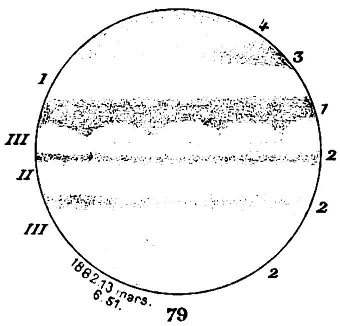
76
245°4



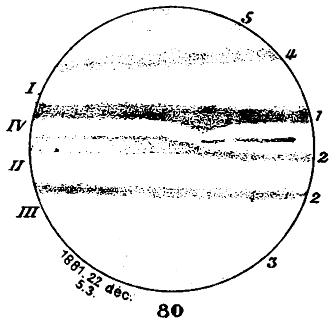
77
248°0



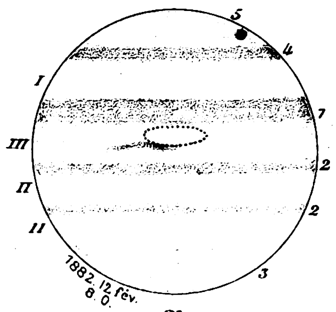
78
253°4



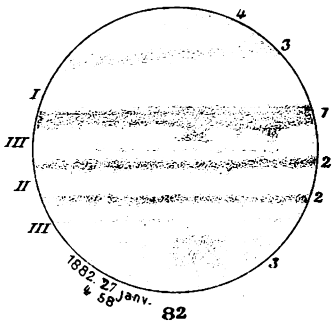
79
258°5



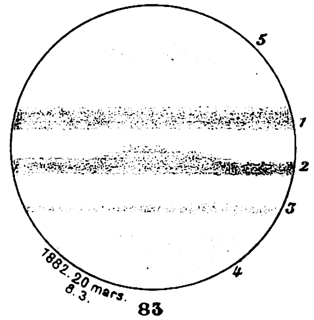
80
260°8



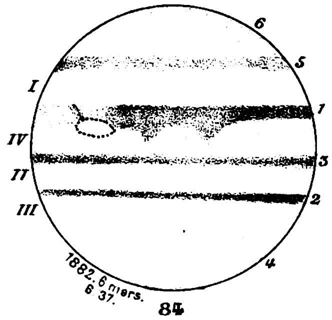
81
264°1



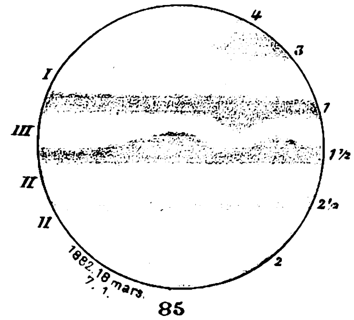
82
270°5



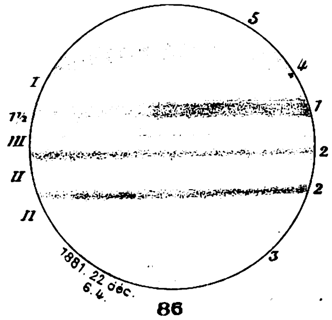
83
273°3



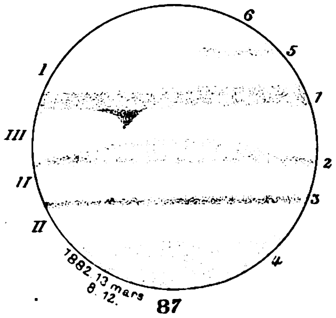
84
278°5



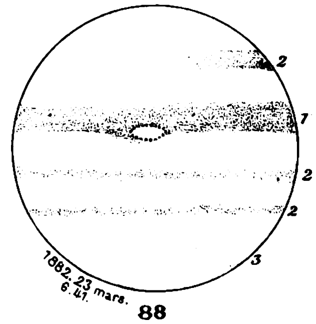
85
295°1



86
297°5



87
307°2



88
313°9

F. Terby ad nat. del. Lith. G. Severeyns.

Digitized by Google

Digitized by Google

SUR

CERTAINS DÉVELOPPEMENTS

EN SÉRIES;

PAR

J. DERUYTS,

DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUES ET MATHÉMATIQUES, ASSISTANT A L'UNIVERSITÉ DE LIÈGE.

(Mémoire présenté à la Classe des Sciences dans la séance du 7 mars 1885.)

Digitized by Google

Digitized by Google

SUR

CERTAINS DÉVELOPPEMENTS EN SÉRIES.

I.

Le développement d'une fonction en série se ramène, dans la plupart des cas, à la recherche d'intégrales définies.

Soit, en effet, une fonction $\varphi(x)$, développée en série suivant les fonctions $T_0(x)$, $T_1(x)$, ..., $T_n(x)$, ... de manière que l'on ait :

$$\varphi(x) = A_0T_0(x) + A_1T_1(x) + \cdots + A_nT_n(x) + \cdots, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

A_0, A_1, ..., A_n, ... étant des constantes.

Ordinairement, il existe une fonction $\psi_n(x)$ telle que l'intégrale $\int \psi_n(x)T_p(x)dx$, prise le long d'un certain contour ou entre certaines limites, est nulle, excepté dans le cas de $p = n$: la série (1) étant, du reste, convergente dans tout le champ d'intégration. On déterminera, par suite, la constante A_n au moyen de la formule

$$A_n = \frac{\int \varphi(x)\psi_n(x)dx}{\int T_n(x)\psi_n(x)dx}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

les intégrales étant relatives au champ d'intégration dont il s'agit.

Cette méthode est employée pour les développements en séries, suivant les puissances de la variable ou suivant les polynômes X_n de Legendre; elle l'est également, dans le cas des séries trigonométriques.

Digitized by Google

Au moyen des intégrales définies qui expriment les valeurs des constantes A_n, on peut établir des relations entre les séries

$$\varphi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n T_n(x)$$

et

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n,$$

supposées convergentes.

Soient, en effet :

$$\int_c^d \psi_n(x) T_n(x) dx = 1, \quad \ldots \quad (3)$$

$$\int_c^d \psi_n(x) T_p(x) dx = 0; \quad \ldots \quad (4)$$

nous aurons, d'après la formule (2) :

$$A_n = \int_c^d \varphi(x) \psi_n(x) dx,$$

puis,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n z^n = \sum_0^{\infty} z^n \int_c^d \varphi(x) \cdot \psi_n(x) dx$$

ou

$$f(z) = \int_c^d \Psi(z, x) \varphi(x) dx, \quad \ldots \quad (5)$$

en posant :

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n \psi_n(x) = \Psi(z, x). \quad \ldots \quad (6)$$

Réciproquement, on peut, au moyen de $f(x)$, trouver l'expression de $\varphi(x)$ sous forme d'intégrale définie.

En effet, les fonctions $T_n(x)$ sont en général de la forme

$$\int_{a_1}^{b_1} dv_1 \int_{a_2}^{b_2} dv_2 \ldots \int_{a_p}^{b_p} dv_p \lambda(x, v_1, v_2 \ldots) \theta^n(x, v_1, v_2 \ldots);$$

Digitized by Google

nous écrirons, pour abréger :

$$T_n(x) = \int_{a_p}^{b_p} \dots \lambda(x, v_p)\, \theta^n(x, v_p) dv_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Cette dernière formule donne :

$$\varphi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n T_n(x) = \sum_{0}^{\infty} A_n \int_{a_p}^{b_p} \dots \lambda(x, v_p) \theta^n(x, v_p) dv_p .$$

Presque toujours, on peut remplacer la série des intégrales par l'intégrale de la série; par suite

$$\varphi(x) = \int_{a_p}^{b_p} \dots \lambda(x, v_p) f\big[\theta(x, v_p)\big] dv_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Cette valeur de $\varphi(x)$, substituée dans l'équation (5), conduit à la relation :

$$f(z) = \int_{c}^{d} dx \int_{a_p}^{b_p} \dots \lambda(x, v_p) f\big[\theta(x, v_p)\big] \Psi(z, x) dv_p . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Les considérations précédentes montrent encore que la fonction

$$F_1(x) = \int_{a_p}^{b_p} \dots \lambda(x, v_p) F\big[\theta(x, v_p)\big] dv_p$$

est la seule qui donne :

$$F(z) = \sum_{0}^{\infty} A_n z^n = \int_{c}^{d} \Psi(z, x) F_1(x) dx ,$$

entre les limites de convergence de la série

$$\Psi(z, x) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \psi_n(x), \dots (c \lessgtr x \lessgtr d).$$

De plus, les relations obtenues entre les fonctions $f(x)$ et $\varphi(x)$ permettent de déterminer certaines intégrales définies, quand ces fonctions sont connues.

Digitized by Google

Les fonctions $T_n(x)$ et $\psi_n(x)$ donnent encore, d'une autre manière, des valeurs d'intégrales définies et des sommations de séries.

Soient en effet, en séries convergentes pour les valeurs de x comprises entre c et d :

$$F(x) = A_0T_0(x) + A_1T_1(x) + \cdots + A_nT_n(x) + \cdots,$$
$$G(x) = B_0\psi_0(x) + B_1\psi_1(x) + \cdots + B_n\psi_n(x) + \cdots;$$

on aura, par les équations (3) et (4) :

$$\int_c^d F(x) \cdot G(x)dx = A_0B_0 + A_1B_1 + \cdots + A_nB_n + \cdots \quad (10)$$

Désignons par F_n une fonction de la forme

$$a_0T_0(x) + a_1T_1(x) + \cdots + a_nT_n(x),$$

et représentons par $\mathcal{G}$ et par f_n les fonctions

$$A_0\psi_0(x) + A_1\psi_1(x) + \cdots + A_n\psi_n(x) + \cdots,$$
$$a_0\psi_0(x) + a_1\psi_1(x) + \cdots + a_n\psi_n(x),$$

conjuguées de F et de F_n.

On peut, au moyen de la formule (10), déterminer la fonction F_n par la condition que l'intégrale

$$\int_c^d [F - F_n][\mathcal{G} - f_n]dx$$

soit un minimum.

En effet, on a, pour valeur de cette intégrale :

$$(A_0 - a_0)^2 + (A_1 - a_1)^2 + \cdots + (A_n - a_n)^2 + A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2 + \cdots$$

La condition du minimum exige, par suite, que $F_n(x)$ soit la somme des $n + 1$ premiers termes du développement de $F(x)$, suivant les fonctions T_n.

Digitized by Google

II.

Les résultats précédemment obtenus se généralisent pour les fonctions de plusieurs variables.

Soit, en effet,

$$f(x, x_1, \cdots) = \sum A_{n, n', \ldots} U_{n, n', \ldots}(x, x_1, \ldots);$$

on détermine ordinairement les coefficients $A_{n, n', \ldots}$, au moyen de fonctions $V_{n, n', \ldots}(x, x_1, \ldots)$ telles que :

$$\int\int_L \cdots U_{n, n', \ldots} V_{n, n', \ldots} dx dx_1 \cdots = 1,$$

$$\int\int_L \cdots U_{n, n', \ldots} V_{m, m', \ldots} dx dx_1 \cdots = 0,$$

la lettre L indiquant les limites d'intégration.

Si les séries

$$f = \sum A_{n, n', \ldots} U_{n, n', \ldots},$$

$$g = \sum B_{n, n', \ldots} V_{n, n', \ldots},$$

sont convergentes entre les limites représentées par L, on a :

$$\int\int_L \cdots f . g . dx dx_1 \cdots = \sum A_{n, n', \ldots} B_{n, n', \ldots} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Dans le cas de $B_{n, n', \ldots} = z^n z_1^{n'} \ldots$, on aura, par la dernière égalité, la valeur de $\sum A_{n, n', \ldots} z^n z_1^{n'} \ldots$, connaissant celle de $\sum A_{n, n', \ldots} U_{n, n', \ldots}$.

D'un autre côté, si l'on considère la fonction génératrice des quantités $U_{n, n', \ldots}$, on pourra, au moyen du théorème de Cauchy, remplacer $U_{n, n', \ldots}$ par une intégrale définie. La série $\sum A_{n, n', \ldots} U_{n, n', \ldots}$ se déduira ensuite de $\sum A_{n, n', \ldots} z^n z_1^{n'} \ldots$, comme dans le cas d'une seule variable.

Digitized by Google

Soient

$$\mathcal{F} = \sum A_{n,n',\ldots} V_{n,n',\ldots},$$

$$f_l = \sum a_{n,n',\ldots} U_{n,n',\ldots}, (n + n' + \cdots \leqq l),$$

$$\mathcal{F}_l = \sum a_{n,n',\ldots} V_{n,n',\ldots}, (n + n' + \cdots \leqq l);$$

on trouve, en appliquant la formule (11), que la fonction

$$f_l = \sum A_{n,n'\ldots} U_{n,n',\ldots}, (n + n' + \cdots \leqq l)$$

rend minimum l'intégrale

$$\int\int_L \cdots [f - f_l][\mathcal{F} - \mathcal{F}_l] dx dx_1 \ldots .$$

III.

Considérons en particulier les fonctions $T_n(x)$, pour lesquelles on a :

$$\psi_n(x) = \alpha_n \psi(x) T_n(x), \quad \ldots \quad (12)$$

α_n étant une constante.

Il sera possible de déterminer la fonction $F_1(x)$ par la condition :

$$F(z) = \int_c^d F_1(x)\psi(x)\mathfrak{E}(x, z)dx, \quad \ldots \quad (13)$$

entre les limites de convergence de la série

$$\mathfrak{E}(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n T_n(x) \cdot z^n, (c \leqq x \leqq d),$$

les quantités b_n étant des constantes.

Soient, en effet :

$$F_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n T_n(x),$$

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n;$$

Digitized by Google

on aura, par l'équation (10) appliquée au cas actuel,

$$\int_c^d F_1(x)\psi(x)\mathfrak{C}(x,z)dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n b_n z^n}{\alpha_n}.$$

On déduit de là et de l'équation (13):

$$A_n = \frac{a_n \alpha_n}{b_n};$$

si donc l'on pose :

$$f_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n \alpha_n}{b_n} x^n,$$

on obtiendra, par la formule (8) :

$$F_1(x) = \int_{a_p}^{b_p} \ldots \lambda(x, v_p) f_1[\theta(x, v_p)] dv_p \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

IV.

Prenons pour exemple le cas où les fonctions $T_n(x)$ sont les quantités $G_{\gamma, n}(x)$, définies par l'égalité :

$$\frac{1}{(1 - 2zx + z^2)^{\gamma}} = \sum_{n=0}^{\infty} G_{\gamma, n}(x) \frac{\Gamma(n + 2\gamma)}{\Gamma(n + 1)} z^n \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

On a, comme généralisation de la formule de Jacobi, relative aux polynômes X_n de Legendre :

$$G_{\gamma, n}(x) = \frac{1}{2^{2\gamma-1}\Gamma^2(\gamma)} \int_0^{\pi} \sin^{2\gamma-1}\omega (x \pm \sqrt{x^2 - 1}\cos\omega)^n d\omega.$$

Il résulte de la comparaison de cette formule avec l'équation (7) :

$$a_1 = 0, \quad b_1 = \pi,$$

$$\lambda(x, v_p) = \frac{1}{2^{2\gamma-1}\Gamma^2(\gamma)} \sin^{2\gamma-1} v_1,$$

$$\theta(x, v_p) = x \pm \sqrt{x^2 - 1}\cos v_1.$$

Digitized by Google

L'égalité (8) donne par suite, si l'on pose

$$\varphi_\gamma(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n G_{\gamma,n}(x) : \quad \ldots \quad (16)$$

$$\varphi_\gamma(x) = \frac{1}{2^{2\gamma-1}\Gamma^2(\gamma)} \int_0^\pi \sin^{2\gamma-1}\omega f(x \pm \sqrt{x^2-1}\cos\omega)\,d\omega \quad \ldots \quad (17)$$

Pour appliquer l'équation (5) au cas actuel, nous ferons :

$$c = -1, \quad d = +1,$$

$$\psi_n(x) = \frac{n+\gamma}{2^{2\gamma-1}} \frac{\Gamma(n+2\gamma)}{\Gamma(n+1)} \frac{\Gamma^2(2\gamma)}{\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)} G_{n,\gamma}(x)(1-x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}};$$

on a, en effet :

$$\left.\begin{aligned} &\int_{-1}^{+1} G_{\gamma,n}(x\, G_{\gamma,m}(x) \cdot (1-x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}} dx = 0, \\ &\int_{-1}^{+1} [G_{\gamma,n}(x)]^2 (1-x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}} dx = \frac{2^{2\gamma-1}}{n+\gamma} \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+2\gamma)} \frac{\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)}{\Gamma^2(2\gamma)}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (18)$$

On trouve facilement, en tenant compte de l'équation (15) :

$$\Psi(z,x) = \sum_0^\infty \psi_n(x) z^n = \frac{\gamma\Gamma^2(2\gamma)}{2^{2\gamma-1}\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)} (1-x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}} \frac{1-z^2}{(1-2zx+z^2)^{\gamma+1}};$$

par suite, la formule (5) devient :

$$\frac{f(z)}{1-z^2} = \frac{\gamma\Gamma^2(2\gamma)}{2^{2\gamma-1}\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)} \int_{-1}^{+1} \frac{(1-x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}}}{(1-2zx+z^2)^{\gamma+1}} \varphi_\gamma(x)\,dx \quad \ldots \quad (19)$$

La combinaison des égalités (17) et (19) donne :

$$\varphi(x) = \frac{\gamma\Gamma^2(2\gamma)}{4^{2\gamma-1}\Gamma^2(\gamma)\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)} \int_{-1}^{+1} dy \int_0^\pi \frac{(1-\xi^2)(1-y^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}}}{(1-2\xi y+\xi^2)^{\gamma+1}} \varphi(y)\sin^{2\gamma-1}\omega\,d\omega, \quad \ldots \quad (20)$$

Digitized by Google

si l'on pose, pour abréger :

$$\xi = x \pm \sqrt{x^2 - 1}\cos\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Dans les formules (13) et (14), faisons :

$$\psi(x) = (1 - x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}}, \quad \alpha_n = \frac{n+\gamma}{2^{2\gamma-1}} \frac{\Gamma(n+2\gamma)}{\Gamma(n+1)} \frac{\Gamma^2(2\gamma)}{\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)},$$

$$c = -1, \quad d = +1,$$

$$\mathfrak{G}(x, z) = \frac{1}{(1 - 2zx + z^2)^\gamma} = \sum_0^\infty G_{\gamma,n}(x) \frac{\Gamma(n+2\gamma)}{\Gamma(n+1)} z^n;$$

et par conséquent,

$$b_n = \frac{\Gamma(n+2\gamma)}{\Gamma(n+1)};$$

nous aurons :

$$f_1(x) = \frac{\Gamma^2(2\gamma)}{2^{2\gamma-1}\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)} \sum_0^\infty (n+\gamma)\, a_n x^n,$$

et, d'après l'égalité

$$F(z) = \sum_0^\infty a_n z^n,$$

$$f_1(x) = \frac{\Gamma^2(2\gamma)}{2^{2\gamma-1}\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)} \left\{\gamma F(x) + x \frac{d}{dx} F(x)\right\}.$$

De là résulte l'équivalence des relations :

$$F(z) = \int_{-1}^{+1} \frac{(1 - x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}}}{(1 - 2zx + z^2)^\gamma} F_1(x)\, dx, \quad (z^2 < 1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

$$F_1(x) = \left[\frac{\Gamma(2\gamma)}{2^{2\gamma-1}\Gamma(\gamma)\Gamma\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)}\right]^2 \int_0^\pi \sin^{2\gamma-1}\omega \left\{\gamma F(\xi) + \xi \frac{dF(\xi)}{d\xi}\right\} d\omega \quad . \quad . \quad (23)$$

La combinaison des deux dernières formules donne, pour les valeurs de z comprises entre -1 et $+1$:

$$F(z) = \left[\frac{\Gamma(2\gamma)}{2^{2\gamma-1}\Gamma(\gamma)\Gamma\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)}\right]^2 \int_0^\pi d\omega \int_{-1}^{+1} dx \frac{(1-x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}}}{(1-2zx+z^2)^\gamma} \left\{\gamma F(\xi) + \xi \frac{dF(\xi)}{d\xi}\right\} \sin^{2\gamma-1}\omega \quad . \quad (24)$$

Digitized by Google

Si l'on prend

$$\gamma = 1, \quad zF(z) = \chi(z),$$

on a, par l'équation (24) :

$$\chi(z) = \frac{z}{\pi\sqrt{-1}} \int_{-1}^{+1} \frac{\chi\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) - \chi\left(x - \sqrt{x^2-1}\right)}{1 - 2zx + z^2} dx.$$

En remplaçant $\chi(z)$ par $f(z) - f(o)$, on déduit facilement de là l'intégrale définie bien connue :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{z \sin 2x}{1 - 2z\cos 2x + z^2} \frac{f\left(e^{2x\sqrt{-1}}\right) - f\left(e^{-2x\sqrt{-1}}\right)}{2\sqrt{-1}} dx = \frac{\pi}{4}\left\{f(z) - f(o)\right\}, \quad (z < 1). \quad (25)$$

Comme application de la formule (19), soit

$$\varphi_{\frac{1}{2}}(x) = -1 + \frac{3}{1.2} G_{\frac{1}{2},1}(x) + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)} G_{\frac{1}{2},n}(x) + \cdots;$$

observant que $G_{\frac{1}{2},n}(x)$ est le $n^{\text{ième}}$ polynôme de Legendre, on a :

$$\varphi_{\frac{1}{2}}(x) = \sum_0^\infty (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} X_n = l\frac{1+x}{2}.$$

D'ailleurs,

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right) l(1+x) = -1 + \frac{3}{1.2} x + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)} x^n + \cdots.$$

Ces valeurs, substituées dans l'équation (19), donnent :

$$\int_{-1}^{+1} \frac{dx}{(1 - 2zx + z^2)^{\frac{3}{2}}} l\frac{1+x}{2} = \frac{-2}{z(1+z)} l(1+z) \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

De même, on peut poser :

$$f(x) = \frac{1}{1-kx}, \quad \varphi_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - 2kx + k^2}}, \quad (k < 1),$$

d'où :

$$\frac{2}{(1-z^2)(1-kz)} = \int_{-1}^{+1} \frac{dx}{(1 - 2zx + z^2)^{\frac{3}{2}}\sqrt{1 - 2kx + k^2}}, (k^2 < 1). \quad \ldots \quad (27)$$

Digitized by Google

Dans le cas de $\gamma = \frac{1}{2}$, on peut mettre $\varphi_\gamma(x)$ sous une forme différente de celle de l'équation (17).

D'après une formule de M. Catalan (*), on a :

$$G_{\frac{1}{2},n}(x) = X_n = \frac{2}{\pi} \cdot R \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\cos t)^n (x\cos t + i\sin t)^n dt, \quad \ldots\ldots \quad (28)$$

le symbole R indiquant qu'il faut seulement considérer la partie réelle de l'intégrale.

On a, par suite :

$$\varphi_{\frac{1}{2}}(x) = \sum_0^\infty A_n X_n = \frac{2}{\pi} \sum_0^\infty A_n \cdot R \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\cos t)^n \left(x\cos t + i\sin t\right)^n dt,$$

ou bien :

$$\varphi_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{2}{\pi} R \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(2x\cos^2 t + i\sin 2t\right) dt, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

à condition que la fonction $f(z) = \sum_0^\infty A_n z^n$ ne soit pas discontinue, pour des valeurs de z, dont le module est inférieur à 2.

La formule (19) conduit encore à l'égalité :

$$\frac{\pi f(z)}{1-z^2} = R \cdot \int_{-1}^{+1} dx \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f\{2x\cos^2 t + i\sin 2t\}}{(1 - 2zx + z^2)^{\frac{3}{2}}} dt. \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

V.

Considérons une classe importante de fonctions $T_n(x)$, définies par l'égalité :

$$e^{-\frac{a}{2}(z+h)^2} = e^{-\frac{a}{2}z^2} \left\{ T_0(x) + \frac{h}{1} T_1(x) + \cdots + \frac{h^n}{1.2\ldots n} T_n(x) + \cdots \right\}, \quad \ldots \quad (31)$$

a étant une quantité positive.

(*) *Mémoire sur les fonctions* X_n *de Legendre* (Mémoires de l'Académie royale de Belgique, t. XXI).

Digitized by Google

Ces fonctions, que nous désignerons par $U_n(x)$, sont des polynômes de degré n : leurs propriétés ont été étudiées par M. Hermite (*).

D'après l'équation (31), on a :

$$U_n(x) = e^{\frac{ax^2}{2}} \frac{d^n}{dx^n}\left[e^{-\frac{ax^2}{2}}\right];$$

on déduit de là, au moyen de la formule de Cauchy :

$$\frac{U_n(x)}{\Gamma(n+1)} = \frac{e^{\frac{ax^2}{2}}}{2i\pi}\int_c \frac{e^{-\frac{a}{2}z^2}dz}{(z-x)^{n+1}},$$

c désignant un contour entourant le point représenté par $z = x$, et décrit par la variable imaginaire z. Prenons pour ce contour un cercle, dont le centre soit x et le rayon égal à l'unité; nous aurons :

$$z = x + e^{i\varphi},$$

$$\frac{U_n(x)}{\Gamma(n+1)} = \frac{e^{\frac{ax^2}{2}}}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{-ni\varphi}\, e^{-\frac{a}{2}\left(x+e^{i\varphi}\right)^2} d\varphi;$$

et, en remplaçant $\Gamma(n+1)$ par sa valeur en intégrale définie :

$$U_n(x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} (e^{-i\varphi}v)^n e^{-v-\frac{a}{2}e^{2i\varphi}-axe^{i\varphi}} dv \quad \ldots\ldots (32)$$

La comparaison des formules (7) et (32) donne :

$$\lambda(x, v_1, v_2) = \frac{1}{2\pi} e^{-v_2-\frac{a}{2}e^{2iv_1}-axe^{iv_1}},$$

$$\theta(x, v_1, v_2) = e^{-iv_1 v_2},$$

$$a_1 = 0, \quad b_1 = 2\pi, \quad a_2 = 0, \quad b_2 = \infty.$$

De plus, à cause des relations :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{a}{2}x^2}\left[U_n(x)\right]^2 dx = \sqrt{\frac{2\pi}{a}}\,\Gamma(n+1)a^n,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{a}{2}x^2} U_n(x)U_m(x)dx = 0,$$

(*) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, année 1864, 1er semestre.

Digitized by Google

on a :

$$\psi_n(x) = \frac{U_n(x)}{a^n \Gamma(n+1)} \sqrt{\frac{a}{2\pi}} e^{-\frac{a}{2}x^2},$$

$$c = -\infty, \quad d = +\infty,$$

$$\Psi(z, x) = \sum_0^\infty \psi_n(x) z^n = \sqrt{\frac{a}{2\pi}} e^{-\frac{a}{2}\left(x+\frac{z}{a}\right)^2}.$$

Posons :

$$f(x) = \sum_0^\infty A_n x^n,$$

$$H(x) = \sum_0^\infty A_n U_n(x);$$

en supposant ces séries convergentes de $x = -\infty$ à $x = +\infty$, nous aurons, par les équations (5) et (8) :

$$f(z) = \sqrt{\frac{a}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{a}{2}\left(x+\frac{z}{a}\right)^2} H(x)dx, \quad \ldots \quad (33)$$

$$H(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dv_1 \int_0^\infty dv_2 e^{-v_2 - \frac{a}{2}e^{2iv_1} - axe^{iv_1}} f[e^{-iv_1}v_2] \quad \ldots \quad (34)$$

Ces deux dernières formules peuvent être considérées comme résolvant un problème d'inversion d'intégrales définies.

VI.

Les relations indiquées plus haut (I) entre les fonctions $T_n(x)$ et $\psi_n(x)$ montrent que, si les séries

$$F(x) = \sum A_n U_n(x),$$

$$F_1(x) = \sum B_n U_n(x),$$

sont convergentes de $x = -\infty$ à $x = +\infty$, on a :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{ax^2}{2}} F(x)F_1(x)dx = \sqrt{\frac{2\pi}{a}} \sum \Gamma(n+1) A_n B_n a^n \quad \ldots \quad (35)$$

Digitized by Google

De plus, le polynôme P_n de degré n, pour lequel l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{ax^2}{2}} [F(x) - P_n]^2 \, dx$$

est minimum, est la somme $S_n = \sum_{p=0}^{n} A_p U_p(x)$ des n premiers termes du développement de $F(x)$, suivant les fonctions $U_n(x)$.

Pour obtenir la valeur de cette somme S_n, nous nous servirons de la relation connue :

$$U_{n+1}(x) + axU_n(x) + anU_{n-1}(x) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

Si nous désignons $U_n(x)$ par U_n et $U_n(y)$ par V_n, nous aurons par suite :

$$U_{n+1} + axU_n + anU_{n-1} = 0,$$
$$V_{n+1} + ayV_n + anV_{n-1} = 0;$$

puis

$$U_{n+1}V_n - U_nV_{n+1} + a(x-y)U_nV_n - an(U_nV_{n-1} - U_{n-1}V_n) = 0,$$

ou bien, en posant :

$$H_n(x,y) = \frac{U_nV_{n+1} - V_nU_{n+1}}{x-y}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

$$H_n(x,y) = aU_nV_n + anH_{n-1}(x,y).$$

De là résulte, par le changement de n en $n-1, \ldots, n-p, \ldots$:

$$H_{n-1}(x,y) = aU_{n-1}V_{n-1} + a(n-1)H_{n-2}(x,y),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$H_{n-p}(x,y) = aU_{n-p}V_{n-p} + a(n-p)H_{n-p-1}(x,y),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

L'élimination de $H_{n-1}, \ldots, H_{n-p}, \ldots$ entre ces égalités conduit, après quelques réductions, à la formule :

$$\frac{H_n(x,y)}{a\Gamma(n+1)} = \sum_{p=0}^{n} \frac{a^p U_{n-p}V_{n-p}}{\Gamma(n-p+1)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

Digitized by Google

L'application de la formule (35) au cas de $F_1(x) = \frac{H_n(x,y)}{a\Gamma(n+1)}$ donne :

$$\sum_{p=0}^{n} A_{n-p} V_{n-p} = \sqrt{\frac{1}{2\pi a}} \frac{1}{a^n \Gamma(n+1)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{ax^2}{2}} F(x) H_n(x,y) dx;$$

on pourra donc écrire :

$$\sum_{p=0}^{n} A_{n-p} U_{n-p} = \sqrt{\frac{1}{2\pi a}} \frac{1}{a^n \Gamma(n+1)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{ay^2}{2}} F(y) H_n(x,y) dy \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

Telle est la valeur de la somme S_n des n premiers termes du développement de $F(x)$, suivant les fonctions $U_n(x)$.

Semblablement, soient

$$f(x) = a_0 G_{\gamma,0}(x) + a_1 G_{\gamma,1}(x) + \cdots + a_n G_{\gamma,n}(x) + \cdots,$$
$$f_1(x) = b_0 G_{\gamma,0}(x) + b_1 G_{\gamma,1}(x) + \cdots + b_n G_{\gamma,n}(x) + \cdots,$$

on a :

$$\frac{\Gamma^2(2\gamma)}{2^{2\gamma-1}\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)} \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}} f(x) f_1(x) dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+\gamma} \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+2\gamma)} a_n b_n \quad . \quad (40)$$

Le polynôme du degré n, qui rend minimum l'intégrale

$$\int_{-1}^{+1} [F(x) - P_n)]^2 (1-x^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}} dx,$$

est :

$$S'_n = \sum_{p=0}^{n} a_p G_{\gamma,p}(x).$$

Aux formules (36), (38) et (39) correspondent les suivantes :

$$(n+2\gamma) G_{n+1} - 2(n+\gamma) x G_n + n G_{n-1} = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\Gamma(n+2\gamma+1)}{\Gamma(n+1)} L_n = \sum_{p=0}^{n} (n+\gamma-p) \frac{\Gamma(n-p+2\gamma)}{\Gamma(n-p+1)} G_{n-p} K_{n-p}, \quad . \quad . \quad (42)$$

$$S'_n = \sum_{p=0}^{n} a_p G_p = \frac{\Gamma^2(2\gamma)\Gamma(n+2\gamma+1)}{2^{2\gamma}\Gamma^2\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)\Gamma(n+1)} \int_{-1}^{+1} (1-y^2)^{\frac{2\gamma-1}{2}} f(y) L_n dy, \quad . \quad . \quad (43$$

Digitized by Google

dans lesquelles on a :

$$G_{n,\gamma}(x) = G_n, \quad G_{n,\gamma}(y) = K_n,$$
$$L_n = \frac{G_{n+1}K_n - K_{n+1}G_n}{x-y}.$$

Remarque. — On déduit facilement des équations (35) et (39) la formule :

$$\sum_{p=0}^{n} \Gamma(p+1)A_pB_pa^p = \frac{1}{2\pi a^n \Gamma(n+1)} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{a}{2}(x^2+y^2)} F(y)F_1(x)H_n\,dxdy.$$

On a de même, par les relations (40) et (43) :

$$\sum_{p=0}^{n} \frac{1}{p+\gamma}\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p+2\gamma)} a_pb_p = \frac{\Gamma^4(2\gamma)\Gamma(n+2\gamma+1)}{2^{4\gamma-1}\Gamma^4\left(\frac{2\gamma+1}{2}\right)\Gamma(n+1)} \int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1} \left[(1-x^2)(1-y^2)\right]^{\frac{2\gamma-1}{2}} f(x)f_1(y)L\,dxdy.$$

Digitized by Google

OBSERVATIONS

DES

SURFACES DE JUPITER ET DE VÉNUS

FAITES EN 1884 ET EN 1885

A L'INSTITUT ASTRONOMIQUE ANNEXÉ A L'UNIVERSITÉ DE LIÈGE,

PAR

L. DE BALL,

DOCTEUR EN PHILOSOPHIE.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 6 juin 1885.)

Digitized by Google

Digitized by Google

OBSERVATIONS

DES

SURFACES DE JUPITER ET DE VÉNUS.

Les observations suivantes ont été faites au moyen du réfracteur de l'institut astronomique annexé à l'Université de Liège, à Ougrée. Ce réfracteur est l'œuvre des MM. Cooke *and* Sons à York. L'ouverture de l'objectif est de 10 pouces anglais. Les images que donne la lunette sont excellentes, comme j'ai pu le constater maintes fois dans de bonnes conditions atmosphériques et en employant de forts grossissements. Malheureusement il est très difficile de dessiner tout ce que l'on voit; il est difficile, surtout, de rendre les nombreuses nuances de clarté et il faudrait un dessinateur très habile pour fournir une image parfaite. Néanmoins j'espère que mes quelques esquisses de Jupiter ne seront pas tout à fait dépourvues d'intérêt. Faisons remarquer que dans nos dessins nous avons laissé de côté tout ce qui nous paraissait plus ou moins douteux. Les dessins représentent la planète renversée, telle qu'on la voit dans la lunette astronomique. Ordinairement chaque observation est accompagnée de l'indication du temps moyen de l'observation et du grossissement employé.

Digitized by Google

JUPITER.

Mes observations de Jupiter commencent le 27 février 1884. A partir de cette date jusqu'au 19 mars j'ai fait plusieurs esquisses; les ayant considérées cependant comme des dessins préparatoires, je les ai laissées de côté.

1884, 19 mars, 8^h15^m-8^h30^m; gross. 365. — La bande *c* fort sombre, présentant dans la moitié gauche deux traînées claires, qui n'en forment probablement qu'une seule. La bande *b* se compose de deux parties : au-dessous du milieu de la supérieure un petit nuage très clair. Entre *b* et *c* deux chaînes de nuages brillants [1]. Au-dessus de la bande *a* il y a d'abord une zone terne, puis une chaîne de très petits nuages clairs.

20 mars, 8^h10^m; gross. 320. — Deux traînées brillantes dans *c*. Immédiatement en dessous de *c,* à une distance du bord gauche du disque que l'on peut évaluer à 0.3 du diamètre équatorial, un petit nuage fortement lumineux, accompagné d'autres nuages clairs, beaucoup moins lumineux cependant que le dernier. Le commencement de cette chaîne de nuages, comme presque toutes les autres chaînes, présente une courbure à convexité tournée vers le pôle inférieur et au milieu du disque elle touche à une bande qui vient du bord précédent de la planète et qui coïncide presque exactement avec le diamètre équatorial du disque. Cette bande va jusqu'au bord suivant de la planète et paraît être aussi le bord inférieur d'une chaîne de nuages émergeant de *c* un peu à droite du milieu. Le bord inférieur de *b* est dentelé; en dessous de *b,* à une courte distance seulement, se trouve une bande terne. On en trouve également une en dessous de *a*.

20 mars, 10^h40^m-11^h5^m. — La bande *b* et surtout la partie moyenne de *b* donnent l'aspect d'une grande quantité de gouttes d'un liquide sombre, pendantes à une barre. Au-dessous de *b* un grand nombre de très petits nuages ternes; au-dessus de *a* également une série de nuages, séparée de *a*

[1] Des chaînes semblables se sont présentées entre *b* et *c* chaque fois que j'ai observé Jupiter.

Digitized by Google

par une zone terne. La bande oblique en dessous de *a* offre un caractère nuageux très prononcé. Le petit arc de nuages au-dessus de *c* et le nuage isolé entre les bandes supérieures sont très remarquables. Le disque paraît être plus sombre près du pôle supérieur que près du pôle inférieur.

23 mars, 9^h7^m-37^m; gross. 320. — Jupiter terne entre *a* et *b,* mais il reste une ligne claire. En dessous de *a* une bande nuageuse, oblique.

23 mars, 11^h35^m-40^m; gross. 320. — *b* est rompue. Bien que les intervalles entre *b* et *a* et entre *a* et la bande au-dessous de *a* soient ternes, on distingue dans chacun une ligne claire.

28 mars, 7^h30^m-50^m; gross. 320 et 365. — L'image ressemble à la première de mars 23, 9^h7^m-37^m. On voit une énorme quantité de petits nuages. Mais les nuages au-dessous de *c,* qui auparavant — jusqu'au 30 mars environ — se présentaient comme de petits globules, ne sont plus aussi nets. Il ne reste plus que la forme du petit arc de nuages au-dessus de *c,* que l'on a vu mars 20 et 23; on ne distingue plus de petits nuages; aujourd'hui l'arc n'est qu'une bande courbe, uniforme et terne. Ce qu'il y a de plus remarquable, ce sont quatre taches fort sombres, qui se trouvent dans *c*. La première commence à la fin de la grande baie, un peu à gauche et en dessous du point d'où sort l'arc de nuages au-dessus de *c*. La distance entre le commencement de la première tache et la fin de la quatrième est presque exactement égale à un tiers du diamètre équatorial. La direction longitudinale des taches est presque perpendiculaire à la direction de *c*. (Si je puis m'en rapporter à mes souvenirs, les taches étaient plus larges au milieu qu'aux bouts inférieurs et supérieurs.) On voit aussi la traînée dans la moitié suivante de *c,* dessinée le 23 mars 9^h7^m-37^m; mais ce qui est étonnant, c'est que là où se trouvent la troisième et la quatrième tache, la traînée est fort terne, tandis qu'ailleurs elle est très brillante. Cependant là où se trouvent les deux premières taches, je ne puis voir sûrement une traînée, bien que j'en aie remarqué une le 23 mars et plus tard le 23 avril. Il est permis de conclure de ces observations que les quatre taches étaient des nuages situés au-dessus de la bande *c* et que l'on

Digitized by Google

voyait au travers de la troisième et de la quatrième les parties plus profondes de la planète. En faisant mouvoir la lunette et en tournant les oculaires, je me suis assuré que les taches ne provenaient pas de souillures des verres, comme je le supposais d'abord.

Le bord gauche du disque est d'un clair brillant, comme aussi le 23 mars et les jours suivants; la planète est déjà bien éloignée de l'opposition.

30 mars, 10^h25^m; gross. 365. — La bande *c* fort sombre à partir du milieu jusqu'au bord suivant. De *c* émanent trois chaînes de nuages, mais ces nuages paraissent beaucoup moins distincts qu'ils ne l'étaient les jours précédents. *b* est inclinée au diamètre équatorial. Près du pôle supérieur le disque paraît sombre.

31 mars, 8^h45^m; gross. 365. — La bande *c* offre un aspect très intéressant. La partie des nuages en dessous de *c,* qui est tournée vers le pôle supérieur, paraît plus claire que lors de la dernière observation.

13 avril, 9^h40^m.

14 avril, 8^h20^m.

4 mai, 8^h20^m environ; gross. 320. — On ne peut plus voir de traînées dans *c;* mais le long du bord inférieur, *c* se présente moins sombre qu'ailleurs. Tout le disque est peu clair, seulement la zone comprise entre *c* et les bandes au-dessus de *c* paraît brillante. La moitié précédente de *b* est terne, la moitié suivante est sombre et a la couleur connue brun rougeâtre. Dans cette partie suivante on distingue une série de nœuds assez sombres.

5 mai, 8^h40^m; gross. 365. La zone entre *c* et les bandes au-dessus de *c,* ainsi qu'une ligne de la zone *ab,* paraissent très claires par rapport aux autres parties du disque. Près du pôle supérieur Jupiter est bien sombre. Des nœuds sombres dans la moitié droite de *a* et à la partie gauche de la bande en dessous de *a.*

6 mai, 8^h10^m; gross. 365. — *c* beaucoup moins sombre que les jours précédents. Une bande oblique passe par *b* avec des nœuds oblongs et sombres.

17 mai, 9^h5^m; gross. 200. — Il existe sept bandes, dont une seule entre

Digitized by Google

a et *b* se trouve dans une situation oblique. La baie de *c* ne se présente plus aussi enfoncée qu'auparavant. *c* et *b* sont presque également sombres, tandis que précédemment *c* était beaucoup plus sombre que *b*. Aussi ne distingue-t-on plus une zone claire au-dessus de *c*. Deux traînées en *c*.

1885, 11 avril, 9^h5^m-20^m; gross. 320. — D'après mes souvenirs la bande *c* est plus claire que l'année précédente. Elle est divisée en deux bandes; dans la supérieure deux petites taches fort sombres, dont l'une est située en son milieu et l'autre formée par un point noir à gauche de la première. *b* a une structure granuleuse.

12 avril, 8^h32^m-42^m. — *c* se compose de deux bandes, mais la supérieure est extrêmement faible. *a* est granuleuse et brun rougeâtre à son extrémité gauche, partout ailleurs elle est uniforme, faible et sans couleur prononcée. En dessous de *b* une zone claire, assez étroite.

15 avril, 8^h44^m-51^m. — Au-dessus de *c* une couronne oblongue de petits nuages sombres. *a* et le bord sombre de la partie ombrée entre *b* et *a* sont obliques. En dessous de *b* une zone lumineuse.

Les mesures micrométriques [1] donnent pour les distances des milieux des bandes aux pôles inférieur et supérieur :

BANDE.	Distance au pôle inférieur.	Distance au pôle supérieur.	DISTANCES RÉDUITES à la distance moyenne D [log D = 0.7162] de Jupiter au Soleil. Distance au pôle inférieur.	Distance au pôle supérieur.
x	5".3	—	4".9	—
a	7.4	—	6.9	—
b	15.2	23".6	14.1	21".9
c (la partie la plus large)	23.9	—	22.2	—
y	29.5	—	27.4	—
Diamètre polaire	39.3	—	36.5	—

Log Δ = 0.6838; Δ est la distance entre Jupiter et la terre.

16 avril, 9^h27^m-35^m; gross. 320. — Le bord inférieur de *c*, depuis le

[1] Ordinairement les nombres donnés ne reposent que sur un seul pointage pour les angles de position et sur une seule mesure de la double distance. Les mesures ont été faites au moyen d'un micromètre filaire et en employant un grossissement de 430 fois.

Digitized by Google

milieu environ jusqu'au bord suivant du disque, fort sombre. La planète claire au-dessous de *b*. Les mesures micrométriques donnent :

BANDE.	Distance au pôle inférieur.	Distance au pôle supérieur.	DISTANCES RÉDUITES à la distance moyenne D [log D = 0.7162] de Jupiter au Soleil. Distance au pôle inférieur.	Distance au pôle supérieur.
b (milieu)	15".5	24".0	14".4	22".3
c —	23.3	16.2	21.7	15.1
Diamètre polaire	39.6	—	36.9	—

Log Δ = 0.6851.

18 avril, 8^h6^m-20^m; gross. 365. — Une partie de *c* au bord supérieur fort sombre; on remarque aussi plusieurs nœuds sombres dans la partie inférieure de *c*. Vers le milieu du disque et à gauche s'élèvent au-dessus de *b* deux taches d'un caractère nuageux. Le bord gauche de la tache qui se trouve au milieu est assez sombre; à partir de là la tache devient plus claire, mais il est difficile de reconnaître son extrémité. Sur la moitié droite du disque deux chaînes de nuages l'une sous l'autre. Situation oblique de *a* et de la plus grande partie de la seconde bande au-dessus de *c*. Des nœuds sombres en *a*. Les ombres de deux satellites sur le disque, pas dessinées.

22 avril, 7^h37^m. — *c* paraît, comme en avril 12, sous forme de double bande: une bande inférieure, fine et sombre, et au-dessus de celle-ci, à une petite distance, une bande extrêmement faible. *b* est tortueuse et double à son entrée. La zone polaire supérieure en grande partie couverte de flocons, la zone polaire inférieure uniformément ombrée.

BANDE.	Angles de position.	Distance au pôle supérieur.	Distances réduites à la distance moyenne de Jupiter au Soleil.
b	111°4	23".0	21".8
c (la bande inférieure) . .	111.6	16.9	16.0
Diamètre polaire	—	38.3	36.3

Log Δ = 0.6926.

Les angles de position sont comptés comme à l'ordinaire et se rapportent à la partie droite des bandes.

Digitized by Google

27 avril. — Le même hémisphère qu'en avril 15. On peut voir distinctement la couronne de petits nuages au-dessus de *c*; plus tard on voit aussi la partie sombre au bord supérieur de *c* (avril 18). Immédiatement au-dessous de *b* le disque paraît très clair, parfois il semble que cette bande claire soit formée par de petits nuages. Elle est bordée en bas par une ligne assez sombre. Situation oblique de *a*.

Voici les résultats des mesures micrométriques :

	Angles de position.	Distance au pôle inférieur.	Distance au pôle supérieur.	DISTANCES RÉDUITES à la distance moyenne de Jupiter au Soleil. Distance au pôle inférieur.	Distance au pôle supérieur.
Petit axe.	21°4	—	—	—	—
Bande au-dessous de *a* .	—	2:5	—	2:4	—
— *a*	108.4	7.6	—	7.5	—
— *b*	112.4	13.9	22:9	13.4	220:
— *c* (la partie large) .	115.5	22.7	14.9	21.8	14.3
Diamètre polaire . . .	—	37.2	—	35.8	—

$\text{Log}\,\Delta = 0.6992.$

Le nombre donné pour la bande au-dessous de *a* ne repose que sur une évaluation faite par rapport à la distance entre *a* et le pôle inférieur.

Il n'est pas sans importance de connaître les dessins qui représentent à peu près le même hémisphère. En fixant la valeur de la durée de la révolution de Jupiter à 9.924^h, on trouve qu'entre le 19 mars 8.3^h et le 23 mars 11.6^h, la planète a fait environ 10 révolutions, et entre le 19 mars 8.3^h et le 31 mars 8.7^h, environ 29 révolutions. En outre l'apparition de la baie dans *c* aux dates mars 20, mars 23, avril 13, mai 5 apprend que l'on a observé à peu près le même hémisphère.

Digitized by Google

VÉNUS.

1884, mars 13, 6^h; *mars 14,* 6^h30^m; *mars 18,* 6^h30^m; *avril 2,* 5^h10^m; *mai 10,* 7^h et 9^h; gross. 200-400. — Le bord précédent fort lumineux, plus loin une partie ombrée; le terminateur un peu plus clair que cette dernière partie.

16 mai, 23^h30^m-50^m; gross. 200 et 320. — Une partie ombrée commence vers le milieu du disque et se propage jusqu'au terminateur; l'obscurité a son maximum auprès du terminateur et il n'y a plus de partie plus claire le long du terminateur comme les jours précédents. Le terminateur paraît être un parfait arc de cercle.

17 mai, 6^h30^m; gross. 200, 320, 365. — Avec le grossissement 200 on croit voir au milieu du croissant une partie ombrée.

17 mai, 8^h30^m; gross. 200, 320. — La partie ombrée très distincte; l'obscurité croît jusqu'à la limite suivante de l'ombre; cette limite est à peu près droite, mais oblique par rapport à la ligne qui joint les cornes, et en outre elle s'approche plus de la corne inférieure que de la supérieure. Le milieu de l'ombre se rapproche plus du terminateur que du bord précédent de la planète. Près des deux cornes le terminateur a une courbure plus forte qu'ailleurs. On a remarqué cette particularité aussi à 6^h30^m et le 10 mai.

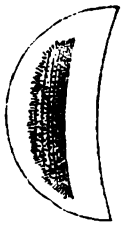
20 mai, 23^h30^m. — Vénus est peu claire auprès du terminateur; on ne peut pas voir d'ombre sur le croissant.

21 mai, 8^h; gross. 200. — A une distance de la corne inférieure égale au tiers du bord précédent compris entre les cornes de la planète, le limbe lumineux qui entoure ce bord paraît être plus étroit qu'ailleurs. Tout près du limbe lumineux commence une ombre. La limite suivante de cette ombre

Digitized by Google

passe à peu près par le milieu du croissant. Aussi à droite de cette limite Vénus est peu claire; le long du terminateur la clarté devient un peu plus grande.

22 mai, 9^h10^m; gross. 200. — L'ombre est distincte, la limite à droite assez rectiligne, la limite gauche forme un arc et se termine en pointes. Le milieu de la limite droite de l'ombre est situé à la moitié suivante du croissant, comme on le voit distinctement, et le milieu de l'ombre même est, contrairement à l'observation de mai 17, 8^h30^m, situé à la moitié précédente du croissant.

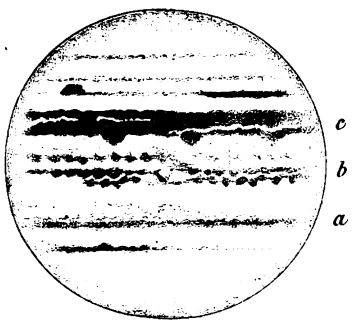


Outre les observations que je viens de communiquer, j'en ai encore fait plusieurs autres, surtout en vue de reconnaître si les changements de la partie ombrée ne fourniraient pas de données pour déterminer la durée de la révolution. Bien que je ne pense pas que les changements ci-dessus indiqués reposent uniquement sur une illusion, j'ai remarqué d'autres fois que pendant plusieurs heures il n'y avait aucun changement dans la position de cette ombre et alors je n'ai plus continué les observations.

Digitized by Google

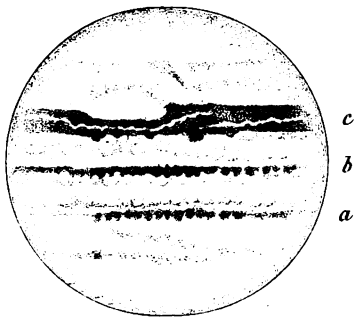
Digitized by Google

1.



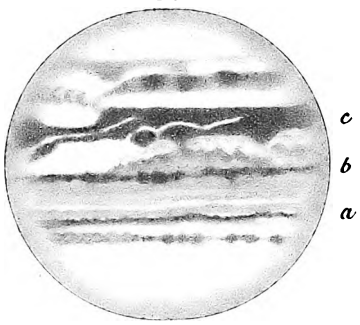
1884 Mars 19, 8^h15^m-8^h40^m

2.



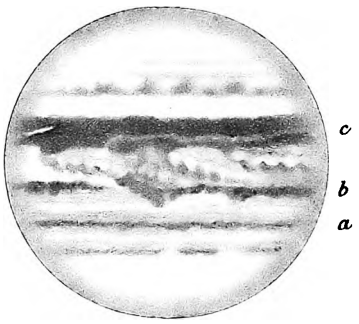
1884 Mars 20, 10^h40^m-11^h5^m

3.



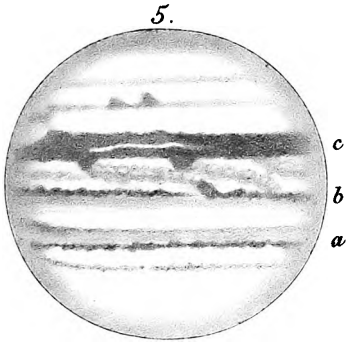
1884 Mars 23, 9^h7^m-9^h37^m

4.



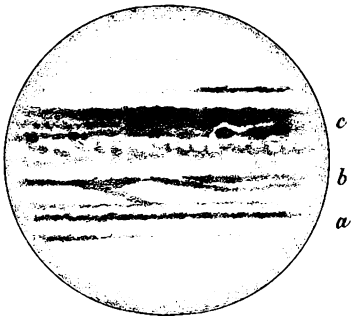
1884 Mars 23, 11^h35^m-11^h40^m

5.



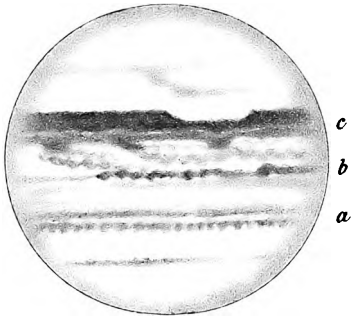
1884 Mars 30, 10^h25^m

6.



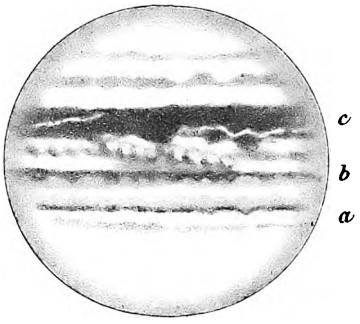
1884 Mars 31, 8^h45^m

7.



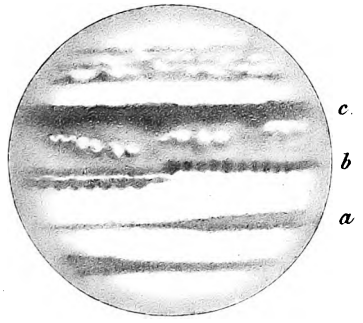
1884 Avril 13, 9^h40^m

8.



1884 Avril 14. 8^h20^m

9.

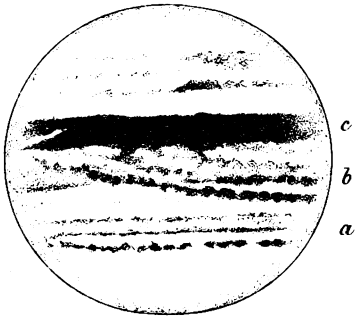


1884 Mai 4, 8^h20^m

10.

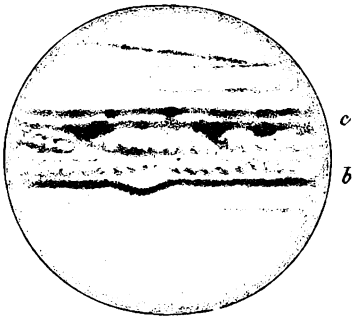
1884 Mai 5. 8^h40^m

11.



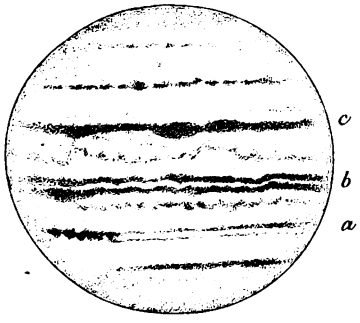
1884 Mai 6, 8^h10^m

12.



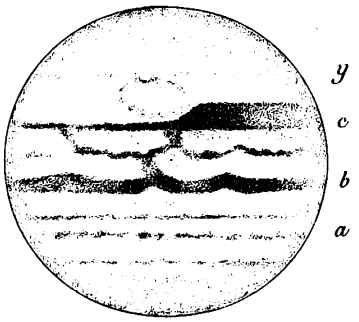
1885 Avril 11, 9^h5^m-9^h20^m

13.



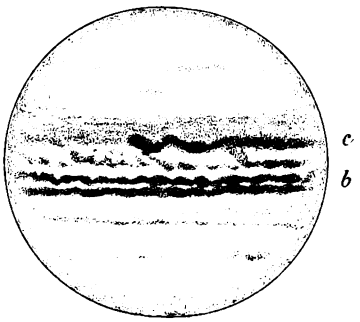
1885 Avril, 12, 8^h32^m-8^h42^m

14.



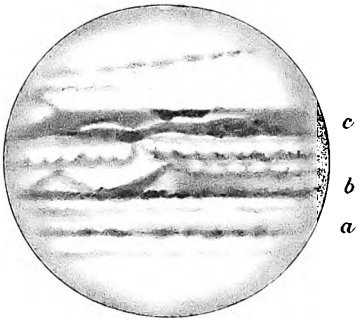
1885 Avril 15, 8^h44^m-8^h51^m

15.



1885 Avril 16, 9^h27^m-9^h35^m

16.



1885 Avril 18, 8^h6^m-8^h20^m

L. De Bati adm.

Lith. G. Severeyns. Bruxelles

Digitized by Google

Digitized by Google

DÉTERMINATION

DE LA

DIRECTION ET DE LA VITESSE DU TRANSPORT

DU

SYSTÈME SOLAIRE DANS L'ESPACE,

PAR

P. UBAGHS,

DOCTEUR EN SCIENCES.

PREMIÈRE PARTIE.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 6 mars 1886.)

Digitized by Google

Digitized by Google

DÉTERMINATION

DE LA

DIRECTION ET DE LA VITESSE DU TRANSPORT

DU

SYSTÈME SOLAIRE DANS L'ESPACE.

---

1. Lorsqu'au moyen des formules de la précession annuelle on réduit la position moyenne d'une étoile, donnée pour une époque t, à celle d'une autre époque t', on constate généralement que la position ainsi calculée diffère de celle qui résulte d'observations faites aux environs de l'époque t'; cette différence est ce que les astronomes désignent jusqu'à présent sous le nom de « mouvement propre de l'étoile » pendant l'intervalle de temps $t' - t$.

Ces mouvements propres, dont presque toutes les étoiles paraissent animées, semblèrent de prime abord n'être soumis à aucune loi déterminée; aussi était-on obligé dès lors de les considérer comme des erreurs accidentelles des observations. Mais du moment que les travaux de Herschel, Argelander, Struve, Mädler et d'autres astronomes avaient mis en évidence l'existence d'une composante commune à tous ces mouvements propres et

Digitized by Google

avaient déterminé approximativement la direction de ce mouvement commun, il était naturel de tenir compte de ce déplacement apparent des étoiles dans la détermination de leurs positions moyennes pour une époque donnée.

2. A l'exception du travail de Struve sur la détermination de la constante de la précession, nous ne connaissons guère d'applications directes de cette heureuse découverte; elle présente cependant le plus haut intérêt dans bon nombre de questions relatives à l'astronomie stellaire et paraît appelée à reculer considérablement les limites de nos connaissances relatives aux mouvements stellaires qui s'opèrent dans le sein de notre nébuleuse. D'ailleurs on se rend aisément compte des principales raisons qui imposaient une grande réserve dans l'application de cette belle et importante théorie. En effet, les résultats obtenus par les astronomes, concernant la position du point vers lequel s'effectue le déplacement commun des étoiles (déplacement apparent, résultant d'un mouvement effectif du système solaire tout entier dans l'espace), n'offrent pas une concordance suffisante pour qu'on puisse en fixer définitivement les coordonnées et surtout la déclinaison.

D'autre part, le déplacement parallactique des étoiles entraîne nécessairement l'existence d'une aberration systématique dont on a complètement négligé l'effet jusqu'à nos jours et sur laquelle des articles récents (*) ont appelé de nouveau l'attention des astronomes.

Désireux de pouvoir contribuer à élucider cette question, nous avons repris l'étude du mouvement parallactique des étoiles en suivant une marche différente de celle que les astronomes ont suivie, et qui ne nous paraît pas la moins propre à une détermination plus précise de la direction du transport du système solaire ainsi que de sa vitesse.

3. Désignons par A et D les coordonnées équationales à l'époque t du point vers lequel se transporte notre système solaire dans l'hypothèse d'un mouvement rectiligne et uniforme, par α et δ les coordonnées analogues appa-

(*) Astronomische Nachrichten, n° 2607. — *Un chapitre inédit d'astronomie sphérique,* par F. Folie.

Digitized by Google

rentes d'une étoile, par α' et δ' les coordonnées vraies. Abstraction faite de l'influence due à l'aberration systématique, les expressions de l'influence du déplacement parallactique des étoiles, pendant un intervalle de $t' - t$ années, seront alors

$$(\alpha' - \alpha)\cos\delta' = \tau \cos D \sin(\alpha - A). \quad (1)$$

$$\delta' - \delta = -\tau\left[\sin D \cos\delta - \cos D \sin\delta \cos(\alpha - A)\right]; \quad (2)$$

où τ désigne l'expression $\frac{\nu}{s}(t' - t)$; s la distance de l'étoile au soleil et ν la vitesse annuelle du transport du soleil, toutes deux exprimées en rayons de l'orbite terrestre.

Comme la connaissance de la parallaxe systématique des étoiles est encore entourée de bien des incertitudes, on ne pourrait directement appliquer les formules (1) et (2) à moins d'éliminer τ entre les deux équations. Mais on peut grouper les étoiles en différentes classes de grandeur et supposer une parallaxe moyenne, inconnue, à toutes les étoiles d'une même classe. Les équations (1) et (2) se rapportant alors à toutes les étoiles d'une même classe peuvent se mettre sous les formes

$$(\alpha' - \alpha)\cos\delta' = y \sin\alpha - z \cos\alpha \ (3), \quad \delta' - \delta = -x\cos\delta + y\cos\alpha\sin\delta + z\sin\alpha\sin\delta \quad (4)$$

en posant

$$\tau \sin D = x \quad \tau\cos\Delta\cos D = y \quad \tau\sin\Delta\cos D = z \quad (5)$$

Il suffira donc de choisir dans chaque classe un nombre d'étoiles assez considérable et de traiter les équations correspondantes par la méthode des moindres carrés, pour obtenir les éléments Δ, D et τ avec une assez grande approximation. Cela constituera la première partie de notre travail, que nous avons l'honneur de présenter à l'Académie.

4. Avant d'aborder ces calculs, il y a lieu de présenter quelques remarques importantes concernant le choix des étoiles qui serviront de base à ce travail. Et d'abord, pour attribuer au problème toute sa généralité, il est nécessaire de choisir des étoiles réparties sur toute la sphère céleste. Ensuite il est préfé-

Digitized by Google

rable d'écarter les étoiles dont le « mouvement propre » est par trop considérable relativement aux autres étoiles de même grandeur, parce que leur déplacement parallactique serait partiellement masqué par leur mouvement propre réel : aussi avons-nous systématiquement exclu toutes celles dont le mouvement propre annuel dépasse $0^s,015$ en ascension droite et $0'',20$ en déclinaison.

Nous ne nous sommes pas occupé des étoiles de première grandeur, parce que leur nombre est trop restreint pour pouvoir, à elles seules, constituer un groupe et aussi parce que la grande différence d'éclat de ces étoiles ne permet pas de leur attribuer une parallaxe moyenne.

Dans ces conditions nous avons comparé le Catalogue de Bradley (1755), revu et corrigé par Auwers, avec le *Fundamental Catalog* de la Société astronomique (1875); mais, comme ce dernier ne renseigne pas encore les positions moyennes d'un nombre suffisamment grand d'étoiles de la quatrième grandeur, nous avons été obligé de recourir, pour cette classe, à la comparaison du B. A. C. (1850) avec celui de Bradley. Comme les estimations d'éclat, faites par Bradley, sont en général inférieures à celles des astronomes modernes, nous avons étendu ce groupe jusqu'à la grandeur marquée 5 dans le Catalogue de Bradley; de plus nous avons rattaché à ce groupe les étoiles marquées 3,4 dans Bradley que nous n'avons pas rencontrées dans le *Fundamental Catalog*.

5. Nous donnons à présent la liste des positions moyennes des étoiles pour les époques extrêmes, ainsi que leurs grandeurs et leurs mouvements propres annuels en ascension droite et en déclinaison : le premier groupe embrasse les étoiles de grandeur 2,2 et contient 56 étoiles; le deuxième, relatif aux étoiles de grandeur 3,2, en contient 145 et le troisième, contenant les étoiles de la quatrième grandeur, en renferme 263.

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1975. ASCENSION droite.	1975. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
3215	α Andromedæ	2,0	358°56′37″,60	+27°44′12″,13	0h 1m55s,760	+28°24′ 0″,79	+0″,142	−0″,156
3216	β Cassiopeæ	2,1	359 3 46,72	+57 47 53,50	0 2 31,067	+58 27 36,74	.....	−0,190
1	γ Pegasi	2,6	0 9 41,50	+13 49 12,73	0 6 48,039	+14 29 18,55	−0,010	−0,013
59	α Cassiopeæ	2,5	6 41 27,63	+55 11 24,05	0 33 25,456	+55 51 5,17	+0,052	−0,038
70	β Ceti	2,0	7 49 11,70	−19 20 7,19	0 37 18,875	−18 40 23,85	+0,220	+0,034
99	γ Cassiopeæ	2,0	10 51 54,09	+59 23 4,82	0 49 10,680	+60 2 21,38	+0,020	−0,015
140	β Andromedæ	2,3	14 1 23,94	+34 18 50,02	1 2 44,301	+34 57 26,12	+0,216	−0,084
102	α Ursæ minoris	2,0	10 55 54,40	+87 59 41,10	1 15 0,610	+88 38 33,85	.. ..	−0,001
276	γ Andromedæ	2,4	27 14 34,96	+41 8 29,41	1 56 13,993	+41 43 43,49	+0,031	−0,051
287	α Arietis	2,0	28 21 17,30	+22 17 28,07	2 0 7,801	+22 52 13,10	+0,190	−0,134
428	α Ceti	2,3	42 22 30,40	+ 3 6 45,34	2 55 44,780	+ 3 35 52,72	−0,043	−0,073
464	α Persei	2,0	46 44 29,89	+48 57 58,70	3 15 24,432	+49 24 51,42	+0,022	−0,062
756	β Tauri	2,0	77 42 20,20	+28 22 25,38	5 18 23,460	+28 29 58,47	+0,020	−0,180
761	γ Orionis	2,0	78 0 4,06	+ 6 6 17,92	5 18 25,610	+ 6 14 4,08	−0,029	−0,015
787	δ Orionis	2,4	79 52 31,23	− 0 30 8,24	5 25 57,245	− 0 23 57,01	−0,021	−0,005
809	ε Orionis	2,0	80 56 53,86	− 1 22 49,87	5 29 52,245	− 1 17 1,04	−0,027	+0,006
844	ϰ Orionis	2,6	84 2 11,28	− 9 46 37,35	5 41 49,686	− 9 42 56,87	−0,025	+0,004
936	β Canis majoris	2,6	92 58 44,88	−17 51 11,26	6 17 11,717	−17 53 43,87	−0,022	+0,003
859	β Aurigæ	2,0	85 23 32,40	+44 53 29,33	5 50 21,612	+44 55 55,41	−0,090	−0,011
969	γ Geminorum	2,3	95 53 18,79	+16 35 0,54	6 30 29,435	+16 30 13,86	+0,035	−0,035
1023	ε Canis majoris.	1,6	102 15 2,16	−28 39 17,81	6 53 42,794	−28 48 12,61	−0,016	+0,017
1042	δ Canis majoris. . . .	2,0	104 36 30,81	−26 1 15,38	7 3 18,538	−26 11 46,74	−0,023	+0,007
1330	α Hydræ	2,0	138 53 12,00	− 7 36 36,40	9 21 26,688	− 8 7 4,45	−0,029	+0,052
1523	β Ursæ majoris.	2,3	161 43 12,94	+57 41 20,31	10 54 17,182	+57 3 7,09	+0,129	+0,041
1528	α Ursæ majoris.	2,0	162 5 39,52	+63 4 2,21	10 55 59,878	+62 25 31,41	.....	−0,071
1546	δ Leonis	2,3	165 15 37,51	+21 51 59,80	11 7 27,513	+21 12 29,62	+0,153	−0,115
1605	β Leonis	2,0	174 8 10,80	+15 56 23,07	11 42 40,958	+15 16 14,50	.....	−0,098
1608	γ Ursæ majoris.	2,3	175 12 20,08	+55 3 23,50	11 47 14,852	+54 23 22,98	+0,147	+0,008

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1875. ASCENSION droite.	1875. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
1638	γ Corvi	2,0	180° 48′ 55″,62	− 16° 10′ 49″,61	12h 9m 22s,778	− 16° 50′ 51″,84	−0″,184	+0″,034
1675	δ Corvi	2,3	184 18 16,87	− 15 8 54,65	12 23 23,934	− 15 49 10,03	− 0,213	− 0,146
1685	β Corvi	2,3	185 23 32,34	− 22 2 19,21	12 27 49,403	− 22 42 19,39	− 0,049	− 0,052
1722	ε Ursæ majoris	2,0	190 47 36,64	+ 57 17 42,37	12 48 31,471	+ 56 38 18,77	+ 0,181	− 0,030
1735	ε Virginis	2,6	192 29 42,36	+ 12 16 52,70	12 55 57,275	+ 11 57 53,04	.....	+ 0,029
1776	ζ Ursæ majoris	2,1	198 30 11,14	+ 56 12 40,99	13 18 55,557	+ 55 34 43,20	+ 0,201	− 0,022
1815	η Ursæ majoris.	2,0	204 27 51,00	+ 50 32 38,43	13 42 36,826	+ 49 56 16,01	− 0,172	− 0,014
1894	α Libræ.	2,3	219 20 29,70	− 15 0 28,04	14 45 57,947	− 15 31 16,28	− 0,139	− 0,072
1917	β Ursæ minoris.	2,0	222 55 34,65	+ 75 9 23,72	14 51 5,421	+ 74 39 58,90	− 0,115	− 0,005
1934	β Libræ.	2,0	225 57 51,39	− 8 27 42,02	15 10 16,941	− 8 55 13,17	− 0,118	− 0,017
1973	α Coronæ	2,0	231 4 50,00	+ 27 33 13,46	15 29 23,759	+ 27 8 11,53	+ 0,127	− 0,094
1990	α Serpentis	2,3	233 3 14,40	+ 7 12 48,12	15 38 6,711	+ 6 49 12,73	+ 0,118	+ 0,056
2024	δ Scorpii	2,3	236 28 23,10	− 21 54 8,62	15 52 56,683	− 22 15 51,26	− 0,027	− 0,028
2034	β Scorpii	2,0	237 48 30,36	− 19 6 46,54	15 58 10,257	− 19 27 41,99	− 0,039	− 0,027
2104	η Draconis	2,6	245 11	+ 62 4 27,40	16 22 18,218	+ 61 47 50,99	+ 0,090	+ 0,050
2100	β Herculis.	2,3	244 55 30,88	+ 22 2 25,12	16 24 50,806	+ 21 45 47,76	− 0,135	− 0,012
2218	α Ophiuchi	2,0	260 53 37,60	+ 12 45 27,49	17 29 7,955	+ 12 39 9,18	+ 0,099	.....
2221	β Draconis	2,6	261 13 40,99	+ 52 29 33,46	17 27 36,572	+ 52 23 40,79	− 0,030	+ 0,004
2109	ζ Ophiuchi	2,6	245 55 24,82	− 10 2 57,18	16 30 16,618	− 10 18 43,87	− 0,011	+ 0,035
2171	η Ophiuchi	2,3	254 5 16,12	− 15 25 51,62	17 3 12,617	− 15 34 5,57	+ 0,005	+ 0,097
2167	γ Draconis.	2,3	267 43 54,18	+ 51 31 39,75	17 53 42,244	+ 51 30 15,59	− 0,027	− 0,028
2565	σ Sagittarii	2,5	280 0 57,09	− 26 34 27,50	18 47 30,841	− 26 26 59,42	− 0,018	− 0,067
2624	γ Cygni.	2,4	303 21 37,29	+ 39 29 0,59	20 17 44,582	+ 39 51 26,92	− 0,001	+ 0,019
2679	α Cygni.	1,6	308 16 18,90	+ 44 24 56,67	20 37 10,285	+ 44 50 3,99	− 0,004	+ 0,003
2786	α Cephei	2,6	318 10 41,04	+ 61 33 15,42	21 15 35,708	+ 62 3 22,86	.....	+ 0,025
2835	ε Pegasi.	2,3	323 2 18,34	+ 8 45 47,02	21 38 2,815	+ 9 18 9,90	+ 0,012	+ 0,011
3047	β Pegasi	2,4	342 58 58,65	+ 26 45 30,89	22 57 42,992	+ 27 24 18,05	+ 0,195	+ 0,135
3050	α Pegasi	2,0	343 8 36,30	+ 15 53 29,51	22 58 32,116	+ 14 31 58,94	+ 0,042	− 0,030

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1875. ASCENSION droite.	1875. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
14	ι Ceti.	3,3	1°44′ 8″,07	- 10°11′ 2″,61	0h13m 3ˢ,531	- 9°31′ 1″,92	- 0″,048	- 0″,032
57	δ Andromedæ	3,3	6 34 19,83	+ 29 30 58,54	0 32 38,871	+ 30 10 55,92	+ 0,150	- 0,077
141	η Ceti.	3,1	14 4 0,88	- 11 29 14,67	1 2 18,115	- 10 50 44,17	+ 0,187	- 0,124
180	δ Cassiopeæ	2,8	17 30 9,45	+ 58 57 7,67	1 17 39,264	+ 59 35 5,66	.....	- 0,035
184	ς Ceti.	3,0	17 56 45,52	- 9 27 20,40	1 17 46,562	- 8 49 44,86	- 0,102	- 0,196
205	η Piscium	3,6	19 56 13,42	+ 14 4 26,32	1 24 47,799	+ 14 42 2,21	- 0,003	- 0,003
212	υ Persei.	3,6	20 46 21,48	+ 47 22 36,36	1 30 19,716	+ 47 59 38,47	+ 0,067	- 0,111
239	ε Cassiopeæ	3,3	24 15 47,46	+ 62 26 57,84	1 45 25,324	+ 63 3 11,70	+ 0,052	- 0,020
245	α Trianguli	3,6	24 47 45,26	+ 28 22 25,09	1 45 57,610	+ 28 58 7,99	+ 0,006	.....
247	ζ Ceti.	3,0	24 50 38,86	- 11 33 19,48	1 45 17,453	- 10 57 12,65	+ 0,004	- 0,028
252	β Arietis	2,8	25 17 22,51	+ 19 35 56,66	1 47 44,257	+ 20 11 45,72	+ 0,075	- 0,102
290	β Trianguli	3,0	28 45 44,07	+ 33 48 53,32	2 2 6,653	+ 34 23 41,50	+ 0,177	- 0,033
383	γ Ceti	3,3	37 39 30,04	+ 2 11 20,22	2 36 49,497	+ 2 42 27,82	- 0,171	- 0,156
422	γ Persei.	3,0	41 48 17,79	+ 52 31 30,95	2 55 45,238	+ 53 0 54,25	- 0,022	- 0,002
413	η Eridani	3,0	41 7 7,11	- 9 53 16,10	2 50 19,306	- 9 23 49,06	+ 0,055	.....
436	β Persei.	3,0	43 4 55,60	+ 39 59 27,82	3 0 2,487	+ 40 28 20,29	- 0,025	+ 0,010
477	o Tauri	3,6	47 54 53,92	+ 8 8 55,12	3 18 5,290	+ 8 35 14,63	- 0,078	- 0,068
481	ξ Tauri	3,6	48 48 51,25	+ 8 51 38,19	3 20 23,788	+ 9 17 42,77	+ 0,048	- 0,049
493	ε Eridani	3,0	50 21 3,06	- 10 18 12,03	3 27 2,512	- 9 52 58,49	.....	+ 0,011
499	δ Persei.	3,1	51 23 58,20	+ 46 58 47,10	3 34 1,927	+ 47 23 8,54	+ 0,018	- 0,037
515	δ Eridani	3,0	52 52 56,41	- 10 36 34,78	3 37 15,665	- 10 11 17,39	- 0,121	.....
521	η Tauri	3,0	53 14 34,26	+ 23 19 35,09	3 40 3,393	+ 23 45 0,57	- 0,006	- 0,040
534	ζ Persei.	3,0	54 41 52,93	+ 31 7 59,48	3 46 16,682	+ 31 30 37,65	- 0,004	- 0,002
539	ε Persei	3,3	55 22 23,70	+ 39 16 30,80	3 49 28,204	+ 39 38 47,53	+ 0,006	- 0,020
546	γ Eridani	3,0	56 39 11,17	- 14 13 22,40	3 52 11,878	- 13 51 56,48	+ 0,043	- 0,106
609	ε Tauri	3,6	63 35 8,68	+ 18 36 49,39	4 21 19,149	+ 18 54 4,13	+ 0,105	- 0,028
637	ν Eridani	3,3	66 1 26,08	- 3 52 24,81	4 30 4,419	- 3 36 35,14	- 0,035	+ 0,009
657	μ Eridani	3,6	68 19 1,17	- 3 43 27,81	4 39 15,159	- 3 29 8,05	- 0,003	- 0,002

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755.		1875.		MOUVEMENT PROPRE	
			ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.	en ASC. DR.	en DÉCLIN.
677	ι Aurigæ	3,0	70°16′ 8″,82	+32°45′ 3″,52	4h48m51ˢ,328	+32°57′ 57″,10	+0″,009	−0″,005
700	η Aurigæ	3,6	72 20 41,13	+40 52 28,45	4 57 45,095	+41 3 46,65	+0,033	−0,061
713	ε Leporis	3,5	73 46 30,13	−22 43 4,56	5 0 10,206	−22 32 26,54	+0,006	−0,068
715	β Eridani	3,0	73 57 15,39	− 5 25 27,31	5 1 42,501	− 5 14 59,40	−0,099	−0,059
765	η Orionis	3,3	78 2 33,90	− 2 38 38,78	5 18 11,535	− 2 30 50,54	−0,022	+0,010
781	β Leporis	3,2	79 26 21,04	−20 58 22,98	5 22 53,397	−20 51 38,72	−0,022	−0,079
796	α Leporis	3,0	80 29 0,27	−18 0 59,70	5 27 13,042	−17 54 48,56	−0,016	+0,010
806	υ Orionis	3,1	80 51 52,59	− 6 5 29,36	5 29 19,133	− 5 59 37,57	−0,011	+0,007
800	ζ Tauri	3,3	80 45 15,99	+20 58 3,83	5 30 10,491	+21 3 50,77	−0,009	−0,024
843	ζ Leporis	3,6	83 57 56,07	−14 55 58,83	5 41 17,515	−14 52 12,88	−0,027	+0,009
863	ς Aurigæ	3,0	85 45 20,83	+37 10 0,32	5 51 11,887	+37 12 5,05	+0,055	−0,078
866	η Leporis	3,6	86 18 48,96	−14 13 55,70	5 50 42,702	−14 11 32,03	−0,066	+0,146
929	μ Geminorum	3,0	92 2 3,04	+22 36 47,61	6 15 23,890	+22 34 52,11	+0,055	−0,101
983	ε Geminorum	3,3	97 12 44,82	+25 20 50,75	6 36 14,453	+25 15 9,64	−0,027	−0,005
989	ξ Geminorum	3,6	97 53 0,76	+13 8 10,42	6 38 16,399	+13 1 41,95	−0,130	−0,195
1003	θ Geminorum	3,3	99 9 18,70	+34 13 42,65	6 44 32,962	+34 6 34,78	−0,003	−0,032
1062	δ Geminorum	3,3	106 22 3,97	+22 24 31,88	7 12 39,379	+22 12 37,70	−0,037	+0,003
1079	β Canis minoris	3,0	108 27 47,99	+ 8 45 40,36	7 20 22,282	+ 8 32 21,84	−0,065	−0,030
1087	α Geminorum	2,8	109 43 53,00	+32 25 56,53	7 26 37,104	+32 9 37,31	.....	−0,079
1111	x Geminorum	3,6	112 24 24,55	+24 57 42,88	7 36 53,964	+24 41 44,74	−0,051	−0,055
1170	υ Navis	3,0	119 16 42,90	−25 36 49,78	8 2 13,243	−25 56 45,41	−0,112	+0,061
1180	β Cancri.	3,6	120 48 9,63	+ 9 55 15,85	8 9 44,113	+ 9 54 8,88	−0,066	−0,041
1197	Bradley 1197	3,6	123 21 9,40	− 3 7 29,68	8 19 24,829	− 3 30 0,52	−0,087	+0,007
1186	o Ursæ majoris.	3,3	122 25 21,48	+61 30 30,19	8 19 51,790	+61 8 1,19	.....	−0,112
1243	ε Hydræ.	3,3	128 26 44,05	+ 7 17 50,30	8 40 9,320	+ 6 52 33,47	−0,202	−0,023
1261	ζ Hydræ	3,3	130 36 21,78	+ 6 51 41,62	8 48 47,113	+ 6 25 11,71	−0,109	+0,019
1272	x Ursæ majoris.	3,3	131 41 38,38	+48 6 19,61	8 55 5,014	+47 38 56,96	−0,055	−0,068
1312	40 Lyncis	3,3	136 30 52,29	+35 24 41,22	9 13 26,117	+34 55 10,84	.....	+0,027

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1875. ASCENSION droite.	1875. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
1325	h Ursæ mnjoris.	3,3	137° 58′ 46″,54	+ 64° 6′ 42″,62	9h 21m 30s,154	+ 63° 36′ 24″,15	+ 0″,207	+ 0″,026
1360	o Leonis.	3,6	142 0 45,10	+ 10 59 35,82	9 34 28,685	+ 10 27 35,55	- 0,156	- 0,018
1368	ε Leonis.	3,0	142 58 26,59	+ 24 53 19,17	9 38 45,191	+ 24 20 55,38	- 0,064	- 0,008
1371	υ Ursæ majoris.	3,6	143 20 1,36	+ 60 10 28,18	9 42 5,130	+ 59 37 31,59	. . . .	- 0,149
1403	η Leonis.	3,3	148 29 7,53	+ 17 56 45,56	10 0 30,996	+ 17 22 16,51	+ 0,020	+ 0,002
1421	λ Ursæ majoris.	3,3	150 33 14,19	+ 44 7 37,55	10 9 33,083	+ 43 32 15,40	. . . . .	- 0,058
1425	ζ Leonis.	3,0	150 45 15,94	+ 24 37 36,94	10 9 44,112	+ 24 2 21,83	0,000	+ 0,017
1434	μ Ursæ majoris.	3,0	151 54 30,01	+ 42 43 15,10	10 14 52,564	+ 42 7 38,18	- 0,124	+ 0,034
1504	ν Hydræ.	3,3	159 25 18,45	- 14 55 5,18	10 43 27,495	- 15 32 24,49	+ 0,073	. . . . .
1542	ψ Ursæ majoris.	3,1	163 56 48,61	+ 45 49 22,37	11 2 37,773	+ 45 10 34,54	- 0,105	- 0,036
1548	0 Leonis.	3,3	165 20 22,95	+ 16 45 48,12	11 7 40,753	+ 16 6 44,88	- 0,088	- 0,063
1554	ν Ursæ majoris	3,3	166 17 42,67	+ 34 25 34,29	11 11 43,475	+ 33 46 33,60	+ 0,008	+ 0,052
1557	δ Crateris	3,3	166 46 40,83	- 13 27 25,25	11 13 5,521	- 14 6 9,12	- 0,159	. . . . .
1572	λ Draconis.	3,3	169 8 8,07	+ 70 40 48,96	11 23 57,724	+ 70 1 14,85	- 0,111	- 0,027
1626	ε Corvi	3,0	179 23 28,47	- 21 15 23,33	12 3 41,905	- 21 55 28,73	- 0,088	+ 0,021
1637	δ Ursæ majoris. . . .	3,4	180 47 41,04	+ 58 23 44,52	12 9 13,901	+ 57 43 58,15	+ 0,203	+ 0,002
1647	η Virginis	3,3	181 50 42,37	+ 0 41 47,50	12 13 30,663	+ 0 1 40,52	- 0,084	- 0,022
1689	x Draconis.	3,3	185 43 10,74	+ 71 8 31,03	12 28 8,179	+ 70 28 39,02	. . . . .	- 0,002
1698/9	γ Virginis med..	3,3	187 18 53,34	- 0 6 7,92	12 35 19,626	- 0 45 49,04	. . . ..	+ 0,015
1725	δ Virginis	3,0	190 49 5,92	+ 4 44 1,30	12 49 18,432	+ 4 4 37,76	. . . . .	- 0,047
1725	Can. ven. seq.	2,9	191 7 56,37	+ 39 38 45,97	12 50 10,709	+ 38 59 37,85	. . . . .	+ 0,066
1764	γ Hydræ.	3,2	196 24 51,93	- 21 52 17,90	13 12 7,694	- 22 30 41,69	+ 0,036	- 0,038
1789	ζ Virginis	3,3	200 33 26,37	+ 0 39 53,45	13 28 19,476	+ 0 2 38,00	. . . . .	+ 0,056
1821	η Bootis.	3,0	205 45 16,78	+ 19 38 6,72	13 48 43,982	+ 19 1 30,42	- 0,073	. . . . .
1836	α Draconis.	3,3	209 26 34,45	+ 65 33 11,40	14 1 0,353	+ 64 58 25,76	- 0,138	+ 0,016
1869	ρ Bootis.	3,6	215 19 1,47	+ 31 27 28,90	14 26 26,575	+ 30 55 15,58	- 0,127	+ 0,125
1871	γ Bootis.	2,9	215 33 5,92	+ 39 23 25,90	14 27 2,661	+ 38 51 20,96	- 0,162	+ 0,153
1876	ζ Bootis.	3,3	217 21 54,84	+ 14 47 31,49	14 35 10,798	+ 14 15 56,04	+ 0,029	- 0,010

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1835. ASCENSION droite.	1835. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
1889	109 Virginis	3,6	218°28′16″,29	+ 2°56′22″,22	14h39m55ˢ,817	+ 2°25′14″,80	− 0″,141	− 0″,027
1913	γ Scorpii 1 Hev.	3,4	222 26 51,67	− 24 18 5,65	14 56 45,438	− 24 47 21,55	− 0,105	− 0,033
1918	β Bootis.	3,0	223 10 47,61	+ 41 23 7,17	14 57 14,274	+ 40 53 4,40	− 0,072	− 0,036
1936	δ Bootis.	3,0	226 24 25,24	+ 34 14 30,15	15 10 27,823	+ 33 46 56,04	+ 0,104	− 0,105
1957	ι Draconis.	3,0	229 53	+ 59 49 55,47	15 22 9,047	+ 59 24 16,60	− 0,050	+ 0,022
1962	γ Ursæ minoris.	3,0	229 22	+ 72 42 19,30	15 20 56,560	+ 72 16 43,78	+ 0,060	+ 0,019
1996	β Serpentis	3,3	233 43 24,16	+ 16 12 15,72	15 40 25,135	+ 15 48 51,77	+ 0,044	− 0,041
2001	μ Serpentis	3,3	234 12 55,08	− 2 30 44,38	15 43 5,874	− 3 2 46,22	− 0,117	− 0,003
2005	ε Serpentis.	3,3	234 39 20,89	+ 5 13 58,85	15 44 35,143	+ 4 51 19,32	+ 0,102	+ 0,059
2065	δ Ophiuchi.	3,0	240 22 58,44	− 3 2 37,98	16 7 47,770	− 3 22 15,15	− 0,073	− 0,137
2073	ε Ophiuchi.	3,3	241 20 44,25	− 4 4 29,39	16 11 42,512	− 4 23 10,55	+ 0,060	+ 0,034
2086	τ Herculis.	3,3	243 6	+ 46 54 32,51	16 15 59,026	+ 46 36 43,00	− 0,075	+ 0,036
2084	γ Herculis.	3,1	242 46 52,75	+ 19 44 45,25	16 16 24,376	+ 19 26 52,85	− 0,073	+ 0,048
2133	η Herculis.	3,1	248 37 36,88	+ 39 24 6,37	16 38 36,701	+ 39 9 40,01	+ 0,042	− 0,077
2156	κ Ophiuchi.	3,3	251 31 17,59	+ 9 46 28,52	16 51 45,123	+ 9 34 15,20	.....	+ 0,015
2161	ε Herculis.	3,3	252 43 54,16	+ 31 18 9,89	16 55 30,465	+ 31 6 41,95	− 0,071	+ 0,032
2183	α Herculis	3,6	255 52 18,50	+ 14 41 18,93	17 8 56,900	+ 14 32 3,31	− 0,029	+ 0,030
2185	δ Herculis.	3,0	256 14 42,35	+ 25 8 41,89	17 9 53,872	+ 24 59 16,57	− 0,042	− 0,153
2193	ζ Draconis.	3,0	257 1 58,54	+ 66 1 3,24	17 8 25,716	+ 65 52 7,35	− 0,040	+ 0,022
2187	π Herculis.	3,1	256 37 52,81	+ 37 5 58,82	17 10 41,644	+ 36 57 3,82	− 0,052	+ 0,005
2189	0 Ophiuchi	3,4	256 44 49,89	− 24 43 42,83	17 14 20,038	− 24 52 21,96	− 0,036	− 0,035
2217	ζ Serpentis	3,6	260 53 36,63	− 15 13 13,14	17 30 25,791	− 15 19 4,38	− 0,075	− 0,047
2229	β Ophiuchi	3,0	262 50 41,58	+ 4 41 24,94	17 37 17,871	+ 4 37 16,39	− 0,061	+ 0,167
2233	ι Herculis	3,3	263 8 22,59	+ 46 8 55,71	17 35 56,246	+ 46 4 25,45	− 0,007	− 0,002
2236	γ Ophiuchi.	3,6	263 54 17,35	+ 2 49 15,54	17 41 37,514	+ 2 45 21,42	− 0,055	− 0,056
2263	ξ Draconis.	3,3	267 19 30,13	+ 56 55 7,82	17 51 22,189	+ 56 53 34,03	.....	+ 0,077
2250	ν Ophiuchi.	3,6	266 23 12,16	− 9 43 12,14	17 52 8,725	− 9 45 22,07	− 0,031	− 0,097
2258	ξ Herculis.	3,6	267 4	+ 29 17 26,22	17 52 54,481	+ 29 15 44,99	+ 0,090	− 0,028

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1875. ASCENSION droite.	1875. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
2266	γ Sagittarii	3,3	267°31′ 9″,10	− 30°23′53″,85	17h57m46ˢ,730	− 30°25 24″,17	− 0″,081	.....
2275	72 Ophiuchi	3,5	268 56 7,71	+ 9 32 56,16	18 1 25,424	+ 9 32 51,53	− 0,084	+ 0″,089
2392	γ Lynæ	3,3	282 26 46,51	+ 32 22 6,45	18 54 16,074	+ 32 31 9,38	− 0,027	+ 0,011
2401	λ Aquilæ.	3,1	283 18 41,13	− 5 13 40,41	18 59 36,904	− 5 4 5,90	− 0,057	− 0,080
2405	ζ Aquilæ.	3,0	283 32 18,94	+ 13 31 3,62	18 59 39,900	+ 13 40 44,65	− 0,039	− 0,089
2406	π Sagittarii	3,1	283 47 43,98	− 21 23 19,02	19 2 19,778	− 21 13 13,74	− 0,033	− 0,034
2449	δ Draconis.	3,0	288 6 24,50	+ 67 13 51,36	19 12 31,289	+ 67 26 30,04	.....	+ 0,079
2451	δ Aquilæ	3,5	288 17 9,28	+ 2 38 44,86	19 19 11,751	+ 2 52 1,51	.....	+ 0,091
2473	β Cigni	3,0	290 12 42,09	+ 27 27 39,45	19 25 40,844	+ 27 41 53,93	− 0,026	− 0,020
2511	γ Aquilæ	3,0	293 39 7,60	+ 10 2 2,41	19 40 19,016	+ 10 18 36,07	− 0,007	+ 0,008
2520	δ Cigni	2,8	294 19 46,69	+ 44 32 42,16	19 41 4,118	+ 44 49 35,51	+ 0,069	+ 0,035
2550	γ Sagittarii	3 6	296 57 58,63	+ 18 50 52,87	19 53 11,905	+ 19 9 14,12	+ 0,045	+ 0,037
2576	0 Aquilæ	3,0	299 39 51,25	− 1 31 48,51	20 4 51,279	− 1 11 27,13	− 0,002	+ 0,014
2595	α^2 Capricorni.	3,3	301 6 37,40	− 13 17 6,15	20 11 7,090	− 12 55 50,97	+ 0,033	+ 0,017
2609	β Capricorni	3,0	301 48 21,55	− 15 32 9,46	20 13 59,232	− 15 10 28,85	+ 0,012	+ 0,022
2656	β Delphini.	3,3	306 30 56,05	+ 13 45 28,62	20 31 41,246	− 14 9 41,13	+ 0,082	− 0,029
2670	α Delphini.	3,6	307 3 54,12	+ 15 3 45,74	20 33 49,029	+ 15 28 19,95	+ 0,046	− 0,002
2681	ε Aquarii	3,6	308 35 55,35	− 10 22 32,25	20 40 54,504	− 9 57 7,63	− 0,003	− 0,027
2698	η Cephei.	3,6	310 4 3,28	+ 60 53 54,30	20 42 44,671	+ 61 21 13,28	+ 0,190	.....
2760	ζ Cygni	3,0	315 37 50,08	+ 29 14 2,82	21 7 37,012	+ 29 42 54,15	− 0,023	− 0,066
2797	β Aquarii	3,0	319 39 40,54	− 6 38 8,00	21 24 58,664	− 6 7 12,37	− 0,009	− 0,001
2811	β Cephei.	3,0	321 21 2,85	+ 69 29 19,61	21 27 2,457	+ 70 0 43,97	+ 0,018	− 0,012
2815	γ Capricorni	3,6	321 37 14,76	− 17 45 19,40	21 33 9,824	− 17 13 33,29	+ 0,178	− 0,013
2890	α Aquarii	3,0	328 17 54,20	− 1 30 0,51	21 59 21,794	− 0 55 34,88	− 0,012	+ 0,002
2914	θ Pegasi.	3,3	329 27 34,75	+ 5 0 6,89	22 5 53,669	+ 5 35 0,82	.....	+ 0,040
2925	ζ Cephei	3,4	330 35 52,32	+ 57 0 1,26	22 6 31,166	+ 57 35 7,98	− 0,024	− 0,006
2943	γ Aquarii	3,4	332 14 54,39	− 2 36 46,96	22 15 11,973	− 2 0 59,69	+ 0,102	+ 0,017
2992	ζ Pegasi.	3,3	337 18 45,49	+ 9 33 34,96	22 35 13,701	+ 10 10 45,39	+ 0,066	− 0,018

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1875. ASCENSION droite.	1875. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
3003	η Pegasi	3,0	337° 53′ 14″,20	+ 28° 56′ 47″,90	22h 37m 8ˢ,685	+ 29° 34′ 4″,58	+ 0″,001	− 0″,033
3022	ι Cephei.	3,4	340 15 25,32	+ 64 54 59,55	22 45 14,095	+ 65 32 35,62	− 0,213	− 0,140
3025	δ Aquarii	3,0	340 24 19,33	− 17 7 3,05	22 48 0,890	− 16 29 6,71	− 0,076	− 0,010
3013	ο Andromedæ	3,6	342 40 33,10	+ 41 0 49,86	22 56 10,592	+ 41 39 16,10	+ 0,011	0,000
3152	γ Cephei.	3,3	352 22 34,86	+ 76 15 58,92	23 34 14,000	+ 76 56 4,85	.....	+ 0,135
					1850.			
45	χ Cassiopeæ	4,0	4 49 4,89	+ 61 54 36,43	0 24 30,79	+ 62 6 12,1	+ 0,060	+ 0,02
52	ζ Cassiopeæ	4,0	5 51 53,08	+ 52 52 42,24	0 28 38,46	+ 53 4 14,6	+ 0,105	+ 0,01
53	π Andromedæ	4,5	5 57 57,30	+ 32 22 0,06	0 28 52,91	+ 32 53 34,7	+ 0,060	+ 0,02
56	ε Andromedæ	4,0	6 25 0,45	+ 27 58 39,25	0 30 38,47	+ 28 29 50,2	− 0,195	.....
78	ζ Andromedæ	4,0	8 36 2,83	+ 22 55 46,65	0 39 23,93	+ 23 27 2,4	− 0,015	− 0,07
87	ν Andromedæ	4,0	9 5 58,06	+ 39 44 22,09	0 41 33,68	+ 40 15 38,7	+ 0,060	− 0,01
101	μ Andromedæ	4,0	10 48 34,29	+ 37 9 52,17	0 48 26,80	+ 37 41 6,1	+ 0,210	+ 0,07
113	ε Piscium	4,0	12 33 47,95	+ 6 33 52,95	0 55 9,99	+ 7 4 53,0	+ 0,060	+ 0,02
142	0 Cassiopeæ	4,5	14 5 19,92	+ 53 50 21,52	1 1 59,76	+ 54 21 2,0	.....	0,00
177	Andromedæ	5,0	17 0 29,82	+ 44 14 12,64	1 13 31,85	+ 45 15 34,4	+ 0,075	− 0,03
178	ψ Cassiopeæ	4,5	17 14 34,86	+ 66 50 27,31	1 15 24,24	+ 67 20 41,5	+ 0,195	+ 0,03
199	μ Piscium.	5,0	19 20 37,47	+ 4 52 18,83	1 22 19,80	+ 5 22 5,0	.....	− 0,18
227	φ Andromedæ	5,0	22 6 48,24	+ 49 26 37,14	1 34 17,29	+ 49 55 49,4	+ 0,150	− 0,03
248	γ Arietis.	4,5	25 2 2,25	+ 18 4 52,88	1 45 18,44	+ 18 33 22,5	+ 0,105	− 0,09
249	Comes Piasc..	4,5	25 2 2,25	+ 18 5 2,62	1 45 18,44	+ 18 33 31,3	+ 0,135	− 0,09
260	ζ Cassiopeæ	4,5	25 45 43,68	+ 71 13 6,82	1 50 45,81	+ 71 41 30,5	− 0,120	+ 0,02
273	2 υ Ceti.	4,5	27 6 56,67	− 22 16 30,60	1 52 56,22	− 21 48 22,7	+ 0,135	+ 0,02
277	α Piscium	5,0	27 20 55,00	+ 1 34 10,57	1 54 17,50	+ 2 2 15,3	+ 0,135	+ 0,01
331	35 Cassiopeæ II ev. . . .	4,5	32 18 48,84	+ 66 16 52,22	2 16 46,55	+ 66 43 25,9	− 0,075	0,00
347	73 ξ² Ceti	5,0	33 47 28,91	+ 7 20 53,50	2 20 11,41	+ 7 47 6,3	+ 0,090	0,00
362	ν Ceti.	4,5	35 45 44,31	+ 4 30 36,55	2 28 0,38	+ 4 56 7,9	− 0,075	− 0,03
372	δ Ceti.	4,0	36 44 12,18	− 0 44 32,72	2 31 48,13	− 0 19 18,5	+ 0,120	− 0,03

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1950. ASCENSION droite.	1950. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
375	ε Ceti.	4,5	36° 55′ 54″,51	− 12° 55′ 30″,98	2h 32m 18ˢ,69	− 12° 30′ 41″,0	+ 0″,165	.....
374	α Persei.	4,0	36 54 8,34	+ 48 10 26,20	2 33 58,80	+ 48 35 24,8	.....	− 0″,10
380	Arietis.	4,0	37 17 7,53	+ 26 38 53,80	2 34 39,69	+ 27 3 57,9	+ 0,030	+ 0,02
387	μ. Ceti.	4,0	37 56 2,47	+ 9 3 51,67	2 36 50,33	+ 9 28 40,3	.....	− 0,05
388	n Ceti.	4,0	38 7 7,68	− 14 54 35,28	2 36 59,13	− 14 29 49,1	− 0,015	− 0,02
389	Arietis.	4,0	38 20 50,53	+ 28 12 44,75	2 38 59,23	+ 28 37 15,2	+ 0,180	− 0,11
394	1 p. Persei	4,5	38 48 8,70	+ 37 17 28,45	2 41 7,91	+ 37 41 50,7	.....	− 0,08
404	2 τ Eridani	4,5	39 59 1,24	− 22 1 36,55	2 44 14,15	− 21 37 28,9	− 0,045	− 0,01
420	ρ Persei.	4,0	42 23 32,31	+ 37 52 16,27	2 55 34,81	+ 38 15 19,5	+ 0,195	− 0,08
434	Eridani	4 0	42 53 58,62	− 24 35 55,31	2 55 46,82	− 24 12 56,1	− 0,150	− 0,08
446	δ Arietis.	4,0	44 25 0,69	+ 18 46 53,72	3 3 3,59	+ 19 9 20,0	+ 0,225	+ 0,01
457	ζ Eridani	4,0	45 59 15,09	− 9 44 42,74	3 8 33,02	− 9 22 49,8	+ 0,015	+ 0,02
487	Eridani	4,5	49 37 13,17	− 5 55 54,30	3 23 10,75	− 5 35 56,6	+ 0,060	− 0,03
495	Eridani	4,0	50 44 40,03	− 22 28 9,28	3 27 9,79	− 22 8 20,3	0.000	− 0,03
497	Tauri	5,0	51 5 51,68	− 0 23 35,02	3 29 13,43	− 0 4 40,9	− 0,165	.....
506	ν Persei.	4,5	52 9 38,98	+ 41 46 53,24	3 35 1,24	+ 42 6 0,7	+ 0,015	0,00
509	b Pleidum	4,5	52 35 39,97	+ 23 19 18,28	3 35 58,56	+ 23 38 15,8	+ 0,060	− 0,03
530	Eridani	5,0	54 4 46,11	− 23 59 20,18	3 40 23,78	− 23 41 43,0	− 0,105	.....
548	λ Tauri	4,0	56 47 4,56	+ 11 46 39,12	3 52 22,49	+ 12 3 46,2	+ 0,030	+ 0,01
561	μ. Persei.	4,5	59 15 9.44	+ 47 45 34,61	4 3 54,02	+ 48 1 20,0	+ 0,030	− 0,06
568	o Eridani	4,5	59 58 50,68	− 7 29 42,28	4 4 32,77	− 7 13 58,0	0,000	+ 0,06
583	γ Tauri	4,0	61 28 13,90	+ 15 0 50,45	4 11 15,74	+ 15 15 39,2	+ 0,180	− 0,02
594	1 δ Tauri	4,0	62 12 34,71	+ 16 55 42,87	4 14 17,35	+ 17 11 10,3	+ 0,135	− 0,02
597	2 δ Tauri	4,5	62 30 3,24	+ 16 51 12,75	4 15 27,20	+ 17 5 35,2	+ 0,165	0,00
612	1 α Tauri	5,0	63 39 10,97	+ 15 23 43,42	4 20 0,48	+ 15 37 29,2	+ 0,045	− 0,01
647	Eridani	4,0	66 44 37,57	− 14 48 4,38	4 31 18,87	− 14 36 3,0	− 0,030	− 0,16
653	Eridani	4,0	67 26 2,62	− 20 9 33,90	4 33 53,01	− 19 57 48,3	+ 0,060	− 0,11
663	Orionis	4,0	69 8 25,35	+ 6 30 40,82	4 41 42,15	+ 6 41 41,3	.....	− 0,01

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1850. ASCENSION droite.	1850. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
670	Orionis	4,0	69° 32′ 38″,56	+ 5° 9′ 52″,54	4h 43m 13s,30	+ 5° 20′ 37″,2	+ 0″,075	− 0″,03
680	z Orionis	4,5	70 22 35,64	+ 2 1 3,85	4 46 26,51	+ 2 11 27,6	+ 0,045	0,00
681	Camelopardi	4,5	70 26 4,59	+ 60 2 51,87	4 50 5,72	+ 60 12 53,9	+ 0,060	− 0,02
690	ε Aurigæ	4,0	71 6 37,24	+ 43 25 54,19	4 51 12,87	+ 43 35 43,6	+ 0,060	0,00
693	ζ Aurigæ	4,0	71 21 1,54	+ 40 41 22,14	4 52 0,17	+ 40 51 4,1	+ 0,075	0,00
698	ι Tauri	4,5	72 7 9,91	+ 21 12 55,00	4 54 8,10	+ 21 22 15,1	+ 0,135	− 0,04
720	λ Eridani	4,0	74 21 28,72	− 9 5 18,08	5 1 58,26	− 8 57 1,7	+ 0,075	− 0,02
727	2 Leporis	4,5	75 15 12,46	− 12 11 0,68	5 5 18,17	− 12 3 12,7	+ 0,075	− 0,02
742	τ Orionis	4,0	76 25 49,74	− 7 7 46,91	5 10 19,58	− 7 0 39,1	+ 0,090	− 0,03
748	λ Leporis	4,5	77 4 29,32	− 13 26 56,63	5 12 40,03	− 13 20 8,2	+ 0,060	− 0,02
792	1 φ Orionis	4,5	80 20 46,06	+ 9 18 1,42	5 26 55,26	+ 9 22 59,1	+ 0,030	− 0,02
794	λ Orionis	4,0	80 24 52,12	+ 9 44 47,90	5 26 52,73	+ 9 49 41,6	+ 0,030	− 0,04
805	2 φ Orionis	5,0	80 51 54,45	+ 9 8 3,84	5 28 39,99	+ 9 12 16,1	+ 0,120	.....
814	σ Orionis	4,0	81 56 52,15	− 2 45 47,66	5 31 13,08	− 2 41 28,2	+ 0,030	− 0,01
848	Tauri	4,5	84 29 4,57	+ 27 31 39,25	5 43 54,09	+ 27 34 16,0	+ 0,060	− 0,06
887	ν Orionis	4,5	88 23 48,82	+ 14 46 22,30	5 59 0,53	+ 14 46 52,2	+ 0,075	− 0,03
892	θ Leporis	4,5	88 46 4,77	− 14 55 57,71	5 59 22,12	− 14 55 34,4	+ 0,060	− 0,01
907	x Aurigæ	4,0	89 56 29,04	+ 29 33 39,72	5 65 49,25	+ 29 32 51,3	0,000	.....
909	η Geminorum	4,5	90 1 21,22	+ 22 33 6,47	6 5 49,29	+ 22 32 33,0	− 0,030	− 0,01
902	Lyncis.	4,5	89 29 52,44	+ 59 3 41,08	6 6 23,28	+ 59 3 25,3	+ 0,150	0,00
920	Monocerotis	4,5	90 43 39,73	− 6 15	6 7 32,45	− 6 14 0,9	+ 0,045	− 0,13
939	λ Canis majoris.	4,0	93 17 29,49	− 33 19 38,28	6 16 38,09	− 33 21 48,6	+ 0,060	− 0,09
942	ν Geminorum.	5,0	93 36 13,87	+ 20 20 30,19	6 20 3,37	+ 20 18 5,6	+ 0,045	− 0,03
1008	2 x Canis majoris. . . .	4,0	100 10 25,23	− 32 14 28,51	6 44 14,42	− 32 20 19,5	+ 0,030	− 0,01
1014	1 o Canis majoris. . . .	4,0	100 59 35,65	− 23 53 41,91	6 47 54,73	− 24 0 0,1	+ 0,060	+ 0,01
1019	ι Canis majoris. . . .	4,5	101 18 14,02	− 16 45 21,56	6 49 26,89	− 16 51 48,9	+ 0,015	+ 0,01
1024	ζ Geminorum	4,0	102 23 27,93	+ 20 54 18,48	6 55 12,62	+ 20 47 7,4	+ 0,060	− 0,01
1029	2 o Canis majoris. . . .	4,0	103 11 59,08	− 23 29 33,71	6 56 45,80	− 23 37 1,4	+ 0,045	+ 0,01

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1850. ASCENSION droite.	1850. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
1028	γ Canis majoris	4,0	103° 10′ 10″,00	− 15° 17′ 24″,06	6h 56m 58s,36	− 15° 24′ 56″,7	+ 0″,075	− 0″,03
1047	Monocerotis	4,5	104 50 13,89	− 0 6 31,11	7 4 12,27	− 0 14 56,7	+ 0,060	− 0,01
1059	Canis majoris	4,5	106 4 4,45	− 25 56 51,67	7 8 8,47	− 26 5 49,5	+ 0,030	+ 0,03
1058	λ Geminorum	4,5	105 59 58,78	+ 16 57 30,74	7 9 28,21	+ 16 48 25,9	+ 0,030	0,00
1072	υ Geminorum	4,0	107 37 13,47	+ 28 15 34,42	7 16 24,37	+ 28 5 27,9	− 0,045	− 0,09
1110	Monocerotis	4,5	112 23 8,79	− 8 59 52,95	7 34 4,89	− 9 12 17,5	− 0,060	− 0,02
1132	ξ Navis	4,0	114 44 53,76	+ 24 15 41,13	7 42 59,35	− 24 29 12,2	+ 0,075	+ 0,01
1217	δ Hydræ	4,0	126 10 3,61	+ 6 32 24,77	8 29 42,77	+ 6 13 26,3	− 0,030	+ 0,02
1230	γ Cancri	5,0	127 16 3,06	+ 22 19 49,80	8 34 35,95	+ 22 0 17,7	− 0,075	+ 0,03
1236	δ Cancri	4,5	127 40 56,02	+ 19 2 10,70	8 36 9,28	+ 18 42 8,0	+ 0,045	.....
1269	*d* Cancri	4,0	131 15 56,17	+ 12 47 20,71	8 50 16,77	+ 12 26 8,3	+ 0,075	− 0,03
1303	α Hydræ	4,5	135 24 2,10	+ 3 19 58,42	9 6 33,53	+ 2 56 40,1	+ 0,195	.....
1305	Lyncis	4,0	135 52 43,89	+ 37 49 18,05	9 9 29,81	+ 37 26 4,4	− 0,015	0,04
1335	λ Leonis	4,5	139 25 26,34	+ 24 2 0,09	9 23 9,30	+ 23 37 35,9	+ 0,015	− 0,04
1398	π Leonis	4,5	146 48 42,29	+ 9 12 29,02	9 52 17,07	+ 8 45 43,1	+ 0,030	− 0,03
1412	λ Hydræ	4,5	149 39 44,66	− 11 9 12,08	10 3 16,75	− 11 36 51,8	− 0,150	− 0,09
1445	Leonis minoris	4,5	152 56 57,59	+ 35 2 1,75	10 17 18,33	+ 34 33 28,9	0,000	− 0,10
1451	μ Hydræ	4,0	153 33 47,76	− 15 35 40,38	10 18 50,40	− 16 4 19,4	− 0,090	− 0,12
1448	Leonis minoris	4,5	153 24 31,39	+ 37 57 8,12	10 19 11,80	+ 37 28 26,9	− 0,075	− 0,11
1467	ρ Leonis	4,0	154 58 20,74	+ 10 33 30,62	10 24 54,65	+ 10 4 35,2	+ 0,075	− 0,04
1475	Leonis minoris	4,0	156 12 59,32	+ 33 14 23,09	10 30 16,07	+ 32 45 13,7	+ 0,060	0,00
1490	Leonis minoris	4,5	158 2 43,08	+ 31 57 51,65	10 37 30,86	+ 31 28 18,0	+ 0,030	− 0,02
1509	Leonis minoris	4,5	159 53 7,36	+ 35 31 40,09	10 44 54,49	+ 35 1 20,0	+ 0,105	.....
1515	Leonis	4,5	160 34 51,59	+ 26 2 57,62	10 47 29,24	+ 25 32 55,6	+ 0,075	− 0,01
1525	α Hydræ et Crat.	4,0	161 57 53,49	− 17 0 1,05	10 52 28,25	− 17 30 1,8	.....	+ 0,14
1535	λ Leonis	4,5	163 5 30,42	+ 8 39 16,00	10 57 16,77	+ 8 8 44,5	.....	− 0,08
1545	β Hydræ et Crat.	4,0	164 54 34,26	− 21 29 34,70	11 4 17,27	− 22 0 26,4	+ 0,090	− 0,10
1558	σ Leonis	4,0	167 7 23,52	+ 7 22 4,44	11 13 24,05	+ 6 51 3,3	− 0,060	− 0,02

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1850. ASCENSION droite.	1850. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
1560	υ Leonis	4,0	167° 47′ 5″,50	+ 11° 52′ 29″,82	11ʰ 16ᵐ 6ˢ,21	+ 11° 21′ 20″,6	+ 0″,225	− 0″,06
1564	γ Hydræ et Crat.	4,0	168 10 1,27	− 16 20 33,15	11 17 23,56	− 16 51 36,1	− 0,090	+ 0,04
1570	τ Leonis	4,0	168 50 1,45	+ 4 12 7,56	11 20 13,50	+ 3 40 54,7	+ 0,075	− 0,03
1576	c Leonis	4,5	169 27 1,71	− 1 39 18,85	11 22 39,16	− 2 10 35,4	+ 0,060	− 0,05
1580	ξ Hydræ et Crat.	4,0	170 14 58,33	− 30 30 14,51	11 25 38,25	− 31 1 39,2	− 0,150	− 0,03
1585	α Hydræ et Crat.	4,0	171 4 2,23	− 8 27 0,68	11 29 4,66	− 8 58 21,5	+ 0,015	+ 0,01
1586	υ Leonis	4,5	171 6 7,50	+ 0 31 35,90	11 29 16,19	+ 0 0 13,5	+ 0,045	+ 0,01
1598	ζ Hydræ et Crat.	4,0	173 5 35,55	− 16 59 24,86	11 37 10,04	− 17 30 58,5	+ 0,060	− 0,01
1600	χ Ursæ majoris	4,0	173 15 12,40	+ 49 8 12,08	11 38 6,77	+ 48 36 40,3	− 0,090	+ 0,02
1601	ν Virginis	4,5	173 18 53,11	+ 7 54 1,94	11 38 9,00	+ 7 22 12,5	+ 0,090	.....
1603	Leonis	4,0	173 49 47,88	+ 21 34 43,97	11 40 14,66	+ 21 3 10,7	− 0,120	0,00
1607	β Hydræ et Crat.	4,0	175 8 51,25	− 33 32 43,08	11 45 20,77	− 33 4 24,9	− 0,015	− 0,03
1623	o Virginis	4,5	178 10 50,31	+ 10 5 39,23	11 57 54,17	+ 9 33 57,6	− 0,135	0,00
1624	α Corvi	4,5	178 57 20,64	− 23 21 41,82	12 0 41,27	− 23 53 28,0	+ 0,150	− 0,04
1666	c Comæ Bérin.	5,0	183 40 25,89	+ 29 37 58,77	12 19 27,45	+ 29 6 10,9	− 0,060	− 0,11
1681	η Corvi	4,5	184 52 11,43	− 14 50 10,85	12 24 20,93	− 15 21 52,4	.....	− 0,07
1728	Comæ Bérin.	4,5	191 41 57,57	+ 18 44 5,69	12 51 50,25	+ 18 13 11,3	+ 0,015	+ 0,06
1743	Comæ Bérin.	4,0	193 51 3,34	+ 28 56 45,25	12 59 58,74	+ 28 25 53,1	+ 0,075	− 0,09
1744	ψ Hydræ	4,5	193 58 39,84	− 21 48 3,63	13 0 59,31	− 22 18 50,9	+ 0,060	− 0,06
1747	θ Virginis	4,5	194 19 20,47	− 4 13 27,90	13 2 11,34	− 4 44 12,7	+ 0,015	− 0,05
1748	Comæ Bérén.	4,5	194 30 57,91	+ 18 49 52,85	13 2 41,49	+ 18 19 28,1	.....	+ 0,14
1813	υ Bootis.	4,0	204 24 58,56	+ 17 1 20,64	13 42 14,59	+ 16 32 39,6	− 0,060	+ 0,05
1814	k Centauri.	4,5	204 26 30,13	− 31 46 1,11	13 43 11,26	− 32 14 54,4	+ 0,075	− 0,11
1823	i Draconis.	4,5	206 4 10,44	+ 65 56 24,22	13 47 2,98	+ 65 27 54,3	+ 0,045	− 0,06
1829	τ Virginis	4,5	207 17 58,06	+ 2 44 28,23	13 54 1,07	+ 2 16 22,5	+ 0,075	− 0,07
1832	π Hydræ	4,5	208 7 16,39	− 25 29 22,20	13 57 50,59	− 25 57 23,9	+ 0,105	− 0,14
1842	x Virginis	4,0	209 57 55,02	− 9 7 15,12	14 4 54,16	− 9 34 24,6	+ 0,105	+ 0,01
1846	o Virginis	4,0	210 47 59,71	− 4 49 10,58	14 8 9,41	− 5 16 55,3	+ 0,180	.....

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1850. ASCENSION droite.	1850. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
1852	λ Bootis	4,0	211°45′52″,32	+ 47°13′23″,68	14h10m40s,69	+ 46°46′43″,8	− 0″,225	+ 0″,13
1854	ζ Bootis.	4,5	211 52 12,04	+ 52 30 22,12	14 10 51,08	+ 52 3 39,0	− 0,210	+ 0,07
1850	λ Virginis	4,0	211 28 24,72	− 12 13 49,19	14 11 0,15	− 12 40 39,8	+ 0,060	+ 0,03
1875	*a* Ursæ minoris	4,0	217 5 45,05	+ 76 47 5,45	14 27 54,20	+ 76 21 45,9	0,000	− 0,03
1880	μ Virginis.	4,5	217 32 41,22	− 4 34 43,65	14 35 9,70	− 5 0 10,6	+ 0,165	.....
1883	η Bootis	4,5	218 9 49,35	+ 27 34 52,97	14 36 49,91	+ 27 10 6,4	+ 0,075	+ 0,01
1888	o Bootis	4,5	218 27 15,31	+ 18 0 52,77	14 38 14,67	+ 17 36 10,4	0,000	− 0,02
1911	δ Libræ	4,5	221 58 45,19	− 7 31 49,94	14 52 57,97	− 7 55 11,4	− 0,015	− 0,01
1931	δ Lupi	4,5	225 44 53,94	− 29 13 38,43	15 8 43,21	− 29 35 35,0	+ 0,045	− 0,06
1950	μ Bootis	4,0	228 48 37,98	+ 38 14 56,54	15 18 49,51	+ 37 54 19,8	− 0,150	+ 0,08
1955	β Coronæ bor.	4,0	229 25 59,14	+ 29 57 52,00	15 21 38,99	+ 29 37 32,1	− 0,075	+ 0,07
1968	θ Coronæ bor.	4.5	230 45 56,64	+ 32 12	15 26 52,95	+ 31 52 7,5	− 0,045	− 0,02
1964	γ Libræ.	4,5	230 27 53.79	− 15 57 12,54	15 27 8,47	− 14 17 6,2	+ 0,090	+ 0,02
1966	Libræ.	5,0	230 33 12,46	− 27 18 9,43	15 27 55,83	− 27 37 58,6	+ 0,030	+ 0,03
1970	Libræ.	4,5	230 55 10,29	− 28 57 0,83	15 29 27,30	− 29 16 46,5	− 0,030	− 0,04
1985	η Libræ.	4,5	232 34 57,94	− 14 52 20,27	15 35 38,69	− 15 11 25,3	+ 0,105	− 0,05
1995	λ Serpentis	4,5	233 38 32,79	+ 8 8 15,37	15 39 10,27	+ 7 49 37,2	− 0,120	− 0,04
1998	λ Lupi	4,5	233 52	− 32 51 28,08	15 41 26,30	− 33 9 55,7	− 0,015	− 0,06
2002	ϰ Serpentis	4,0	234 25 50,74	+ 18 54 51,77	15 41 59,54	+ 18 36 31,6	0,000	− 0,05
2010	δ Coronæ bor.	4,5	234 49 56,71	+ 26 50 1,12	15 43 18,29	+ 26 31 53,3	− 0,090	− 0,03
2007	λ Libræ.	5,0	234 47 20,34	− 19 24 48,93	15 44 38,13	− 19 42 50,7	+ 0,030	− 0,02
2013	ρ Serpentis	5,0	235 7 44,56	+ 21 43 48,82	15 44 40,80	+ 21 25 58,6	0,000	+ 0,06
2011	θ Libræ.	4,5	234 58 41,74	− 15 59 22,10	15 45 17,61	− 16 17 4,0	+ 0,210	+ 0,13
2017	ρ Scorpii	4,0	235 27 14,19	− 28 28 33,78	15 47 38,19	− 28 46 16,5	+ 0,045	− 0,02
2041	ξ Ursæ minoris.	4,0	238 21	+ 78 32 6,08	15 49 31,80	+ 78 15 12,2	.....	0,00
2022	ψ Libræ	5,0	236 7 36,13	− 13 33 6,68	15 49 47,71	− 13 50 29,9	+ 0,015	+ 0,01
2029	ε Coronæ bor.	4,5	236 51 50,68	+ 27 36 8,37	15 51 22,83	+ 27 18 57,6	+ 0,015	− 0,03
2038	π Serpentis	4,5	237 56 19,74	+ 23 30 0,12	15 55 50,14	+ 23 13 28,3	+ 0,030	+ 0,08

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1850. ASCENSION droite.	1850. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
2033	ξ Libræ	4,5	237° 43′ 56″,54	− 10° 40′ 37″,25	15ʰ 56ᵐ 7ˢ,56	− 10° 57′ 18″,0	− 0″,030	− 0″,02
2039	1 *a* Scorpii	4,5	238 7 46,86	− 19 59 1,08	15 58 2,51	− 20 15 27,2	+ 0,090	+ 0,01
2040	2 *u* Scorpii	4,5	238 16 12,29	− 20 11 5,05	15 58 36,95	− 20 27 28,9	+ 0,105	− 0,02
2055	ν Scorpii	4,0	239 26 57,04	− 18 48 7,76	16 3 17,15	− 19 3 54,1	+ 0,060	+ 0,03
2077	σ Scorpii	4,0	241 35 7,51	− 24 58 54,28	16 12 4,78	− 25 13 40,8	+ 0,030	0,00
2094	φ Ophiuchi	4,5	244 17 13,74	− 16 3 23,12	16 22 33,65	− 16 16 50,6	+ 0,060	− 0,03
2097	λ Ophiuchi	4,0	244 38 36,97	+ 2 32 22,59	16 23 21,34	+ 2 18 59,8	+ 0,090	− 0,06
2105	*h* Herculis.	4,5	245 17 21,46	+ 12 1 56,42	16 25 35,41	+ 11 48 53,4	− 0,120	− 0,05
2118	A Draconis	4,5	247 9	+ 69 17 50,65	16 28 18,07	+ 69 5 32,2	+ 0,075	+ 0,02
2113	σ Herculis	4,0	246 33 16,15	+ 42 57 20,22	16 29 16,15	+ 42 44 56,3	+ 0,030	+ 0,04
2150	τ Ophiuchi	4,0	250 36 27,94	+ 10 35 17,45	16 46 54,83	+ 10 24 58,8	− 0,015	− 0,04
2201	ε Ursæ minoris.	4,0	257 59 24,36	+ 82 23 51,65	17 1 29,87	+ 82 16 32,1	.....	0,00
2175	μ Draconis	4,0	255 4 15,99	+ 54 48 7,04	17 2 13,87	+ 54 40 6,9	− 0,120	+ 0,03
2184	Ophiuchi	4,5	256 0 44,34	− 0 8 52,48	17 8 55,17	− 0 16 16,5	+ 0,075	− 0,06
2194	*u* Herculis.	4,0	257 4 21,29	+ 33 22 44,52	17 11 47,24	+ 33 15 54,9	− 0,015	+ 0,02
2186	ξ Ophiuchi	4,5	256 35 7,59	− 20 49 29,18	17 12 1,09	− 20 56 45,9	.....	− 0,19
2190	ν Serpentis	4,5	256 46 0,75	− 12 34 30,56	17 12 23,66	− 12 41 20,4	+ 0,090	+ 0,03
2195	*c* Herculis	4,5	257 18 29,04	+ 37 33 43,15	17 12 30,03	+ 37 27 7,9	− 0,015	+ 0,11
2200	Ophiuchi	5,0	257 56	− 29 37 2,23	17 17 46,77	− 29 43 32,9	− 0,030	.....
2207	ρ Herculis.	4,0	258 48 57,93	+ 37 23 8,12	17 18 30,08	+ 37 17 14,3	+ 0,060	+ 0,02
2206	σ Ophiuchi	4,5	258 35 34,36	+ 4 22 26,10	17 19 4,47	+ 4 16 29,9	+ 0,075	+ 0,02
2213	λ Herculis.	4,5	260 12 41,91	+ 26 18 42,89	17 24 40,60	+ 26 13 41,1	+ 0,015	+ 0,07
2225	θ Serpentis	4,5	261 54 53,00	− 12 43 15,35	17 32 59,25	− 12 47 22,1	− 0,045	− 0,02
2238	ω Draconis	5,0	264 36 14,07	+ 68 52 8,01	17 37 50,04	+ 68 49 34,5	+ 0,045	.....
2256	θ Herculis.	4,0	266 57 54,84	+ 37 17 49,22	17 51 6,67	+ 37 16 26,3	+ 0,015	+ 0,05
2259	Ophiuchi	4,0	267 5 39,84	+ 2 57 52,82	17 53 8,35	+ 2 56 35,5	+ 0,120	− 0,03
2281	o Herculis.	4,0	269 29 53,86	+ 28 44 44,09	18 1 41,67	+ 28 44 44,1	+ 0,060	+ 0,02
2305	x Lyræ	4,5	272 49 14,11	+ 35 58 9,27	18 14 36,45	+ 36 0 0,5	+ 0,030	+ 0,03

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1850. ASCENSION droite.	1850. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
2310	λ Sagittarii	4,0	273° 12′ 46″,06	− 25° 31′ 49″,45	18h 18m 42s,88	− 25° 29′ 58″,2	+ 0″,015	.....
2344	φ Sagittarii	4,5	277 35 8,41	− 27 12 55,71	18 36 17,15	− 27 8 22,3	+ 0,165	− 0″,03
2376	θ Serpentis	4,5	281 0 38,28	+ 3 54 14,20	18 48 45,78	+ 4 0 47,1	+ 0,045	+ 0,10
2373	2 ξ Sagittarii	5,0	280 46 35,62	− 21 24 12,98	18 48 46,61	− 21 17 55,2	+ 0,045	0,00
2393	o Sagittarii	4,5	282 29 52,65	− 22 2 31,85	18 55 41,47	− 21 57 19,8	+ 0,090	− 0,03
2397	τ Sagittarii	4,0	282 54 26,61	− 28 0 8,34	18 57 34,45	− 27 53 0,1	− 0,015	.....
2447	χ Cygni	4,0	287 51 30,39	+ 52 55 53,17	19 13 37,99	+ 53 5 34,5	+ 0,105	+ 0,09
2472	τ Draconis	4,5	290 1 34,08	+ 72 53 34,97	19 18 24,87	+ 73 4 29,1	.....	+ 0,08
2471	π Draconis	4,0	289 50 . ..	+ 65 14 41,92	19 19 53,30	+ 65 25 32,6	+ 0,135	+ 0,02
2467	Vulpeculæ	4,0	289 37 44,91	+ 24 11 5,93	19 22 27,88	+ 24 21 53,0	− 0,135	− 0,09
2479	μ Aquilæ	4,5	290 31 47,68	+ 6 52 37,80	19 26 45,71	+ 7 3 55,6	.... .	− 0,09
2478	2 *h* Sagittarii	4,5	290 26 38,22	− 25 24 1,96	19 27 34,55	− 25 12 35,0	+ 0,120	0,00
2482	χ Aquilæ	4,0	290 55 31,42	− 7 33 5,13	19 28 49,24	− 7 21 23,0	+ 0,045	+ 0,02
2498	θ Cygni	4,0	292 28 2,20	+ 49 39 52,58	19 32 25,07	+ 49 52 30,3	− 0,015	.....
2495	α Sagittarii	4,0	292 17 13,48	+ 17 28 2,06	19 33 23,61	+ 17 40 23,4	+ 0,075	+ 0,03
2497	φ Cygni	4,0	292 25 34,86	+ 29 36 11,45	19 33 27,16	+ 29 48 57,7	+ 0,015	+ 0,06
2516	δ Sagittarii	4,0	294 6 59,59	+ 17 56 44,55	19 40 42,16	+ 18 10 5,3	+ 0,150	+ 0,05
2526	η Aquilæ	4,0	294 59 49,26	+ 0 23 44,57	19 44 49,86	+ 0 37 28,4	+ 0,030	− 0,04
2549	*c* Sagittarii	4,5	296 53 20,97	− 28 22 4,88	19 53 25,70	− 28 7 17,3	+ 0,090	+ 0,05
2587	ρ Draconis	5,0	300 24 24,99	+ 67 10 35,81	20 2 7,46	+ 67 26 45,5	+ 0,030	+ 0,04
2603	2 o Cygni	4,0	301 28 47,59	+ 46 0 33,34	20 8 54,56	+ 46 17 20,2	+ 0,030	+ 0,05
2593	1 α Capricorni	4,0	301 0 44,70	− 13 14 47,06	20 9 19,24	− 12 58 2,7	+ 0,045	+ 0,02
2602	Vulpeculæ	4,5	301 24 21,73	+ 27 4 35,95	20 9 33,36	+ 27 21 27,6	− 0,015	+ 0,06
2611	Cygni	4,5	301 55 17,49	+ 55 50	20 9 54,47	+ 56 6 35,8	+ 0,135	+ 0,04
2612	Cygni	4,5	301 58 30,09	+ 46 58 21,66	20 10 50,05	+ 47 15 21,7	+ 0,015	+ 0,03
2632	χ Cephei	4,5	304 10 4,69	+ 76 57 44,31	20 13 50,60	+ 77 15 26,2	0,000	+ 0,01
2637	o Cygni	4,5	304 50 52,08	+ 29 33 52,35	20 23 15,66	+ 29 52 13,8	+ 0,030	+ 0,01
2642	ε Delphini	4,0	305 22 36,34	+ 10 29 11,60	20 26 2,83	+ 10 47 49,7	+ 0,030	0,00

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1850. ASCENSION droite.	1850. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
2662	θ Delphini	5,0	306° 47′ 34″,62	+ 12° 28′ 13″,89	20h 31m 30s,29	+ 12° 47′ 35″,3	+ 0″,030	+ 0″,04
2678	δ Delphini	5,0	308 0 20,28	+ 14 12 37,62	20 36 27,52	+ 14 32 23,2	+ 0,030	− 0,02
2676	ψ Capricorni	4,5	307 53 12,72	− 26 7 55,76	20 37 12,49	− 25 48 21,5	− 0,015	− 0,15
2686	γ Delphini	4,0	308 49 25,65	+ 15 15 21,19	20 39 42,05	+ 15 35 15,1	0,000	− 0,15
2684	Aquarii	4,0	308 41 57,45	− 5 54 29,34	20 39 49,22	− 5 34 24,8	+ 0,030	− 0,03
2696	μ Aquarii	4,5	309 51 17,95	− 9 53 8,40	20 44 33,71	− 9 32 34,7	+ 0,090	− 0,03
2709	9 Vulpeculæ	4,5	311 1 54,72	+ 27 8 18,22	20 48 10,22	+ 27 29 25,6	+ 0,045	+ 0,04
2724	ν Cygni	4,0	312 0 45,60	+ 40 14 6,29	20 51 34,95	+ 40 35 31,3	+ 0,045	+ 0,03
2746	ξ Cygni	4,0	314 0 28,02	+ 42 57 40,24	20 59 28,61	+ 43 19 53,7	+ 0,045	+ 0,02
2761	δ Equilæ	4,5	315 38 13,14	+ 9 1 38,35	21 7 10,57	+ 9 24 7,5	+ 0,120	.....
2764	α Equilæ	4,5	315 53 34,47	+ 4 14 54,56	21 8 19,57	+ 4 37 49,2	+ 0,120	− 0,08
2769	σ Cygni	4,5	316 57 8,77	+ 38 22 43,19	21 11 31,69	+ 38 46 5,7	+ 0,045	− 0,01
2770	υ Cygni	4,5	316 57 53,52	+ 33 52 46,02	21 11 45,12	+ 34 16 10,7	+ 0,030	+ 0,02
2780	c Pegasi.	4,0	317 41 26,01	+ 18 46 5,72	21 15 9,08	+ 19 9 55,7	+ 0,180	+ 0,09
2785	ζ Capricorni	4,0	318 9 32,22	− 23 27 24,27	21 18 5,75	− 23 3 26,6	+ 0,045	+ 0,05
2810	ρ Cygni	5,0	321 11 49,56	+ 44 31 4,81	21 28 20,55	+ 44 55 52,0	− 0,015	− 0,05
2825	ι Piscis australis	4,5	322 54 19,54	− 34 7 40,53	21 36 0,11	− 33 42 26,0	+ 0,075	− 0,09
2845	1 π Cygni.	4,5	323 21 18,84	+ 50 4 49,66	21 36 46,35	+ 50 30 22,9	0,000	− 0,01
2837	g Pegasi	4,5	323 13 41,94	+ 16 14 12,62	21 37 24,73	+ 16 39 55,3	+ 0,105	+ 0,06
2848	x Pegasi	4,0	323 24	+ 24 51 45,65	21 37 51,26	+ 24 57 27,4	+ 0,045	+ 0,03
2856	Cephei	4,5	324 33 39,24	+ 70 11 13,17	21 39 42,19	+ 70 37 14,5	.....	+ 0,06
2857	Cephei	4,5	324 35 46,36	+ 59 59 48,37	21 41 7,47	+ 60 25 46,4	+ 0,030	− 0,02
2889	τ Aquarii	4,5	328 17 41,49	− 15 2 49,98	21 58 19,93	− 14 35 43,1	+ 0,075	− 0,05
2899	υ Pegasi	4,0	328 54 20,44	+ 24 9 28,20	22 0 1,84	+ 24 36 32,6	.....	+ 0,05
2917	π Pegasi	4,0	329 46 59,37	+ 31 59 2,49	22 3 19,77	+ 32 26 40,0	+ 0,030	+ 0,03
2929	θ Aquarii	4,5	330 58 19,60	− 8 59 36,18	22 8 54,96	− 8 31 40,8	+ 0,165	0,00
2937	ε Cephei	4,5	331 30 45,51	+ 55 49 44,75	22 9 30,93	+ 56 17 49,1	.....	+ 0,04
2944	Pegasi	4,5	332 21 58,38	+ 10 58 46,05	22 14 8,29	+ 11 27 7,3	+ 0,075	+ 0,04

Digitized by Google

NOMBRES de Bradley.	ÉTOILES.	GRANDEUR.	1755. ASCENSION droite.	1755. DÉCLINAISON.	1850. ASCENSION droite.	1850. DÉCLINAISON.	MOUVEMENT PROPRE en ASC. DR.	MOUVEMENT PROPRE en DÉCLIN.
2956	Lacertæ	4,0	333° 29′ 35″,93	+ 51° 0′ 32″,27	22h 17m 39s,88	+ 51° 28′ 46″,1	− 0″,050	− 0″,17
2960	ζ Aquarii	4,0	334 3 9,30	− 1 15 56,10	22 21 6,43	− 0 47 8,4	+ 0,210	+ 0,05
2964	β Piscis australis	4,0	334 22 41,64	− 33 35 30,53	22 22 58,06	− 33 6 48,0	+ 0,120	− 0,02
2973	δ Cephei	4,5	335 1 50,70	+ 57 10 2,67	22 23 36,61	+ 57 38 54,7	+ 0,060	− 0,01
2975	Lacertæ	4,0	335 18 40,06	+ 49 1 47,06	22 25 7,14	+ 49 30 44,0	.....	− 0,01
2979	η Aquarii	4,0	335 41 25,21	− 1 22 21,47	22 27 38,91	− 0 53 20,9	+ 0,120	− 0,05
2986	ε Piscis australis	4,0	336 45 49,23	− 28 18 46,18	22 32 21,11	− 27 49 27,9	+ 0,060	− 0,02
3010	λ Pegasi	4,5	338 41 18,94	+ 22 16 57,40	22 39 18,66	+ 22 46 40,6	+ 0,090	+ 0,02
3016	μ Pegasi	4,0	339 33 4,03	+ 23 18 50,55	22 42 46,05	+ 23 48 40,3	+ 0,180	− 0,02
3019	λ Aquarii	4 0	339 57 17,65	− 8 52 36,28	22 44 47,16	− 8 22 34,2	− 0,015	+ 0,06
3057	Pegasi	4,5	343 48 8,22	+ 24 9 1,02	22 59 48,85	+ 24 39 35,0	+ 0,075	0,00
3062	2 *c* Aquarii	4,5	344 5 15,03	− 22 29 51.46	23 1 26,57	− 21 59 6,2	+ 0,075	+ 0,08
3082	γ Piscium	4,5	346 7 1,26	+ 1 56 51,13	23 9 23,39	+ 2 27 52,1	.....	+ 0,04
3149	κ Andromedæ	5,0	352 6 12,99	+ 42 58 44,86	23 33 1,85	+ 43 30 14,9	+ 0,075	+ 0,02
3191	ω Piscium	4,5	356 41 10,21	+ 5 30 24,43	23 51 36,73	+ 6 2 0,3	+ 0,225	− 0,08
3197	Piscium	4,5	357 20 52,63	− 7 22 32,89	23 54 16,11	− 6 50 51,7	+ 0,105	− 0,02
3204	*g* Ceti	4,0	357 47 33,09	− 18 42 0,94	23 56 3,19	− 18 10 14,8	+ 0,060	+ 0,02

Digitized by Google

§ I.

GROUPE DES ÉTOILES DE GRANDEUR 2,2.

6. L'application de la formule (4) à chacune des étoiles de ce groupe fournit les équations suivantes où les coefficients des inconnues et les termes tout connus sont exprimés en logarithmes :

— 9,94699 x	+ 9,66776 y	— 7,93343 z	= — 1,27230
— 9,72665	+ 9,92740	— 8,14106	= — 1,55793
— 9,98724	+ 9,37817	+ 6,82829	= — 0,19312
— 9,75653	+ 9,91140	+ 8,98075	= — 0,65896
— 9,97479	— 9,51589	— 8,65368	= + 0,61066
— 9,70695	+ 9,92742	+ 9,19673	= — 0,25527
— 9,91696	+ 9,73703	+ 9,13545	= — 1,00346
— 8,54396	+ 9,99178	+ 9,27744	= — 9,07918
— 9,87685	+ 9,76711	+ 9,47881	= — 0,78675
— 9,96627	+ 9,52349	+ 9,25563	= — 1,20628
— 9,99936	+ 8,60328	+ 8,56343	= — 0,94250
— 9,81723	+ 9,71343	+ 9,73985	= — 0,87157
— 9,94443	+ 9,00511	+ 9,66679	= — 1,55445
— 9,99753	+ 8,54458	+ 9,01715	= — 0,25527
— 9,99998	— 7,18779	— 7,93598	= — 9,77815
— 9,99987	— 7,57867	— 8,57643	= + 9,85733
— 9,99365	— 8,24658	— 9,22762	= + 9,68124
— 9,97856	+ 8,20231	— 9,48595	= + 9,55630
— 9,85031	+ 8,75355	+ 9,84725	= — 0,12057
— 9,98155	— 8,46659	+ 9,45317	= — 0,62325
— 9,94526	+ 9,00764	— 9,67081	= + 0,30963
— 9,95358	+ 9,04394	— 9,62790	= + 9,92428
— 9,99616	+ 8,99902	— 8,93992	= + 0,79518
— 9,72796	— 9,90445	+ 9,42339	= + 0,69196
— 9,65604	— 9,92858	+ 9,43792	= — 0,93044
— 9,96759	— 9,55643	+ 8,97652	= — 1,13988
— 9,98297	— 9,43646	+ 8,44803	= — 1,07041
— 9,75798	— 9,91215	+ 8,85578	= + 9,98227

Digitized by Google

— 9,98245 x	+ 9,44504 y	+ 7,59537 z	= + 0,61066
— 9,98464	+ 9,41595	+ 8,29259	= — 1,24353
— 9,96704	+ 9,57257	+ 8,54731	= — 0,79518
— 9,75264	— 9,91778	— 9,19800	= — 0,55630
— 9,98994	— 9,31738	— 8,66296	= + 0,54158
— 9,74518	— 9,89660	— 9,42120	= — 0,42160
— 9,80310	— 9,84683	— 9,50481	= — 0,22531
— 9,98495	+ 9,30161	+ 9,21527	= — 0,93651
— 9,40855	— 9,84992	— 9,81843	= — 9,77815
— 9,99525	+ 9,00981	+ 9,02445	= — 0,50963
— 9,94772	— 9,46350	— 9,55618	= — 1,05231
— 9,99655	— 8,87780	— 9,00153	= + 0,82737
— 9,96746	+ 9,34594	+ 9,49271	= — 0,52634
— 9,97537	+ 9,24164	+ 9,44263	= — 0,51054
— 9,67055	— 9,56909	— 9,90417	= + 0,77815
— 9,96704	— 9,20149	— 9,53154	= — 0,15856
— 9,78452	— 9,08258	— 9,89432	= + 9,68124
— 9,99328	+ 8,85258	+ 9,20224	= + 0,62525
— 9,98412	+ 8,86211	+ 9,40713	= + 1,06595
— 9,79388	— 8,49117	— 9,89357	= — 0,52634
— 9,95151	— 8,89101	+ 9,64399	= — 0,90525
— 9,88751	+ 9,54365	— 9,72517	= + 0,55795
— 9,85587	+ 9,65698	— 9,73992	= + 9,55650
— 9,67790	+ 9,81640	— 9,76813	= + 0,47712
— 9,99490	+ 9,08541	— 8,96192	= + 0,12057
— 9,95081	+ 9,65400	— 9,11980	= + 1,20303
— 9,98710	+ 9,36129	— 8,44272	= — 0,55630

On déduit de là les équations normales suivantes

38,0794 x	— 2,5787 y	+ 1,0540 z	= 128,7698
— 2,5787	+ 10,4685	+ 1,3384	= — 35,6750
1,0540	+ 1,3384	+ 5,8637	= — 33,8937

dans lesquelles les coefficients des inconnues, ainsi que les termes tout connus, sont exprimés en nombres. Leur résolution donne

$$x = 3,4256 \qquad y = -1,7988 \qquad z = -5,9854$$

et par suite

$$A = 253^\circ\ 16'\ 18'' \qquad D = +28^\circ\ 43'\ 38'' \qquad \tau = 0^j,0504.$$

Digitized by Google

7. Appliquons maintenant la formule (3) à ce même groupe d'étoiles, on obtient le système des équations suivantes :

$-$ 8,26559 y	$-$ 9,99993 z	$=+$ 1,23147	$+$ 9,66064 y	$-$ 9,94894 z	$=+$ 0,44346
$+$ 7,45012	$-$ 9,99999	$=-$ 0,06514	$+$ 9,67663	$-$ 9,94449	$=+$ 1,32257
$+$ 9,06638	$-$ 9,99703	$=+$ 0,54440	$+$ 9,82865	$-$ 9,86850	$=-$ 0,71179
$+$ 9,13373	$-$ 9,99594	$=+$ 1,39811	$+$ 9,86229	$-$ 9,83587	$=+$ 0,25491
$+$ 0,26193	$-$ 9,99262	$=+$ 0,07865	$+$ 9,99041	$-$ 9,31784	$=-$ 0,53900
$+$ 9,38438	$-$ 9,98686	$=+$ 1,32721	$+$ 9,98992	$-$ 9,32825	$=+$ 0,38021
$+$ 9,99318	$-$ 9,24499	$=-$ 0,40139	$-$ 9,83317	$+$ 9,86466	$=-$ 0,56221
$+$ 9,99456	$-$ 9,19680	$=-$ 0,51043	$-$ 9,85667	$+$ 9,84205	$=-$ 1,14578
$+$ 9,99764	$-$ 9,01660	$=-$ 0,47084	$-$ 9,89100	$+$ 9,79812	$=+$ 1,13233
$+$ 9,99941	$+$ 8,71577	$=-$ 0,40006	$-$ 9,90266	$+$ 9,77893	$=+$ 1,14798
$+$ 9,99859	$-$ 8,90489	$=-$ 0,88342	$-$ 9,92097	$+$ 9,77420	$=-$ 0,47689
$+$ 9,99770	$+$ 9,01112	$=+$ 0,60498	$-$ 9,92751	$+$ 9,72652	$=-$ 0,64469
$+$ 9,98999	$+$ 9,32682	$=-$ 0,22595	$-$ 9,95794	$+$ 9,62286	$=+$ 0,70790
$+$ 9,98573	$+$ 9,40177	$=-$ 0,39585	$-$ 9,99449	$+$ 9,19038	$=+$ 1,07482
$+$ 9,81793	$+$ 9,87703	$=-$ 0,55721	$-$ 9,95701	$+$ 9,62716	$=-$ 1,17740
$+$ 9,49645	$+$ 9,97751	$=+$ 0,92527	$-$ 9,99489	$+$ 9,18315	$=-$ 0,54178
$+$ 9,40556	$+$ 9,98547	$=+$ 1,23342	$-$ 9,96047	$+$ 9,61061	$=-$ 0,11549
$+$ 8,92211	$+$ 9,99848	$=+$ 1,01160	$-$ 9,98303	$+$ 9,43801	$=+$ 9,76192
$-$ 8,15029	$+$ 9,99996	$=-$ 1,32495	$-$ 9,99966	$+$ 8,59746	$=-$ 0,30465
$-$ 8,87541	$+$ 9,99877	$=-$ 1,39080	$-$ 9,99333	$-$ 9,24035	$=-$ 0,28643
$-$ 8,97301	$+$ 9,99807	$=-$ 0,75434	$-$ 9,92181	$-$ 9,74029	$=-$ 8,96454
$-$ 9,27247	$+$ 9,99225	$=+$ 1,07716	$-$ 9,89491	$-$ 9,79197	$=-$ 9,53197
$-$ 9,50155	$+$ 9,97695	$=+$ 1,13464	$-$ 9,77908	$-$ 9,90257	$=+$ 0,15261
$-$ 9,61713	$+$ 9,95915	$=-$ 1,12334	$-$ 9,46636	$-$ 9,98056	$=+$ 1,31751
$-$ 9,80205	$+$ 9,88839	$=-$ 1,20606	$-$ 9,46236	$-$ 9,98093	$=+$ 0,68831

Nous aurons pour équations normales

25,3901 y	$-$ 5,7080 z	$=$ 8,4005
$-$ 5,7080	$+$ 23,6390	$=-$ 129,3608

Afin de former un seul groupe de toutes les équations contenues dans les nos 6 et 7, il suffit de rétablir dans celles du n° 7 l'inconnue x avec le coefficient 0. La réunion des deux systèmes d'équations normales donne alors le système unique

38,0794 x	$-$ 2,5787 y	$+$ 1,0540 z	$=$ 128,7698
$-$ 2,5787	$+$ 35,8581	$-$ 4,3696	$=-$ 27,2745
1,0540	$-$ 4,3696	$+$ 29,5027	$=-$ 163,2545

Digitized by Google

On déduit de là

$$x = +3{,}4603 \qquad y = -1{,}2252 \qquad z = -5{,}8381$$

qui conduisent au résultat

$$A = 258^\circ\,10' \qquad D = +30^\circ\,7'\,10'' \qquad \tau = 0''{,}057.\ (*$$

§ II.

GROUPE DES ÉTOILES DE GRANDEUR 3,2.

8. La formule (4) appliquée à chacune des étoiles de cette classe donne les équations :

$-9{,}99310\,x$	$-9{,}24731\,y$	$-7{,}72876\,z$	$= -0{,}58433$
$-9{,}93963$	$+9{,}68969$	$+8{,}75118$	$= -0{,}96567$
$-9{,}99121$	$-9{,}28596$	$-8{,}68489$	$= -1{,}17260$
$-9{,}71244$	$+9{,}91226$	$+9{,}41105$	$= -0{,}62325$
$-9{,}99406$	$-9{,}19595$	$-8{,}70432$	$= -1{,}37144$
$-9{,}98677$	$+9{,}35999$	$+8{,}91163$	$= -9{,}55630$
$-9{,}85070$	$+9{,}85758$	$+9{,}41658$	$= -1{,}12450$
$-9{,}66514$	$+9{,}90756$	$+9{,}56149$	$= -0{,}38021$
$-9{,}99111$	$-9{,}25953$	$-8{,}92511$	$= -0{,}52634$
$-9{,}97408$	$+9{,}48186$	$+9{,}15623$	$= -1{,}08778$
$-9{,}91952$	$+9{,}68828$	$+9{,}42778$	$= -0{,}59769$
$-9{,}99968$	$+8{,}48053$	$+8{,}36799$	$= -1{,}27230$
$-9{,}78420$	$+9{,}77201$	$+9{,}72347$	$= -9{,}38021$
$-9{,}88431$	$+9{,}67154$	$+9{,}64244$	$= +0{,}07918$
$-9{,}99559$	$+8{,}97773$	$+9{,}02199$	$= -0{,}91169$
$-9{,}99479$	$+9{,}00903$	$+9{,}06192$	$= -0{,}76938$
$-9{,}99294$	$-9{,}05739$	$-9{,}13898$	$= +0{,}12057$

(*) Nous avons estimé qu'à raison du caractère provisoire de ces valeurs nous pouvions nous dispenser de calculer les erreurs probables de ces résultats, à condition de les calculer lorsque nous aurons établi leurs corrections dans un travail ultérieur.

Digitized by Google

— 9,83399 x	+ 9,65908 y	+ 9,75692 z	= — 0,64738
— 9,96297	+ 9,37468	+ 9,50139	= — 0,68124
— 9,93246	+ 9,47536	+ 9,62527	= — 9,38021
— 9,88879	+ 9,55597	+ 9,71678	= — 0,38021
— 9,98648	— 9,13052	— 9,31226	= — 1,10449
— 9,97667	+ 9,15227	+ 9,45617	= — 0,52634
— 9,99901	— 8,43856	— 8,79046	= + 0,03342
— 9,99909	— 8,58021	— 8,78076	= — 9,38021
— 9,92481	+ 9,26160	+ 9,70692	= — 9,55630
— 9,87861	+ 9,29770	+ 9,79489	= — 0,86451
— 9,96493	— 9,03304	— 9,56905	= — 0,91169
— 9,99806	— 8,41712	— 8,95831	= — 0,85003
— 9,99954	— 7,98035	— 8,65447	= + 0,07918
— 9,97025	— 8,81692	— 9,54658	= — 0,97681
— 9,97817	— 8,70873	— 9,48435	= + 0,07918
— 9,99755	— 8,22685	— 9,02025	= + 9,92428
— 9,97025	+ 8,75961	+ 9,54801	= — 0,45939
— 9,98508	— 8,43281	— 9,40869	= + 0,03342
— 9,90139	+ 8,65041	+ 9,77995	= — 0,97127
— 9,98646	— 8,19885	— 9,38977	= + 1,24353
— 9,96526	— 8,13502	+ 9,58464	= — 1,08350
— 9,95604	— 8,75037	+ 9,62810	= — 9,77815
— 9,98848	— 8,49373	+ 9,35237	= — 1,36921
— 9,91741	— 8,95181	+ 9,74455	= — 0,58433
— 9,96591	— 9,03112	+ 9,56321	= + 9,55630
— 9,99491	— 8,68340	+ 9,15980	= — 0,55630
— 9,92652	— 9,25742	+ 9,70273	= — 0,97681
— 9,95741	— 9,20646	+ 9,59124	= — 0,81954
— 9,96202	+ 9,29204	— 9,54352	= + 0,86451
— 9,99346	— 8,94560	+ 9,17022	= — 0,69196
— 9,99936	+ 8,47670	— 8,65834	= + 9,92428
— 9,67855	— 9,67323	+ 9,87034	= — 1,12840
— 9,99647	— 8,89764	+ 8,99789	= — 0,44091
— 9,99688	— 8,89075	+ 8,95762	= + 0,35793
— 9,82462	— 9,69471	+ 9,74494	= — 0,91169
— 9,91117	— 9,62368	+ 9,60071	= + 0,51054
— 9,64010	— 9,82501	+ 9,77975	= + 0,49415
— 9,99196	— 9,17695	+ 9,06956	= — 0,53445
— 9,95767	— 9,52634	+ 9,40386	= — 9,98227
— 9,69667	— 9,84253	+ 9,71437	= — 1,25237
— 9,97834	— 9,41942	+ 9,20698	= + 9,38021
— 9,85601	— 9,78270	+ 9,53458	= — 0,84261

Digitized by Google

— 9,95864 x	— 9,56061 y	+ 9,30875 z	= + 0,30963
— 9,86609	— 9,77707	+ 9,50441	= + 0,61066
— 9,84316	— 9,83834	+ 9,29735	= — 0,63548
— 9,98114	— 9,44566	+ 8,36330	= — 0,87852
— 9,91638	— 9,73976	+ 9,12691	= + 0,79518
— 9,51961	— 9,96697	+ 9,24012	= — 0,51054
— 9,96940	+ 9,55933	— 7,58578	= + 0,40140
— 9,71937	— 9,93024	— 8,07248	= + 9,38021
— 9,99997	— 8,08455	— 6,59259	= — 0,42160
— 9,50952	— 9,97387	— 8,97447	= — 9,38021
— 0,00000	+ 7,24717	+ 6,35562	= + 0,25527
— 9,99852	— 8,90879	— 8,19003	= — 0,75128
— 9,88649	— 9,79660	— 9,09058	= + 0,89872
— 9,96756	+ 9,55310	+ 9,02230	= — 0,65896
— 9,99997	— 8,03601	— 7,61006	= + 0,82737
— 9,61686	— 9,89915	— 9,65079	= + 0,28330
— 9,93096	— 9,62924	— 9,47957	= + 1,17609
— 9,88809	— 9,71291	— 9,56700	= + 1,26387
— 9,98537	— 9,30732	— 9,19018	= = 0,07918
— 9,99943	— 8,60368	— 8,50383	= — 0,51054
— 9,95971	+ 9,48241	+ 9,44366	= — 0,59769
— 9,87534	— 9,68300	— 9,65538	= — 0,63548
— 9,91734	— 9,58883	— 9,61012	= — 1,10037
— 9,70117	— 9,74592	— 9,82031	= + 0,42160
— 9,47317	— 9,79362	— 9,86008	= + 0,35793
— 9,98239	— 9,21779	— 9,35213	= — 0,69196
— 9,99953	+ 8,43395	+ 8,57612	= — 9,55630
— 9,99819	— 8,72232	— 8,87154	= + 0,85003
— 9,99938	+ 8,41900	+ 8,66429	= — 1,21590
— 9,99891	+ 8,53243	+ 8,79488	= + 0,61066
— 9,83452	— 9,51905	— 9,81376	= + 0,63548
— 9,97369	— 9,18899	— 9,47774	= + 0,76042
— 9,88802	— 9,36424	— 9,77166	= — 0,96567
— 9,99365	— 8,73086	— 9,20688	= + 0,25527
— 9,93168	— 9,18816	— 9,60560	= + 0,58433
— 9,98557	— 8,79167	— 9,39075	= + 0,55630
— 9,95676	— 9,00442	— 9,61565	= — 1,26387
— 9,60902	— 9,31180	— 9,94957	= + 0,42160
— 9,90178	— 9,14448	— 9,76853	= + 9,77815
— 9,95823	+ 8,92182	+ 9,60978	= — 0,62325
— 9,98449	+ 8,61858	+ 9,41366	= — 0,75128
— 9,99854	— 8,00796	— 8,90919	= + 1,50190

Digitized by Google

— 9,84060 x	— 8,93521 y	— 9,85490 z	= — 9,38021
— 9,99948	— 7,71807	— 8,68955	= — 0,82757
— 9,73706	— 8,59223	— 9,92271	= + 0,96567
— 9,99372	+ 8,02695	+ 9,22659	= — 1,06595
— 9,94059	— 8,39857	— 9,68895	= — 0,52634
— 9,99394	— 7,48882	— 9,21974	= + 1,02857
— 9,92666	+ 9,06214	— 9,71833	= + 0,12057
— 9,99819	— 8,52179	+ 8,94777	= — 0,98227
— 9,98780	+ 8,73814	— 9,35650	= — 1,02857
— 9,96902	— 8,93935	+ 9,54921	= — 0,61066
— 9,58773	+ 9,45726	— 9,94270	= + 0,97681
— 9,99954	+ 8,16088	— 8,64177	= + 1,03822
— 9,94803	+ 9,20227	— 9,63624	= — 0,38021
— 9,99331	+ 8,84444	— 9,20303	= — 9,98227
— 9,85291	+ 9,46089	— 9,80562	= + 0,62325
— 9,97608	+ 9,16571	— 9,45917	= + 0,64738
— 9,99984	— 8,12108	+ 8,36554	= + 0,22531
— 9,98822	— 9,07456	+ 9,29391	= + 0,30963
— 9,98584	— 9,14972	+ 9,35722	= + 0,42160
— 9,98736	+ 9,15080	— 9,28135	= — 0,54158
— 9,98482	+ 9,19489	— 9,31675	= — 9,38021
— 9,99284	— 9,05059	+ 9,14845	= — 0,51054
— 9,94083	+ 9,54297	— 9,53341	= — 0,89872
— 9,99708	— 8,94486	+ 8,87389	= — 9,07918
— 9,54455	+ 9,86420	— 9,76713	= — 0,15836
— 9,97881	— 9,37851	+ 9,27724	= — 0,19312
— 9,99985	— 8,54778	+ 8,13854	= + 9,38021
— 9,99834	+ 8,87560	— 8,64645	= + 0,68124
— 9,73611	+ 9,86370	— 9,61462	= — 9,85733
— 9,99955	— 8,60580	+ 8,32693	= + 0,30963
— 9,99393	+ 9,18533	— 8,80656	= — 0,53445
— 9,94204	+ 9,65166	— 9,26053	= — 0,59769
— 9,62730	+ 9,93067	— 9,48567	= — 1,22531
— 9,98032	— 9,44295	+ 8,99436	= — 0,07918
— 9,87769	+ 9,79688	— 9,29095	= — ∞
— 9,57549	+ 9,98354	— 9,11016	= + 1,20951

De là les équations normales

103,6216 x	+ 3,1726 y	+ 0,0833 z	= 244,8187
3,1726	+ 17,1049	+ 0,5053	= — 11,2149
0,0833	+ 0,5053	+ 16,2649	= — 95,8994

Digitized by Google

qui donnent

$$x = 2{,}3957 \qquad y = -0{,}9299 \qquad z = -5{,}7565$$

et, par suite,

$$A = 260^\circ\,49'\,26'' \qquad D = +22^\circ\,20'\,9'' \qquad \tau = 0^j{,}0525.$$

9. L'application de la formule (3) donne les équations suivantes :

8,48125 y	− 9,99980 z	= − 0,75440	9,99759 y	− 9,02171 z	= − 0,49574
9,05863	− 9,99714	= + 1,19203	9,99880	− 8,86928	= + 0,72073
9,38571	− 9,98678	= + 1,34319	9,99910	− 8,80818	= − 0,88526
9,48871	− 9,97835	= − 1,08260	9,99973	+ 8,55011	= + 0,78492
9,52571	− 9,97407	= − 9,54185	9,99655	+ 9,09882	= − 0,46692
9,54981	− 9,97081	= + 0,73081	9,99588	+ 9,13722	= − 1,18180
9,61376	− 9,95983	= + 0,45143	9,99443	+ 9,20169	= − 9,47452
9,62261	− 9,95800	= + 9,79928	9,98204	+ 9,44995	= − 0,61390
9,62340	− 9,95782	= + 9,67326	9,97705	+ 9,50065	= − 0,87368
9,63062	− 9,95625	= + 0,92668	9,96591	+ 9,58113	= − 0,74510
9,68251	− 9,94281	= + 1,24569	9,94064	+ 9,68936	= − 1,08931
9,78600	− 9,89854	= − 1,31170	9,93596	+ 9,70934	= − 0,89264
9,82386	− 9,87240	= − 0,20075	9,92184	+ 9,74020	= − 1,01789
9,81798	− 9,87700	= + 0,81567	9,89588	+ 9,79363	= − 1,38140
9,83445	− 9,86355	= − 0,35834	9,88036	+ 9,81349	= − 1,11388
9,87049	− 9,82623	= − 0 96638	9,87315	+ 9,82292	= − 0,64798
9,87432	− 9,82143	= + 0,75468	9,82568	+ 9,87094	= + 1,04305
9,89294	− 9,79510	= + 0,16508	9,78922	+ 9,89661	= − 1,26502
9,90168	− 9,78064	= − 1,15507	9,77972	+ 9,90220	= − 0,84491
9,90373	− 9,77702	= − 9,81901	9,71826	+ 9,93070	= + 0,35994
9,91175	− 9,76184	= − 9,61197	9,68892	+ 9,94078	= − ∞
9,91533	− 9,75452	= + 9,74582	9,67291	+ 9,94557	= − 1,04282
9,92187	− 9,74013	= + 0,69980	9,54660	+ 9,97127	= + 0,92633
9,95212	− 9,64822	= + 1,07630	9,44174	+ 9,98273	= − 0,94852
9,96081	− 9,60891	= − 0,62238	9,40527	+ 9,98563	= − 1,00626
9,96813	− 9,56758	= − 9,55550	9,37460	+ 9,98745	= + 9,90199
9,97373	− 9,52841	= + 9,95719	9,35928	+ 9,98834	= − 1,26728
9,97905	− 9,48186	= + 0,47505	9,27529	+ 9,99214	= − 0,65812
9,98235	− 9,44624	= + 9,82282	8,02657	+ 9,99997	= − 0,99106
9,98274	− 9,44155	= − 1,07299	− 8,14220	+ 9,99996	= + 1,11419
9,99047	− 9,31635	= − 0,42118	− 8,50781	+ 9,99977	= − 1,00346
9,99258	− 9,26312	= − 0,42118	− 9,45114	+ 9,98194	= + 0,60106
9,99398	− 9,21836	= − 0,26172	− 9,63800	+ 9,95457	= − 0,91811
9,99445	− 9,20077	= − 0,11819	− 9,69158	+ 9,93994	= − 0,84541
9,99432	− 9,20592	= − 0,00340	− 9,76200	+ 9,91167	= − 1,11640

Digitized by Google

— 9,76450 y	+ 9,91041 z	= — 1,18009	— 9,99992 y	+ 8,26900 z	= — 0,99740
— 9,78511	+ 9,90025	= + 0,52798	— 9,98968	— 9,33349	= — 0,43648
— 9,79587	+ 9,89372	= — 1,22801	— 9,98817	— 9,36219	= — 0,83335
— 9,82925	+ 9,86800	= — 1,05839	— 9,98776	— 9,36940	= — 0,65775
— 9,85524	+ 9,86286	= — 0,81504	— 9,98729	— 9,37741	= — 0,56720
— 9,85985	+ 9,85856	= + 1,01590	— 9,97240	— 9,53845	= — 0,44129
— 9,88551	+ 9,80912	= — 0,26500	— 9,96190	— 9,60331	= — 9,91721
— 9,88018	+ 9,81372	= + 0,54074	— 9,95961	— 9,61488	= + 0,76885
— 9,90643	+ 9,77209	= + 0,70587	— 9,95001	— 9,65655	= + 0,70766
— 9,90914	+ 9,76697	= — 1,14675	— 9,93899	— 9,69455	= — 9,38012
— 9,91152	+ 9,76230	= + 1,08622	— 9,93257	— 9,71322	= + 0,58654
— 9,93919	+ 9,69390	= — 0,94175	— 9,92934	— 9,72184	= + 0,14291
— 9,94526	+ 9,68081	= + 0,85606	— 9,90510	— 9,77455	= + 0,97959
— 9,95027	+ 9,65556	= — 0,79116	— 9,90198	— 9,78012	= + 0,72591
— 9,94905	+ 9,66028	= — 0,91699	— 9,89295	— 9,79509	= — 9,54972
— 9,96905	+ 9,56163	= + 0,59194	— 9,88383	— 9,80868	= + 1,03802
— 9,97997	+ 9,47253	= — 0,86300	— 9,84465	— 9,85421	= — 0,57968
— 9,98666	+ 9,38758	= — 0,52746	— 9,81111	— 9,88208	= — 0,03094
— 9,98737	+ 9,37613	= — 0,65975	— 9,79557	— 9,89264	= + 9,86825
— 9,98878	+ 9,35101	= — 0,29278	— 9,79300	— 9,89427	= + 1,30967
— 9,98807	+ 9,36402	= — 0,69781	— 9,72058	— 9,92982	= — 0,15830
— 9,98827	+ 9,36031	= — 0,59320	— 9,69103	— 9,94011	= — 0,18859
— 9,99448	+ 9,19940	= — 0,95853	— 9,66806	— 9,94695	= + 1,08751
— 9,99660	+ 9,09536	= — 0,86310	— 9,58625	— 9,96502	= + 0,89182
— 9,99688	+ 9,07719	= — 9,76547	— 9,57569	— 9,96682	= + 9,01859
— 9,99753	+ 9,02605	= — 0,81904	— 9,52866	— 9,97569	= — 1,02458
— 9,99915	+ 8,79949	= — 0,56421	— 9,52552	— 9,97411	= — 0,94176
— 9,99943	+ 8,70905	= + 0,97412	— 9,47389	— 9,97982	= + 9,99399
— 9,99959	+ 8,63654	= — 0,92333			

On déduit de là les équations normales

75,8620 y	— 4,8587 z	= — 45,3861
— 4,8587	+ 53,1363	= — 230,5304.

En suivant la marche indiquée à la fin du n° 7 on obtient le système unique d'équations normales

103,6216 x	+ 3,1726 y	+ 0,0833 z	= 244,8187
3,1726	+ 90,9669	— 4,3534	= — 54,6010
0,0833	— 4,3534	+ 69,4012	= — 324,4298.

Digitized by Google

Elles donnent

$$x = +2{,}3943 \qquad y = -0{,}9103 \qquad z = -4{,}7345$$

d'où

$$A = 259^\circ\,7' \qquad D = 25^\circ\,53'\,15'' \qquad \tau = 0''{,}0448.$$

§ III.

GROUPE DES ÉTOILES DE GRANDEUR 4,0.

10. La formule (4) appliquée à chacune des étoiles de cette classe donne les équations suivantes :

$-9{,}67795\,x$	$+9{,}94267\,y$	$+8{,}86844\,z$	$= -0{,}27875$
$-9{,}78400$	$+9{,}89746$	$+8{,}90910$	$= -0{,}97772$
$-9{,}92667$	$+9{,}72628$	$+8{,}74540$	$= -0{,}27875$
$-9{,}96425$	$+9{,}58571$	$+8{,}76540$	$= +0{,}82282$
$-9{,}88590$	$+9{,}80021$	$+9{,}00478$	$= +9{,}97772$
$-9{,}90140$	$+9{,}77333$	$+9{,}05422$	$= -0{,}82282$
$-9{,}99716$	$+9{,}04762$	$+8{,}59564$	$= -0{,}27875$
$-9{,}77089$	$+9{,}89382$	$+9{,}29345$	$= -\infty$
$-9{,}85520$	$+9{,}82421$	$+9{,}30977$	$= +0{,}45484$
$-9{,}59471$	$+9{,}94355$	$+9{,}43544$	$= -0{,}45484$
$-9{,}99843$	$+8{,}90382$	$+8{,}44919$	$= +1{,}23299$
$-9{,}81305$	$+9{,}84750$	$+9{,}45638$	$= +0{,}45484$
$-9{,}97800$	$+9{,}44903$	$+9{,}11837$	$= +0{,}93196$
$-9{,}97800$	$+9{,}44910$	$+9{,}11844$	$= +0{,}93196$
$-9{,}50780$	$+9{,}95078$	$+9{,}61437$	$= -0{,}27875$
$-9{,}96632$	$-9{,}52813$	$-9{,}23747$	$= -0{,}27875$
$-9{,}99984$	$+8{,}58614$	$+8{,}09980$	$= -9{,}97772$
$-9{,}60449$	$+9{,}88860$	$+9{,}68966$	$= -\infty$
$-9{,}99643$	$+9{,}02572$	$+8{,}85129$	$= -\infty$
$-9{,}99866$	$+8{,}80488$	$+8{,}66234$	$= +0{,}45484$
$-9{,}99996$	$-8{,}01633$	$-7{,}88929$	$= +0{,}45484$
$-9{,}82404$	$+9{,}77517$	$+9{,}65074$	$= +0{,}97772$
$-9{,}95124$	$+9{,}54662$	$+9{,}43410$	$= -0{,}27875$
$-9{,}99454$	$+9{,}09388$	$+8{,}98565$	$= +0{,}67669$
$-9{,}98513$	$-9{,}30627$	$-9{,}20093$	$= +0{,}27875$

Digitized by Google

— 9,94508 x	+ 9,56908 y	+ 9,46732 z	= + 1,01911
— 9,90068	+ 9,67409	+ 9,57939	= + 0,88081
— 9,96708	— 9,45844	— 9,38200	= + 9,97772
— 9,89729	+ 9,65647	+ 9,61688	= + 0,88081
— 9,95869	— 9,48420	— 9,45234	= + 0,88081
— 9,97624	+ 9,56166	+ 9,55282	= — 9,97772
— 9,99369	— 9,07044	— 9,08541	= — 0,27875
— 9,99768	— 8,82576	— 8,89610	= + 0,45484
— 9,96571	— 9,38353	— 9,47121	= + 0,45484
— 9,87256	+ 9,61143	+ 9,72115	= — ∞
— 9,96298	+ 9,38109	+ 9,49760	= + 0,45484
— 9,99076	+ 9,04849	+ 9,25215	= — 9,97772
— 9,82753	+ 9,57806	+ 9,80363	= + 0,75587
— 9,99629	— 8,81464	— 9,05287	= — 0,75587
— 9,98491	+ 9,09247	+ 9,35717	= + 0,27875
— 9,98072	+ 9,15318	+ 9,41135	= + 0,27875
— 9,98093	+ 9,12669	+ 9,41022	= — ∞
— 9,98413	+ 9,07122	+ 9,37640	= + 9,97772
— 9,08535	— 9,00386	— 9,37063	+ + 1,38184
— 9,97254	— 9,12141	— 9,50277	= + 1,01911
— 9,99720	+ 8,60617	+ 9,02518	= + 9,97772
— 9,99824	+ 8,49775	+ 8,92603	= + 0,45484
— 9,99973	+ 8,07296	+ 8,52067	= — ∞
— 9,69834	+ 9,46261	+ 9,91189	= + 0,27875
— 9,86105	+ 9,34748	+ 9,81323	= — ∞
— 9,87981	+ 9,31907	+ 9,79079	= — ∞
— 9,96953	+ 9,04574	+ 9,53705	= + 0,57978
— 9,99451	— 8,62930	— 9,18215	= + 0,27875
— 9,99011	— 8,73120	— 9,30977	= + 0,27875
— 9,99664	— 8,46420	— 9,08154	= + 0,45484
— 9,88792	— 8,71619	— 9,35543	= + 0,27875
— 9,99425	+ 8,43301	+ 9,20227	= + 0,27875
— 9,99369	+ 8,45010	+ 9,22253	= + 0,57978
— 9,99950	— 7,84698	— 8,67846	= + 9,97772
— 9,94782	+ 8,64759	+ 9,66279	= + 0,75587
— 9,98540	+ 7,85330	+ 9,40635	= + 0,45484
— 9,98508	— 7,74354	— 9,41099	= + 9,97772
— 9,96546	— 6,15397	+ 9,58378	= + 9,97772
— 9,71107	+ 7,87598	+ 9,93352	= — ∞
— 9,99744	+ 7,13837	— 9,03454	= + 1,09166
— 9,92197	+ 8,49893	— 9,73919	= + 0,93196
— 9,97204	— 8,33945	+ 9,54024	= + 0,45484

Digitized by Google

— 9,92727 x	+ 8,97420 y	— 9,72025 z	= + 9,97772
— 9,96102	+ 8,88790	— 9,59953	= — 9,97772
— 9,98116	+ 8,75212	— 9,45132	= — 9,97772
— 9,97040	— 8,88404	+ 9,54221	= + 9,97772
— 9,96242	+ 8,95915	— 9,58893	= — 9,97772
— 9,98434	+ 8,77873	— 9,40955	= + 0,45484
0,00000	+ 6,68495	— 7,26186	= + 9,97772
— 9,95385	+ 9,08315	— 9,62372	= — 0,45484
— 9,98069	— 8,90523	+ 9,44774	= — ∞
— 9,94488	— 9,15632	+ 9,65442	= + 0,93196
— 9,99462	+ 8,77499	— 9,16021	= + 0,27875
— 9,95984	+ 9,23556	— 9,57189	= — 9,97772
— 9,99717	— 8,82748	+ 8,96356	= — 0,27875
— 9,96615	— 9,36186	+ 9,48054	= — 0,45484
— 9,98909	— 9,16435	+ 9,22112	= + 0,45484
— 9,89758	— 9,65266	+ 9,63054	= + 0,57978
— 9,96062	— 9,49044	+ 9,42310	= + 0,57978
— 9,99437	— 9,12684	+ 8,94247	= + 0,45484
— 9,99172	+ 9,22258	— 8,98992	= + 0,93196
— 9,91319	— 9,70864	+ 9,41675	= + 0,97772
— 9,98371	+ 9,38150	— 9,07804	= + 1,05690
— 9,89682	— 9,74032	+ 9,43979	= + 1,01911
— 9,99258	— 9,22020	+ 8,88942	= + 0,57978
— 9,92241	— 9,70035	+ 9,34450	= — ∞
— 9,92862	— 9,69102	+ 9,29642	= + 0,27875
— 9,95348	— 9,61716	+ 9,16449	= + 0,97772
— 9,98060	+ 9,44407	— 8,95675	= — 1,12385
— 9,99503	— 9,15827	+ 8,64112	= + 0,88081
— 9,96870	+ 9,54870	— 8,97950	= + 0,97772
— 9,99640	— 9,09696	+ 8,45648	= + 0,27875
— 9,99061	— 9,30345	+ 8,63887	= + 0,75587
— 9,98209	+ 9,43905	— 8,76116	= — 0,57978
— 9,99883	— 8,85665	+ 8,15199	= + 0,45484
— 9,99982	+ 8,45327	— 7,72333	= + 0,67669
— 9,93530	+ 9,69919	— 8,93431	= + 0,45484
— 9,99526	+ 9,16187	— 8,35827	= — 9,97772
— 9,99998	— 7,95786	+ 7,15254	= — 9,97772
— 9,98062	+ 9,46253	— 8,54580	= + 9,97772
— 9,81575	— 9,87566	+ 8,94866	= — 0,27875
— 9,96845	— 9,56307	+ 8,59692	= — ∞
— 9,92582	+ 9,72919	— 8,65807	= + 0,45484
— 9,99323	— 9,24348	+ 7,74544	= + ∞

Digitized by Google

— 9,96286 x	+ 9,59822 y	— 7,85894 z	= + 0,57978
— 9,93912	— 9,69323	— 8,50082	= + 0,01911
— 9,98528	+ 9,40677	+ 8,33720	= + 0,82282
— 9,97636	— 9,49764	— 8,81378	= — 0,75587
— 9,94205	— 9,67202	— 9,06595	= + 0,93196
— 9,96778	+ 9,55677	+ 8,95282	= + 0,75587
— 9,99882	+ 8,85304	+ 8,26011	= + 0,67669
— 9,97610	— 9,49483	— 8,90799	= — 1,12385
— 9,98055	— 9,42580	— 9,08283	= — 0,67669
— 9,92952	+ 9,68060	+ 9,33812	= + 1,01911
— 9,61033	— 9,91393	— 9,60345	= + 0,75587
— 9,99951	— 8,62836	— 8,34112	= + 0,82282
— 9,95553	+ 9,57925	+ 9,30714	= + 1,12385
— 9,99448	+ 9,13777	+ 8,89859	= — 9,97772
— 9,83196	— 9,79523	— 9,58704	= — 1,09166
— 9,78439	— 9,82854	— 9,62214	= — 0,82282
— 9,99003	+ 9,25691	+ 9,04378	= — 0,45484
— 9,35909	— 9,89014	— 9,76877	= + 0,45484
— 9,94761	— 9,56115	— 9,45651	= — 9,97772
— 9,97817	— 9,38414	— 9,28403	= + 0,27875
— 9,99624	+ 8,98866	+ 8,94279	= + 9,97772
— 9,94086	+ 9,53240	+ 9,54375	= + 0,75587
— 9,89505	— 9,61034	— 9,66828	= — 0,88081
— 9,93769	— 9,51164	— 9,57911	= — 0,82282
— 9,92747	— 9,52769	— 9,61569	= + 0,27875
— 9,98699	+ 9,18610	+ 9,26945	= — 0,27875
— 9,94870	+ 9,46454	+ 9,54926	= — 0,45484
— 9,94203	+ 9,48451	+ 9,57490	= + 0,57978
— 9,98520	+ 9,19301	+ 9,30933	= + 0,67669
— 9,99561	— 8,92385	— 9,05690	= + 0,57978
— 9,92429	+ 9,50505	+ 9,64166	= + 0,75587
— 9,97589	— 9,27544	— 9,42106	= + 0,67669
— 9,95052	— 9,41496	— 9,56704	= + 0,45484
— 9,97458	+ 9,28251	+ 9,43388	= + 0,27875
— 9,96799	— 9,52546	— 9,48233	= — 0,75587
— 9,98287	+ 9,19889	+ 9,35331	= — 1,09166
— 9,94400	+ 9,43197	+ 9,59408	= + 0,27875
— 9,29835	— 9,71118	— 9,92131	= — ∞
— 9,98774	+ 9,11595	+ 9,28903	= — 9,97772
— 9,94752	— 9,40358	— 9,58881	= + 0,45484
— 9,96240	— 9,32565	— 9,52883	= — 0,88081
— 9,99241	+ 8,99524	+ 9,19494	= + 0,27875

Digitized by Google

— 9,97303 x	+ 9,25634 y	+ 9,46274 z	= — 9,97772
— 9,97248	+ 9,25880	+ 9,46758	= + 0,27875
— 9,97619	+ 9,21438	+ 9,44336	= — 0,45484
— 9,95734	+ 9,30312	+ 9,56990	= — ∞
— 9,98272	+ 9,07918	+ 9,39654	= + 0,45484
— 9,99958	— 8,27820	— 8,60251	= + 0,75587
— 9,99035	— 8,94025	— 9,27732	= + 0,67669
— 9,54841	— 9,56020	— 9,93552	= — 0,27875
— 9,86444	— 9,43517	— 9,79600	= — 0,57978
— 9,99254	— 8,78539	— 9,23885	= + 0.57978
— 9,12154	— 9,31440	— 9,98656	= — ∞
— 9,76073	— 9,32529	— 9,89740	= — 0,45484
0,00000	+ 6,79485	+ 7,59849	= + 0,75587
— 9,92171	— 9,09021	— 9,72935	= — 0,27875
— 9,97066	+ 8,91633	+ 9,53883	= + 1,25647
— 9,98946	+ 8,69757	+ 9,32621	= — 0,45484
— 9,89910	— 9,12691	— 9,77451	= - 0,01911
— 9,90013	— 9,07124	— 9,77497	= — 0,27875
— 9,99874	— 8,17852	— 8,87366	= — 0,27875
— 9,95250	— 8,87713	— 9,64029	= — 0,82282
— 9,98920	+ 8,49095	+ 9,33848	= + 0,27875
— 9,90065	— 8,50622	— 9,78182	= — 0,67669
— 9,99942	— 7,41860	— 8,71310	= + 0,45484
— 9,94288	— 7,62438	— 9,68206	= — 0,27875
— 9,90813	+ 8,46092	— 9,76838	= — 0,45484
— 9,94904	— 8,78083	+ 9,65041	= + 0,45484
— 9,99899	+ 8,11406	— 8,82498	= — 0,97772
— 9,96897	— 8,83401	+ 9,55449	= — ∞
— 9,96703	— 8,90902	+ 9,56394	= + 0,45484
— 9,78021	+ 9,38859	— 9,88047	= — 0,93196
— 9,46859	+ 9,51493	— 9,95325	= — 0,88081
— 9,62193	+ 9,48870	— 9,93158	= — 0,27875
— 9,96010	+ 9,13871	— 9,58645	= + 0,93196
— 9,99686	+ 8,62316	— 9,04973	= + 0,93196
— 9,95585	— 9,17559	+ 9,60415	= — ∞
— 9,99622	— 8,67150	+ 9,08902	= — 0,27875
— 9,97950	+ 9,05597	— 9,44363	= — 0,45484
— 9,93926	+ 9,27520	— 9,65957	= — 0,75587
— 9,97834	+ 9,09999	— 9,44904	= — 0,67669
— 9,99999	+ 7,46507	— 7,79646	= + 0,57978
— 9,94444	— 9,33222	+ 9,62713	= — 0,67669
— 9,58571	+ 9,66886	— 9,90033	= — 0,57978

Digitized by Google

− 9,84170 x	+ 9,57483 y	− 9,78786 z	= − 0,67669
− 9,98829	− 9,07209	+ 9,29311	= − 0,27875
− 9,94959	+ 9,37510	− 9,58938	= − 0,75587
− 9,74943	+ 9,64098	− 9,84651	= − 0,57978
− 9,83400	+ 9,58784	− 9,79247	= − 0,45484
− 9,55532	+ 9,73810	− 9,90638	= − 9,97772
− 9,93942	+ 9,45014	− 9,60757	= − 9,97772
− 9,99268	+ 9,02271	− 9,17142	= − ∞
− 9,98965	+ 9,11170	− 9,25786	= − 0,57978
− 9,98650	+ 9,17943	− 9,28653	= + 0,27875
− 9,95317	− 9,43213	+ 9,54109	= + 1,15381
− 9,98442	+ 9,21739	− 9,31175	= + 1,15381
− 9,99769	− 8,80859	+ 8,90488	= + 0,45484
− 9,99351	− 9,04148	+ 9,11991	= + 0,45484
− 9,94954	+ 9,47632	− 9,55667	= − 0,57978
− 9,88275	+ 9,63581	− 9,68122	= − 0,45484
− 9,86140	+ 9,67531	− 9,69054	= − 0,27875
− 9,99880	+ 8,72586	− 8,71252	= + 0,88081
− 9,89428	+ 9,65678	− 9,62715	= + 9,97772
− 9,91919	+ 9,61006	− 9,58024	= − 0,27875
− 9,97628	+ 9,57658	− 9,53561	= − 0,93196
− 9,96254	− 9,47210	+ 9,42412	= − 0,67669
− 9,85311	+ 9,73751	− 9,64282	= + 0,67669
− 9,91797	− 9,64888	+ 9,53273	= + 0,93196
− 9,80734	+ 9,78913	− 9,66063	= + 9,97772
− 9,98252	+ 9,35020	− 9,22372	= − 0,75587
− 9,95892	+ 9,52285	− 9,59362	= − 0,45484
− 9,53012	+ 9,88452	− 9,73680	= − 0,75587
− 9,69902	+ 9,84873	− 9,70044	= + 0,27875
− 9,98485	− 9,54414	+ 9,13494	= + 0,67669
− 9,96020	+ 9,54463	− 9,32502	= − 0,67669
− 9,92850	+ 9,66060	− 9,42582	= − 0,45484
− 9,99463	− 9 13571	+ 8,87996	= − ∞
− 9,74948	+ 9,86166	− 9,59618	= − 0,57978
− 9,99198	+ 9,22719	− 8,94613	= − 0,57978
− 9,79879	+ 9,84251	− 9,54019	= + 0,20817
− 9,99989	− 8,29798	+ 7,98515	= − 0,67669
− 9,92064	− 9,69799	+ 9,37885	= + 0,27875
− 9,73415	+ 9,88179	− 9,54986	= + 9,97772
− 9,81668	+ 9,83655	− 9,49883	= + 9,97772
− 9,99988	− 8,33906	+ 7,99392	= + 0,67669
− 9,94466	− 9,63930	+ 9,27211	= + 0,27875

Digitized by Google

$-9{,}96629\,x$	$+9{,}54806\,y$	$-9{,}13926\,z$	$=-0{,}27875$
$-9{,}96301$	$+9{,}56917$	$-9{,}14073$	$=+0{,}27875$
$-9{,}99477$	$-9{,}16125$	$+8{,}72338$	$=-0{,}75587$
$-9{,}96022$	$+9{,}59426$	$-9{,}05739$	$=-\infty$
$-9{,}96563$	$-9{,}56582$	$+9{,}02081$	$=-0{,}88081$
$-9{,}99975$	$+8{,}51838$	$-7{,}91136$	$=-0{,}57978$
$-9{,}86427$	$+9{,}82948$	$-8{,}97154$	$=-0{,}27875$
$-9{,}99799$	$+8{,}98137$	$-7{,}74407$	$=+0{,}88081$
$-9{,}99639$	$-9{,}10803$	$+7{,}77379$	$=+0{,}27875$
$-9{,}97645$	$-9{,}50566$	$+8{,}09166$	$=-0{,}27875$

On déduit de là les équations normales

$189{,}2062\,x$	$-12{,}2202\,y$	$+3{,}7072\,z$	$=268{,}8930$
$-12{,}2202$	$+27{,}5271$	$+0{,}6113$	$=-17{,}2566$
$+3{,}7072$	$+0{,}6113$	$+27{,}7453$	$=-107{,}6389$

qui donnent

$$z=-4{,}0841 \qquad y=+0{,}1341 \qquad x=+1{,}5099$$

d'où

$$A=271^\circ\,52'\,48'' \qquad D=20^\circ\,16'\,45'' \qquad \tau=0^j{,}0458.$$

11. L'application de la formule (3) donne les équations suivantes :

$8{,}92423\,y$	$-9{,}99846\,z$	$=+0{,}42600$		$9{,}77680\,z$	$-9{,}90384\,y$	$=+1{,}05689$
$9{,}00937$	$-9{,}99773$	$=+0{,}77766$		$9{,}77877$	$-9{,}90274$	$=+1{,}18476$
$9{,}01677$	$-9{,}99765$	$=+0{,}67998$		$9{,}78232$	$-9{,}89484$	$=+0{,}40446$
$9{,}04829$	$-9{,}99727$	$=-1{,}21166$		$9{,}79049$	$-9{,}89583$	$=-0{,}13976$
$9{,}17478$	$-9{,}99509$	$=-0{,}11637$		$9{,}79270$	$-9{,}89446$	$=+1{,}17639$
$9{,}19907$	$-9{,}99450$	$=+0{,}63846$		$9{,}80792$	$-9{,}88436$	$=-0{,}59924$
$9{,}27311$	$-9{,}99222$	$=+1{,}19833$		$9{,}82879$	$-9{,}86838$	$=+1{,}16276$
$9{,}33750$	$-9{,}98948$	$=+0{,}75256$		$9{,}85297$	$-9{,}86485$	$=-1{,}11382$
$9{,}46614$	$-9{,}98058$	$=+0{,}70028$		$9{,}84502$	$-9{,}85386$	$=+1{,}34215$
$9{,}47192$	$-9{,}98003$	$=+0{,}85341$		$9{,}85684$	$-9{,}84187$	$=+0{,}14797$
$9{,}57570$	$-9{,}96682$	$=+0{,}96251$		$9{,}88182$	$-9{,}81148$	$=+0{,}75380$
$9{,}62650$	$-9{,}95716$	$=+0{,}97572$		$9{,}88893$	$-9{,}80125$	$=-\infty$
$9{,}62650$	$-9{,}95716$	$=+1{,}08486$		$9{,}89110$	$-9{,}79797$	$=-1{,}19520$
$9{,}65813$	$-9{,}95454$	$=-0{,}55401$		$9{,}89749$	$-9{,}78777$	$=+0{,}02420$
$9{,}65877$	$-9{,}94943$	$=+1{,}07581$		$9{,}90002$	$-9{,}78351$	$=+0{,}71781$
$9{,}66219$	$-9{,}94853$	$=+1{,}10778$		$9{,}90840$	$-9{,}76839$	$=-0{,}96067$
$9{,}72799$	$-9{,}92693$	$=-0{,}44956$		$9{,}92228$	$-9{,}73862$	$=+0{,}44515$
$9{,}74521$	$-9{,}91964$	$=+0{,}92794$		$9{,}93421$	$-9{,}70864$	$=+0{,}28016$
$9{,}76672$	$-9{,}90926$	$=-0{,}85117$		$9{,}93745$	$-9{,}69922$	$=-\infty$

Digitized by Google

9,94378 y	— 9,67908 z	= + 1,21740	9,90082 y	+ 9,78214 z	= — 0,81993
9,94678	— 9,66861	= + 1,08821	9,89841	+ 9,78624	= + 0,60738
9,94793	— 9,66440	= + 1,17558	9,87602	+ 9,81925	= + 0,84247
9,95237	— 9,64719	= + 0,61458	9,84643	+ 9,85251	= + 1,26717
9,96320	— 9,59643	= — 0,44058	9,84273	+ 9,86505	= — 0,05365
9,96541	— 9,58405	= + 0,72896	9,81322	+ 9,88056	= + 0,11579
9,97171	— 9,54343	= + 0,85090	9,75829	+ 9,92266	= + 0,44974
9,97402	— 9,52631	= + 0,63061	9,70338	+ 9,93604	= — 1,14483
9,97417	— 9,52489	= + 0,45200	9,65780	+ 9,94969	= — ∞
9,97596	— 9,51021	= + 0,61574	9,64856	+ 9,95202	= — 0,91465
9,97657	— 9,50485	= + 0,73154	9,65091	+ 9,95144	= — 0,75240
9,97850	— 9,48719	= + 1,07711	9,62640	+ 9,95718	= + 0,84603
9,98361	— 9,43076	= + 0,84746	9,60561	+ 9,96146	= + 0,68067
9,98539	— 9,40682	= + 0,84310	9,57271	+ 9,96731	= + 0,38574
9,98771	— 9,37057	= + 0,92871	9,53643	+ 9,97266	= + 0,91216
9,98886	— 9,34962	= + 0,74400	9,52188	+ 9,97455	= + 0,80809
9,99380	— 9,22454	= + 0,44899	9,41556	+ 9,98476	= + 0,89910
9,99390	— 9,22147	= + 0,44842	9,34846	+ 9,98894	= — 0,75276
9,99446	— 9,20074	= + 1,05127	9,32547	+ 9,99005	= + 1,32131
9,99533	— 9,16385	= + 0,45436	9,31188	+ 9,99067	= — 0,91288
9,99798	— 8,98278	= + 0,70352	9,28704	+ 9,99170	= + 0,85188
9,99983	— 8,44678	= + 0,83816	9,26266	+ 9,99260	= + 0,75556
9,99990	— 8,33245	= + 0,74096	9,22880	+ 9,99368	= — 1,08674
0,00000	— 7,00532	= — ∞	9,19110	+ 9,99470	= + 0,14846
0,00000	+ 6,57019	= — 0,42032	9,18942	+ 9,99474	= + 0,65093
9,99998	— 7,94264	= + 0,86495	9,08011	+ 9,99684	= + 0,73525
9,99996	+ 8,10379	= + 0,62835	9,06096	+ 9,99698	= — 0,75227
9,99929	+ 8,75903	= + 0,67766	9,06601	+ 9,99704	= + 0,92836
9,99914	+ 8,79835	= + 0,60308	9,03133	+ 9,99748	= — 1,02690
9,99312	+ 9,24707	= + 0,38164	8,92732	+ 9,99844	= — 0,07703
9,99196	+ 9,28033	= + 0,71660	8,50174	+ 9,99978	= — 1,10197
9,99149	+ 9,29229	= + 0,13472	8,26065	+ 9,99993	= + 1,11491
9,98977	+ 9,33160	= + 0,72665	— 8,80670	+ 9,99911	= — 0,69726
9,98837	+ 9,35859	= + 0,59294	— 9,30702	+ 9,99088	= + 0,13147
9,98843	+ 9,35761	= + 0,83687	— 9,37912	+ 9,98719	= + 0,79696
9,98527	+ 9,40836	= + 0,75587	— 9,38300	+ 9,98695	= + 0,72207
9,98270	+ 9,44213	= + 0,40814	— 9,39336	+ 9,98629	= + 0,15233
9,98284	+ 9,44033	= + 0,43588	— 9,61634	+ 9,95931	= — 0,73751
9,97913	+ 9,48103	= — 0,57650	— 6,61675	+ 9,95923	= + 0,78002
9,96597	+ 9,58075	= — 0,75025	— 9,64202	+ 9,95340	= + 0,24924
9,95816	+ 9,62183	= + 0,81185	— 9,66147	+ 9,94871	= + 0,85244
9,90704	+ 9,77096	= — 0,45227	— 9,67333	+ 9,94544	= + 0,95273

Digitized by Google

— 9,69851 y	+ 9,95769 z	= + 0,99282	— 9,98885 y	+ 9,34971 z	= — 0,07609
— 9,70931	+ 9,93397	= + 1,23114	— 9,98831	+ 9,35967	= + 0,92122
— 9,72134	+ 9,92953	= — 1,16548	— 9,98925	+ 9,34185	= — 0,05356
— 9,72263	+ 9,92903	= — 1,08868	— 9,99030	+ 9,32025	= — 0,39360
— 9,71776	+ 9,93089	= + 0,74515	— 9,99166	+ 9,28793	= + 0,65657
— 9,78043	+ 9,90180	= — ∞	— 9,99133	+ 9,29619	= + 0,85157
— 9,78489	+ 9,89921	= + 1,19354	— 9,99363	+ 9,23047	= + 0,10662
— 9,79092	+ 9,89556	= + 0,80200	— 9,99566	+ 9,14813	= — 0,62002
— 9,79371	+ 9,89382	= — ∞	— 9,99807	+ 8,97332	= + 0,18868
— 9,82534	+ 9,87121	= — 0,14965	— 9,99939	+ 8,72379	= + 0,05458
— 9,85509	+ 9,84374	= + 0,57023	— 9,99944	+ 8,70494	= + 1,05633
— 9,87653	+ 9,81859	= — 1,05090	— 9,99998	+ 7,94230	= + 0,69875
— 9,88061	+ 9,81314	= — 0,79194	— 9,99948	— 8,69202	= + 0,36280
— 9,88906	+ 9,80106	= — 0,55997	— 9,99932	— 8,74653	= + 0,10930
— 9,88719	+ 9,80384	= + 0,91832	— 9,99618	— 9,12060	= + 1,14454
— 9,88774	+ 9,80302	= + 0,40224	— 9,99193	— 9,28101	= + 0,62986
— 9,89001	+ 9,79962	= — 0,39547	— 9,99227	— 9,27179	= + 0,60021
— 9,89995	+ 9,78363	= + 0,98346	— 9,98958	— 9,33526	= + 0,89926
— 9,90598	+ 9,77293	= — 1,05284	— 9,98889	— 9,34900	= — 0,10021
— 9,90722	+ 9,77061	= — 0,07658	— 9,97855	— 9,48667	= + 0,77744
— 9,91031	+ 9,76469	= — ∞	— 9,97344	— 9,53056	= + 0,72700
— 9,91248	+ 9,76040	= — 0,88364	— 9,97400	— 9,52626	= + 1,06754
— 9,91224	+ 9,76087	= + 0,42861	— 9,97175	— 9,54319	= + 1,01344
— 9,91405	+ 9,75718	= — ∞	— 9,97057	— 9,55285	= + 0,62754
— 9,91325	+ 9,75885	= + 1,28216	— 9,96572	— 9,58225	= — 9,96301
— 9,91575	+ 9,75364	= + 0,57371	— 9,96628	— 9,57862	= + 9,83178
— 9,91921	+ 9,74613	= + 0,14101	— 9,96585	— 9,58148	= + 0,09217
— 9,92292	+ 9,73769	= + 0,10246	— 9,96034	— 9,61129	= + 1,13160
— 9,92813	+ 9,72495	= + 0,41814	— 9,95729	— 9,62590	= + 0,45481
— 9,92714	+ 9,72744	= — 0,44685	— 9,95031	— 9,65540	= + 0,87740
— 9,92903	+ 9,72263	= + 0,90423	— 9,93574	— 9,70427	= + 0,03866
— 9,92970	+ 9,72092	= + 0,97061	— 9,93086	— 9,71783	= + 0,29433
— 9,93510	+ 9,70612	= + 0,73157	— 9,93301	— 9,71199	= + 0,61971
— 9,94425	+ 9,67747	= + 0,41131	— 9,93120	— 9,71692	= — 0,10230
— 9,95471	+ 9,63735	= + 0,73810	— 9,92879	— 9,72326	= + 0,85439
— 9,95601	+ 9,63170	= + 0,93160	— 9,92854	— 9,72391	= + 9,96551
— 9,95829	+ 9,62122	= — 1,04760	— 9,91772	— 9,74944	= — ∞
— 9,96451	+ 9,58919	= + 0,40529	— 9,91417	— 9,75694	= + 0,39293
— 9,96258	+ 9,59975	= + 0,32074	— 9,91135	— 9,76264	= + 0,44708
— 9,97463	+ 9,52117	= — 0,14659	— 9,90553	— 9,77757	= + 0,44392
— 9,98509	+ 9,41098	= — 0,81906	— 9,89650	— 9,78940	= + 0,44070
— 9,98693	+ 9,38329	= + 0,85278	— 9,89720	— 9,78824	= — 0,10819

Digitized by Google

— 9,89158 y	— 9,79722 z	= — ∞	— 9,70180 y	— 9,95658 z	= + 0,38114
— 9,89233	— 9,79604	= + 0,45278	— 9,68595	— 9,94170	= + 1,19037
— 9,88518	— 9,80675	= + 0,92591	— 9,66654	— 9,94740	= + 0,84405
— 9,87757	— 9,81722	= + 0,57889	— 9,64964	— 9,95176	= — 0,24919
— 9,87103	— 9,82562	= + 0,51138	— 9,64102	— 9,95385	= + 1,29990
— 9,85687	— 9,84184	= + 0,49270	— 9,63591	— 9,95505	= + 0,97994
— 9,84460	— 9,85426	= + 1,05103	— 9,62545	— 9,95738	= + 0,48432
— 9,84261	— 9,85615	= + 1,05548	— 9,61454	— 9,95968	= + 1,05685
— 9,83416	— 9,86379	= + 0,52285	— 9,59607	— 9,96326	= + 0,70251
— 9,83406	— 9,86388	= + 0,37203	— 9,56043	— 9,96923	= + 0,89670
— 9,82810	— 9,86907	= + 1,20822	— 9,54329	— 9,97173	= + 1,19456
— 9,82417	— 9,87215	= + 0,59477	— 9,53499	— 9,97286	= — 0,14915
— 9,79702	— 9,89171	= — 0,00382	— 9,44553	— 9,98240	= + 0,81125
— 9,78373	— 9,89988	= + 0,77284	— 9,43802	— 9,98303	= + 0,82000
— 9,77587	— 9,90437	= — ∞	— 9,13793	— 9,99587	= + 0,71331
— 9,77717	— 9,90365	= + 0,98027	— 8,76197	— 9,99927	= + 1,52749
— 9,77541	— 9,90462	= + 0,58835	— 8,66530	— 9,99954	= + 0,99580
— 9,76292	— 9,91121	= + 0,14813	— 8,58567	— 9,99967	= + 0,75365
— 9,72061	— 9,92981	= + 0,83855			

Les équations normales qui s'en déduisent sont

$$\begin{aligned} 131{,}3738\, y - 6{,}2217\, z &= -23{,}2760 \\ -6{,}2217\, y + 112{,}0747\, z &= -298{,}6098; \end{aligned}$$

en les réunissant à celles du n° 10 on obtient le système unique

$$\begin{aligned} 189{,}2062\, x - 12{,}2202\, y + 3{,}7072\, z &= 268{,}8930 \\ -12{,}2202\, x + 158{,}9009\, y - 5{,}6104\, z &= -40{,}5326 \\ 3{,}7072\, x - 5{,}6104\, y + 139{,}8200\, z &= -406{,}2487 \end{aligned}$$

Leur résolution fournit pour les inconnues les valeurs suivantes

$$x = +1{,}4631 \qquad y = -0{,}2469 \qquad z = -2{,}9541$$

d'où

$$A = 265° 13' 20'' \qquad D = +26° 16' \qquad \tau = 0''{,}0276.$$

Digitized by Google

12. Conclusion. — Résumant les résultats obtenus dans le tableau suivant :

CLASSE	1755. A	1755. D	τ
2	258° 10′0	30° 07′0	0″,057
3	259° 07′0	25° 53′0	0″,045
4	265° 13′5	26° 16′0	0″,028

on voit que le résultat moyen pour la direction actuelle du transport du système solaire dans l'espace ne s'écarte pas sensiblement des résultats obtenus par Argelander, Struve, Mädler et d'autres astronomes. Aussi, c'est en nous basant sur ces valeurs approchées, que nous nous proposons de rechercher la valeur de la vitesse du transport.

Digitized by Google

Digitized by Google

SUR L'ÉTUDE

DES

ÉVÉNEMENTS ARITHMÉTIQUES

PAR

M. ERNEST CESÀRO.

« . . . . . .
» comme un vaste miroir, brisé sur la poussière,
» réfléchit, dans l'obscur, des fragments de lumière. »

LAMARTINE.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 6 février 1886.)

Digitized by Google

Digitized by Google

SUR L'ÉTUDE

DES

ÉVÉNEMENTS ARITHMÉTIQUES.

Soit

$$X = \{ x_1, x_2, x_3, \ldots x_m \}$$

une quantité quelconque, engendrée, au moyen d'opérations données, par les nombres x_1, x_2, ... x_m, que nous supposerons entiers, pour fixer les idées. Il existe un principe général, permettant d'évaluer très simplement la probabilité que le nombre X soit doué d'une propriété Ω. Évidemment, si la fonction $\Omega(x)$ est 1 ou 0, suivant que x appartient ou n'appartient pas au système Ω (c'est-à-dire au système des nombres doués de la propriété Ω), la probabilité dont il s'agit est

$$\mathfrak{P}_n = \frac{1}{n^m} \sum \Omega(X),$$

lorsque les entiers x sont pris, au hasard, parmi les n premiers nombres naturels. Il suffit de faire augmenter n indéfiniment pour obtenir la probabilité demandée; car, à cause de la nature même du problème, on peut affirmer *a priori* que $\mathfrak{P}_n$ tend vers une limite déterminée $\mathfrak{P}$.

Cela posé, dans la somme qui exprime $n^m \mathfrak{P}_n$, distinguons par $\sigma_i(n)$ la partie relative aux n^{m-1} termes, dans lesquels $x_i = n$, et désignons par $\mathfrak{F}_i$ la *fréquence* de Ω dans le système de ces termes, lorsque n augmente indéfiniment. Autrement dit, soit

$$\mathfrak{F}_i = \lim \frac{\sigma_i(n)}{n^{m-1}}.$$

Digitized by Google

Si l'on pose, pour abréger,

$$\sigma(n) = \sum_{i=1}^{i=m} \sigma_i(n), \quad \mathfrak{F} = \sum_{i=1}^{i=m} \mathfrak{F}_i,$$

on a

$$(n\nu + n)^m \mathfrak{P}_{n\nu+n} - (n\nu)^m \mathfrak{P}_{n\nu} = \sum_{i=1}^{i=n} \sigma(n\nu + i),$$

où l'on ne tient pas compte des sommes relatives aux quantités, pour lesquelles deux ou plusieurs nombres x sont égaux à n. Les sommes σ sont essentiellement positives : si $\sigma(n\nu + p)$ est, dans la série

$$\sigma(n\nu + 1),\ \sigma(n\nu + 2),\ \sigma(n\nu + 3),\ \ldots,\ \sigma(n\nu + n),$$

le plus petit terme, $\sigma(n\nu + q)$ le plus grand, et si l'on pose

$$\lim \frac{p}{n} = \alpha, \quad \lim \frac{q}{n} = \beta,$$

on a, pour ν fixe et n indéfiniment croissant,

$$\lim \frac{\sigma(n\nu + p)}{n^{m-1}} < \left[(\nu + 1)^m - \nu^m\right] \mathfrak{P} < \lim \frac{\sigma(n\nu + q)}{n^{m-1}},$$

ou bien

$$\left(1 + \frac{\alpha}{\nu}\right)^{m-1} \mathfrak{F} < \frac{(\nu + 1)^m - \nu^m}{\nu^{m-1}} \mathfrak{P} < \left(1 + \frac{\beta}{\nu}\right)^{m-1} \mathfrak{F}.$$

Si, maintenant, on fait croître ν, on trouve, à la limite,

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{m}(\mathfrak{F}_1 + \mathfrak{F}_2 + \mathfrak{F}_3 + \cdots + \mathfrak{F}_m) \quad \ldots \quad (1)$$

Ces raisonnements subsistent encore, moyennant quelques modifications visibles, dans le cas où les limites α et β ne sont pas déterminées : il suffit d'observer que les rapports $\frac{p}{n}$ et $\frac{q}{n}$ ne cessent jamais d'être compris entre zéro et l'unité.

Digitized by Google

La formule (1) a été employée, pour $m = 2$, dans nos *Excursions arithmétiques*. Pour en montrer une application, assez curieuse, proposons-nous de répondre à la question que voici : *Quelle probabilité y a-t-il que, dans une division quelconque, le quotient le plus approché soit le quotient par défaut?* Ici, la fonction Ω est, si l'on veut,

$$\Omega(x) = [x] - \left[x - \frac{1}{2}\right],$$

et, d'après le principe (1), la probabilité demandée est la moyenne arithmétique des fréquences-limites des termes des deux séries

$$\frac{n}{1}, \quad \frac{n}{2}, \quad \frac{n}{3}, \quad \ldots, \quad \frac{n}{n},$$

$$\frac{1}{n}, \quad \frac{2}{n}, \quad \frac{3}{n}, \quad \ldots, \quad \frac{n}{n},$$

qui donnent la valeur 1 à la fonction Ω. On a

$$\mathfrak{F}_1 = \lim \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \left\{ \left[\frac{n}{i}\right] - \left[\frac{n}{i} - \frac{1}{2}\right] \right\},$$

ou bien, en vertu de transformations connues,

$$\mathfrak{F}_1 = \lim \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \left\{ \left[\frac{n}{i}\right] - \left[\frac{2n}{2i+1}\right] \right\} = 2(1 - \log 2).$$

Il est évident, d'ailleurs, que $\mathfrak{F}_2 = \frac{1}{2}$. Par conséquent,

$$\mathfrak{P} = \frac{\mathfrak{F}_1 + \mathfrak{F}_2}{2} = \frac{5}{4} - \log 2 = 0{,}55685\ldots$$

Il y a donc environ 49 à parier contre 39 que, dans une division quelconque, le quotient par excès est moins approché que le quotient par défaut.

Digitized by Google

Avant de passer à d'autres applications du principe (1), cherchons avec rigueur ce que devient la fonction Q, définie par la relation

$$nQ(n) = f\left[\frac{n}{1}\right] + f\left[\frac{n}{2}\right] + f\left[\frac{n}{3}\right] + \cdots + f\left[\frac{n}{n}\right],$$

lorsque n augmente indéfiniment, en supposant que la fonction $f(x)$ ne puisse *jamais devenir infinie*. En vertu de la transformation asymptotique habituelle, on peut écrire

$$nQ(n) = \sum_{i=1}^{i=\sqrt{n}} f\left[\frac{n}{i}\right] + \sum_{i=1}^{i=\sqrt{n}} \{f(i) - f(i-1)\}\left[\frac{n}{i}\right].$$

A cause de l'hypothèse faite sur la fonction f, la première somme n'est pas d'un ordre supérieur à celui de $\sqrt{n}$: il en est de même de la quantité que l'on vient à négliger dans le second membre, lorsqu'on y remplace $\left[\frac{n}{i}\right]$ par $\frac{n}{i}$, puisque l'erreur commise sur chaque terme est finie et que le nombre des termes est $\sqrt{n}$. D'après cela, on a

$$Q(\infty) = \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{f(i) - f(i-1)}{i}.$$

On démontre, de la même manière, que si l'on pose, plus généralement,

$$n^{r+1} Q_r(n) = f\left[\frac{n}{1}\right] + 2^r f\left[\frac{n}{2}\right] + 3^r f\left[\frac{n}{3}\right] + \cdots + n^r f\left[\frac{n}{n}\right],$$

on a

$$Q_r(\infty) = \frac{1}{r+1} \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{f(i) - f(i-1)}{i^{r+1}}.$$

Cela étant, lorsque la propriété à laquelle doit satisfaire la fraction $\frac{x_1}{x_2}$ est une propriété du plus grand nombre entier qu'elle renferme, il est aisé d'exprimer $\mathfrak{P}$ au moyen de la fonction Ω, en laissant à celle-ci toute sa généralité. En effet, si, du système Ω, on exclut *zéro*, on peut écrire, en premier lieu, $\mathfrak{F}_2 = 0$; puis :

$$\mathfrak{F}_1 = \lim \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \Omega\left[\frac{n}{i}\right] = \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{\Omega(i) - \Omega(i-1)}{i}.$$

Digitized by Google

Donc

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{4}\left\{\frac{\Omega(1)}{1} + \frac{\Omega(2)}{3} + \frac{\Omega(3)}{6} + \frac{\Omega(4)}{10} + \cdots\right\}.$$

En d'autres termes, si le système Ω est constitué par les nombres

$$u_1,\ u_2,\ u_3,\ u_4,\ u_5 \ldots,$$

on a

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{2}\sum_i \frac{1}{u_i(u_i+1)}.$$

De même, dans le cas où l'on prend au hasard trois nombres entiers et l'on en divise un par la somme des deux autres, on a d'abord $\mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}_3 = 0$; puis :

$$\mathfrak{F}_1 = \lim \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{i=n} i\,\Omega\left[\frac{n}{i}\right] = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{\Omega(i) - \Omega(i-1)}{i^2}.$$

Enfin :

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{24}\left\{\frac{3\Omega(1)}{1^2} + \frac{5\Omega(2)}{3^2} + \frac{7\Omega(3)}{6^2} + \frac{9\Omega(4)}{10^2} + \cdots\right\}.$$

Par exemple, si Ω est le système des nombres impairs, on a

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{i^2} = \frac{\pi^2}{72} = 0{,}13707\ldots$$

Telle est la probabilité que le plus grand nombre entier contenu dans le quotient d'un entier, pris au hasard, par la somme de deux autres entiers, pris au hasard, est impair. Plus généralement, si

$$X = \frac{x_1}{x_2 + x_3 + \cdots + x_m},$$

on a

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{m!}\sum_{i=1}^{i=\infty}\left\{\frac{1}{u_i^m} - \frac{1}{(u_i+1)^m}\right\}.$$

Lorsque la fonction X est symétrique par rapport à ses variables, il est clair que

$$\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}_3 = \cdots = \mathfrak{F}_m = \mathfrak{P}.$$

Digitized by Google

Si, par exemple, la fonction dont il s'agit est le plus grand commun diviseur des nombres $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_m$, il suffit de considérer la somme

$$\sigma_1(n) = \sum \Omega(n, x_2, x_3, \ldots, x_m).$$

Soit $\omega(x)$ une fonction telle que, si l'on appelle $a, b, c, \ldots\ldots$ tous les diviseurs de n, on ait toujours

$$\omega(a) + \omega(b) + \omega(c) + \cdots = \Omega(n).$$

Il est clair que $\omega(a)$ entre dans $\sigma_1(n)$ autant de fois qu'il est possible de trouver, pour $x_2, x_3, \ldots\ldots, x_m$, des valeurs divisibles par a, non supérieures à n. Il y a, pour chaque variable, $\frac{n}{a}$ de ces valeurs. Conséquemment, si l'on pose en général,

$$\frac{\omega(a)}{a^r} + \frac{\omega(b)}{b^r} + \frac{\omega(c)}{c^r} + \cdots = \Omega_r(n),$$

on a

$$\sigma_1(n) = \sum \left(\frac{n}{a}\right)^{m-1} \omega(a) = n^{m-1}\Omega_{m-1}(n);$$

puis :

$$\mathfrak{P} = \Omega_{m-1}(\infty).$$

Or, nous avons démontré, ailleurs, que l'on a

$$\Omega_r(\infty) = \frac{\omega(1)}{1^{r+1}} + \frac{\omega(2)}{2^{r+1}} + \frac{\omega(3)}{3^{r+1}} + \cdots$$

Par conséquent,

$$\mathfrak{P} = \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{\omega(i)}{i^m} = \frac{1}{s_m} \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{\Omega(i)}{i^m}.$$

En d'autres termes :

$$\mathfrak{P} = \frac{\frac{1}{u_1^m} + \frac{1}{u_2^m} + \frac{1}{u_3^m} + \frac{1}{u_4^m} + \cdots}{\frac{1}{1^m} + \frac{1}{2^m} + \frac{1}{3^m} + \frac{1}{4^m} + \cdots}.$$

Digitized by Google

Il est inutile, pensons-nous, de multiplier les exemples. Appelons seulement l'attention des géomètres sur le rôle important que ces *fonctions indicatrices* Ω jouent dans l'étude des faits arithmétiques. On peut étendre leur signification en supposant qu'elles prennent des formes différentes suivant que la variable appartient à tel ou tel système de nombres. Si le produit de deux termes quelconques de Ω appartient à Ω, tandis que le produit d'un terme de Ω par un terme extérieur à Ω est aussi extérieur à ce système, nous disons que Ω est un *groupe*. Il faut distinguer le *groupe ouvert* du *groupe fermé*, suivant que le produit de deux termes extérieurs est toujours intérieur ou toujours extérieur au groupe considéré. Tout autre groupe est *mixte*, et son *ouverture* est mesurée par la probabilité que le produit de deux termes extérieurs, pris au hasard, appartienne au groupe. Il est possible que des distinctions semblables trouvent leur utilité dans la théorie des substitutions : bornons-nous à observer, ici, que l'on a un exemple remarquable de groupe ouvert dans le groupe alterné. On verra, dans d'autres recherches, qu'il est souvent utile de faire en sorte que la fonction indicatrice d'un groupe soit douée de la propriété

$$\Omega(x)\,\Omega(y) = \Omega(xy).$$

Alors, si $\Omega(x)$ est susceptible des valeurs α ou β, suivant que le nombre x est intérieur ou extérieur au groupe, on a d'abord, par définition, $\alpha^2 = \alpha$, $\alpha\beta = \beta$, d'où $\alpha = 1$. En outre, on doit avoir aussi $\beta^2 = \alpha$ ou $\beta^2 = \beta$, suivant que le groupe est ouvert ou fermé. Il en résulte $\beta = -1$, dans le premier cas, et $\beta = 0$ dans le second. Ainsi, la fonction indicatrice d'un groupe fermé est 1 ou 0, suivant que la variable est intérieure ou extérieure au groupe : pour un groupe ouvert, la fonction indicatrice prend respectivement les valeurs $+1$ ou -1, dans les mêmes circonstances. Dans le système des quantités réelles, les quantités positives constituent un groupe ouvert. Dans le système des nombres entiers, les produits de facteurs premiers, égaux ou inégaux, en nombre pair, forment aussi un groupe ouvert : les carrés forment un groupe mixte ; les nombres impairs, les puissances successives d'un nombre premier quelconque, etc..., forment autant de groupes fermés.

Digitized by Google

Nous avons ainsi des exemples de toutes les espèces de groupes. Enfin, remarquons que les nombres communs à deux groupes constituent un nouveau groupe : si les deux groupes sont fermés, tel est aussi le groupe commun. Ces systèmes particuliers de nombres jouissent de propriétés spéciales, que nous nous promettons d'examiner, avec plus de soin, dans une future communication.

Voici, cependant, une propriété *caractéristique* des groupes fermés, qui mérite d'être immédiatement signalée : « *Pour qu'un groupe de nombres soit fermé, dans le système des nombres entiers, il faut et il suffit qu'il renferme les diviseurs de chacun de ses éléments* ». — La démonstration est aisée. Cela étant, si l'on s'appuie sur les résultats de notre Note *Intorno a taluni determinanti aritmetici*, publiée dans les *Comptes rendus* de l'Académie des *Lincei* (1885, p. 709), et si l'on représente par u_1 u_2, u_3, ... les éléments du groupe, préalablement rangés par ordre de grandeur croissante, on peut écrire

$$|\mathrm{F}(u_i, u_j)|_n = f(u_1)\, f(u_2)\, f(u_3) \dots f(u_n),$$

où le premier membre représente le déterminant, de degré n, dont l'élément général, aux indices i et j, est une fonction F du plus grand commun diviseur de u_i et u_j. En outre, on suppose que l'on ait toujours

$$f(a) + f(b) + f(c) + \dots = \mathrm{F}(n).$$

Par exemple,

$$|(u_i, u_j)|_n = \varphi(u_1)\, \varphi(u_2)\, \varphi(u_3) \dots \varphi(u_n),$$

ce qui généralise un théorème de Smith.

Pour le moment, nous laisserons de côté ces questions, et nous nous attacherons plus particulièrement à montrer comment les notions de fréquence et de fonction indicatrice peuvent être utilisées dans l'étude des événements arithmétiques. Supposons, pour fixer les idées, que le nombre X soit uniquement susceptible de valeurs réelles, positives, et qu'il puisse toujours différer, aussi peu qu'on le désire, d'une valeur positive quelconque. Désignons par $\mathfrak{D}(x)$ la *densité* des nombres X autour de la valeur x [illegible]

Digitized by Google

la *facilité* avec laquelle cette valeur peut se présenter. En d'autres termes, $\mathfrak{D}(x)dx$ représente la probabilité que le nombre X soit compris entre x et $x + dx$, de sorte que

$$\int_0^\infty \mathfrak{D}(x)dx = 1.$$

Cela étant, si une fonction f de la quantité X admet une valeur moyenne constante, cette valeur est évidemment donnée par l'égalité moyenne

$$f(\mathrm{X}) = \int_0^\infty f(x)\,\mathfrak{D}(x)dx.$$

Le calcul des valeurs moyennes exige donc que l'on procède, avant tout, au calcul de la densité. Cette évaluation ne présente pas de difficultés; car, si l'on conçoit que le système Ω soit constitué par les valeurs possibles de X, comprises entre x et $x + dx$, la probabilité $\mathfrak{D}(x)dx$ que X soit contenu dans cet intervalle se calcule aisément en appliquant le principe (1).

Des exemples remarquables ont été donnés dans les *Excursions arithmétiques*. Nous citerons, en particulier, celui qui répond à l'hypothèse

$$\{x_1, x_2\} = \frac{x_1}{x_2}.$$

Alors, si x est compris entre zéro et l'unité, il est évident que

$$\mathfrak{F}_1 = 0, \quad \mathfrak{F}_2 = dx,$$

et, par suite,

$$\mathfrak{D}(x) = \frac{1}{2}.$$

Si x surpasse l'unité, on a $\mathfrak{F}_2 = 0$, et l'on calcule $\mathfrak{F}_1$ en posant, pour n indéfiniment grand,

$$\frac{n}{i} = x + dx, \quad \frac{n}{i+r} = x,$$

Digitized by Google

d'où

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{r}{n} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+dx} = \frac{dx}{x^2}.$$

Par conséquent,

$$\mathfrak{D}(x) = \frac{1}{2x^2}.$$

La formule générale, qui donne les valeurs moyennes des fonctions de $\frac{x_1}{x_2}$, est donc

$$f(X) = \frac{1}{2}\int_0^1 f(x)\,dx + \frac{1}{2}\int_1^\infty \frac{f(x)}{x^2}\,dx.$$

On peut lui donner la forme que voici :

$$f(X) = \frac{1}{2}\int_0^1 \left\{ f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)\right\} dx;$$

mais il est souvent utile de la laisser sous la première forme. Il est aisé d'en déduire les formules particulières obtenues plus haut.

De même, si l'on fait

$$\{x_1, x_2, x_3\} = \frac{x_1}{x_2 + x_3},$$

on trouve, pour x inférieur à $\frac{1}{2}$,

$$\mathfrak{F}_1 = 0, \quad \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}_3 = \frac{3}{2}\,dx,$$

tandis que, pour x supérieur à l'unité, on a

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{dx}{x^3}, \quad \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}_3 = 0.$$

Digitized by Google

Enfin, si x est compris entre $\frac{1}{2}$ et 1,

$$\mathfrak{F}_1 = \left(2 - \frac{1}{x}\right)\frac{dx}{x^2}, \quad \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}_3 = \frac{1-x^2}{2x^2}\,dx.$$

Il en résulte

$$\mathfrak{D}(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ pour } x \leqq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{3}, & , \frac{1}{2} \leqq x \leqq 1 \\ \frac{1}{3x^3} & , , 1 \leqq x. \end{cases}$$

Conséquemment

$$f(\mathrm{X}) = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x)\,dx + \frac{1}{3}\int_{\frac{1}{2}}^{1} (3x - x^3 - 1)\frac{f(x)}{x^3}\,dx + \frac{1}{3}\int_1^{\infty} \frac{f(x)}{x^3}\,dx.$$

Si, par exemple, on fait

$$f(x) = x - [x],$$

on trouve l'égalité moyenne

$$f(\mathrm{X}) = \log 2 - \left(\frac{\pi^2}{36} + \frac{1}{24}\right) = 0{,}37732...$$

Lorsque $f(x)$ est une fonction indicatrice, les formules précédentes servent à résoudre des questions de probabilités. Dans tous les cas, ces formules sont très utiles pour étudier la distribution d'un système de nombres dans un autre système. Si l'on parvenait à imaginer un système convenable, par rapport auquel la distribution des nombres premiers fût aisée à étudier, et si la répartition des nombres du système auxiliaire, relativement au système des nombres entiers, pouvait être étudiée par les formules précédentes, il est clair que l'on arriverait à résoudre, au moyen de ces formules, des

Digitized by Google

questions de la plus haute importance. Pour le moment, nous n'avons su rien tenter dans cette voie, et nous sommes obligé de joindre une nouvelle recherche infructueuse à nos travaux antérieurs. Comme autant de fragments épars d'un seul miroir, ils réfléchissent une même lumière, et il n'est pas impossible que cette lumière parvienne un jour à dissiper une partie des ténèbres qui entourent la mystérieuse science des nombres.

Bayerische Staatsbibliothek München

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ANDREAS SCHANDERL
BUCHBINDEREI

Digitized by Google